



# Test und Verlässlichkeit

## Grosse Übung zu Foliensatz 1

Prof. G. Kemnitz

Institut für Informatik, TU Clausthal (TV\_GUeF1)

17. April 2020



# Inhalt: Große Übungen zu Foliensatz 1

## Verlässlichkeit

- 1.2 Verfügbarkeit
- 1.3 Zuverlässigkeit
- 1.4 Sicherheit

## Fehlerbehandlung

- 2.1 Kenngrößen
- 2.2 Überwachungsverfahren

## Fehlerbeseitigung

- 3.1 Ursachen von FF
  - 3.2 Experimentelle Reparatur
  - 3.4 Test
  - 3.5 Haftfehler
  - 3.6 Test und Zuverlässigkeit
  - 3.8 Reifeprozesse
- ## Fehlervermeidung
- 4.1 Fehleranteil und Ausbeute
  - 4.2 Prozesszuverlässigkeit



# Verlässlichkeit



### Aufgabe 1.1: Aspekte und Ebenen der Verlässlichkeit

- 1 Welche drei Arten von Aspekten der Verlässlichkeit unterscheidet Lapri?
- 2 Auf welchen drei Ebenen erfolgt die Sicherung der Verlässlichkeit?



## 2. Verlässlichkeit

- 1 Welche drei Arten von Aspekten der Verlässlichkeit unterscheidet Lapri?
  - 2 Auf welchen drei Ebenen erfolgt die Sicherung der Verlässlichkeit?
- 
- 1 Gefährdungen (Threats), Gegenmaßnahmen zur Gefährdungsminderung (Means) und Kenngrößen (Attributes) zur Quantizierung der Gefährdungen und Gegenmaßnahmen.
  - 2 Fehlervermeidung, Fehlerbeseitigung, Fehlertoleranz.



# Verfügbarkeit



### Aufgabe 1.2: Zulässige mittlere Reparaturzeit

Für eine Steuerung mit einer  $MTTF \geq 2$  Jahre ist eine Verfügbarkeit von

$$V \geq 1 - 10^{-6}$$

gefordert. In 99% der Fälle startet das System ohne Reparatur automatisch neu und ist nach 30 s wieder betriebsbereit und in 1% der Fälle muss zusätzlich die Steuerung getauscht werden.

- Wie groß ist die zulässige mittlere Reparaturzeit  $MTTR$ ?
- Wie lange darf der Tausch der Steuerung im Mittel dauern?



Für eine Steuerung mit einer  $MTTF \geq 2$  Jahre ist eine Verfügbarkeit von

$$V \geq 1 - 10^{-6}$$

gefordert. In 99% der Fälle startet das System ohne Reparatur automatisch neu und ist nach 30 s wieder betriebsbereit und in 1% der Fälle muss zusätzlich die Steuerung getauscht werden.

a) Wie groß ist die zulässige mittlere Reparaturzeit  $MTTR$ ?

$$V = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR}$$

$$MTTR = MTBF \cdot \left( \frac{1}{V} - 1 \right)$$

$$MTTR \geq 2 \text{ Jahre} \cdot \left( \frac{1 + 10^{-6}}{1 - 10^{-12}} - 1 \right) \approx 61,5 \text{ s}$$



Für eine Steuerung mit einer  $MTTF \geq 2$  Jahre ist eine Verfügbarkeit von

$$V \geq 1 - 10^{-6}$$

gefordert. In 99% der Fälle startet das System ohne Reparatur automatisch neu und ist nach 30 s wieder betriebsbereit und in 1% der Fälle muss zusätzlich die Steuerung getauscht werden.

b) Wie lange darf der Tausch der Steuerung im Mittel dauern?

MTTR abzüglich der 30 s für den Neustart sind im Mittel 31,6 s je Versagen für weitere Reparaturmaßnahmen übrig, d.h. für 1% der Versagen  $3160 \text{ s} = 52,7 \text{ min}$ .

Der Tausch der Steuerung ist so zu organisieren, dass er im Mittel weniger als eine Stunde dauert.



# Zuverlässigkeit



### Aufgabe 1.3: Zuverlässigkeit Gesamtsystem

Ein IT-System bestehe aus folgenden Komponenten:

Teilsystem	Rechner	Festplatte	Stromversorgung	sonstiges
Teilzuverlässigkeit	$Z_R$	$Z_{FP}$	$Z_{SV}$	$Z_*$
Wert in SL/FF	1000	500	700	2000

Bei jeder FF einer Komponenten versagt das Gesamtsystem.

- Welche Zuverlässigkeit hat das Gesamtsystem?
- Welche FF-Rate hat das Gesamtsystem?



Ein IT-System bestehe aus folgenden Komponenten:

Teilsystem	Rechner	Festplatte	Stromversorgung	sonstiges
Teilzuverlässigkeit	$Z_R$	$Z_{FP}$	$Z_{SV}$	$Z_*$
Wert in SL/FF	1000	500	700	2000

Bei jeder FF einer Komponenten versagt das Gesamtsystem.

a) Welche Zuverlässigkeit hat das Gesamtsystem?

b) Welche FF-Rate hat das Gesamtsystem?

a)

$$Z_{\text{ges}} = \frac{1}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{500} + \frac{1}{700} + \frac{1}{2000}} = 203 \frac{\text{SL}}{\text{FF}}$$

b)

$$\zeta = \frac{1}{Z_{\text{ges}}} = 4,93 \cdot 10^{-3} \frac{\text{FF}}{\text{SL}}$$



# Sicherheit

### Aufgabe 1.4: Zuverlässigkeit und Betriebsicherheit

Bei einem IT-System mit einer mittleren Zeit bis zur nächsten Fehlfunktionen von  $10^3$  Stunden gefährdet im Mittel jede hundertste Fehlfunktion die Betriebsicherheit ( $\eta_G = 10^{-2}$ ). Mittlere Service-Dauer  $MTS = 1 \text{ h/SL}$ .

- Welche Fehlfunktionsrate und welche Zuverlässigkeit hat der Service?
- Welche Betriebsicherheit hat der Service?



Bei einem IT-System mit einer mittleren Zeit bis zur nächsten Fehlfunktionen von  $10^3$  Stunden gefährdet im Mittel jede hundertste Fehlfunktion die Betriebssicherheit ( $\eta_G = 10^{-2}$ ). Mittlere Service-Dauer  $MTS = 1 \text{ h/SL}$ .

- Welche Fehlfunktionsrate und welche Zuverlässigkeit hat der Service?
- Welche Betriebssicherheit hat der Service?

a) FF-Rate / Zuverlässigkeit:

$$\zeta = \frac{MTTF}{MTS} = 10^{-3} \text{ FF/SL}$$

$$Z = 1/\zeta = 10^3 \text{ SL/FF}$$

b) Betriebssicherheit:

$$Z_S = Z/\eta_G = 10^5 \text{ SL/GFF}$$



# Fehlerbehandlung



# Kenngrößen



### Aufgabe 1.5: Scheinbare und tatsächliche Zuverlässigkeit

Bei der Kontrolle von  $10^5$  SL sind  $10^3$  FF aufgetreten, von denen 600 FF erkannt wurden. Darüber hinaus wurden 10 SL als FF ausgewiesen, die in Wirklichkeit korrekt ausgeführt wurden. Welche Schätzwerte ergeben sich daraus für

- die beobachtete Zuverlässigkeit?
- die tatsächliche Zuverlässigkeit?
- die Fehlfunktionsüberdeckung der Kontrolle?
- die Phantom-FF-Rate?



Bei der Kontrolle von  $10^5$  SL sind  $10^3$  FF aufgetreten, von denen 600 FF erkannt wurden. Darüber hinaus wurden 10 SL als FF ausgewiesen, die in Wirklichkeit korrekt ausgeführt wurden. Welche Schätzwerte ergeben sich daraus für

- a) die beobachtete Zuverlässigkeit?
- b) die tatsächliche Zuverlässigkeit?

a) Beobachtete Zuverlässigkeit:

$$\hat{Z}_{\text{Beob}} = \frac{\#SL}{\#EFF + \#PFF} \approx \frac{10^5 \text{ SL}}{610 \text{ FF}} = 164 \frac{\text{SL}}{\text{FF}}$$

( $\#EFF$  – Anzahl der erkannten FF,  $\#PFF$  – Anzahl der Phantom-FF).

b) Tatsächliche Zuverlässigkeit:

$$\hat{Z} = \frac{\#SL}{\#FF} = \frac{10^5 \text{ SL}}{10^3 \text{ FF}} = 100 \frac{\text{SL}}{\text{FF}}$$



Bei der Kontrolle von  $10^5$  SL sind  $10^3$  FF aufgetreten, von denen 600 FF erkannt wurden. Darüber hinaus wurden 10 SL als FF ausgewiesen, die in Wirklichkeit korrekt ausgeführt wurden. Welche Schätzwerte ergeben sich daraus für

- c) die Fehlfunktionsüberdeckung der Kontrolle?
- d) die Phantom-FF-Rate?

c) Erkennungs- und Maskierungswahrscheinlichkeit der Kontrolle:

$$F\hat{F}C = \frac{\#EFF}{\#FF} = \frac{600 \text{ FF}}{1000 \text{ FF}} = 60\%$$

d) Phantom-FF-Rate:

$$\hat{\zeta}_{\text{Phan}} = \frac{\#PFF}{\#SL} = \frac{10 \text{ PFF}}{10^5 \text{ SL}} = 10^{-4} \text{ PFF/SL}$$

### Aufgabe 1.6: Fehlertoleranz und Phantomfehler

Ein IT-System hat ohne Fehlertoleranz eine FF-Raten von  $\zeta = 10^{-4}$  FF je SL. Die eingebaute Funktionen zur Überwachung und Ergebniskorrektor korrigieren  $FT = 80\%$  der  $FF$ .

- Wie hoch ist die Fehlfunktionsüberdeckung der Überwachungseinheiten mindestens?
- Welche FF-Rate  $\zeta_{FT}$  und Zuverlässigkeit  $Z_{FT}$  hat der fehlertolerante Rechner?
- Für die Überwachung sei zusätzlich eine Phantomfehlerrate von  $\zeta_{Phan} = 10^{-4} PFF/SL$  unterstellt und die Korrekturfunktionen soll 10% der Phantom-FF in tatsächliche FF umwandeln. Auf welchen Wert verringert sich die Zuverlässigkeit?

Ein IT-System hat ohne Fehlertoleranz eine FF-Raten von  $\zeta = 10^{-4}$  FF je SL. Die eingebaute Funktionen zur Überwachung und Ergebniskorrektor korrigieren  $FT = 80\%$  der  $FF$ .

a) Wie hoch ist die Fehlfunktionsüberdeckung der Überwachungseinheiten mindestens?

Die FF-Überdeckung muss mindestens so hoch sein, wie der Anteil der beseitigten FF:

$$FFC \geq FT = 80\%$$

Ein IT-System hat ohne Fehlertoleranz eine FF-Raten von  $\zeta = 10^{-4}$  FF je SL. Die eingebaute Funktionen zur Überwachung und Ergebniskorrektor korrigieren  $FT = 80\%$  der  $FF$ .

b) Welche FF-Rate  $\zeta_{FT}$  und Zuverlässigkeit  $Z_{FT}$  hat der fehlertolerante Rechner?

$$\zeta_{FT} = (1 - FT) \cdot \zeta = 2 \cdot 10^{-5} \frac{FF}{SL}$$
$$Z_{FT} = \frac{1}{\zeta_{FT}} = 5 \cdot 10^4 \frac{SL}{FF}$$



Ein IT-System hat ohne Fehlertoleranz eine FF-Raten von  $\zeta = 10^{-4}$  FF je SL. Die eingebaute Funktionen zur Überwachung und Ergebniskorrektor korrigieren  $FT = 80\%$  der  $FF$ .

c) Für die Überwachung sei zusätzlich eine Phantomfehlerrate von  $\zeta_{\text{Phan}} = 10^{-4} \text{ PFF/SL}$  unterstellt und die Korrekturfunktionen soll 10% der Phantom-FF in tatsächliche FF umwandeln. Auf welchen Wert verringert sich die Zuverlässigkeit?

$$\zeta_{\text{FT}} = \underbrace{(1 - FT) \cdot \zeta}_{\text{NKFF}} + \underbrace{\zeta_{\text{Phan}} \cdot 10\% \frac{\text{FF}}{\text{PFF}}}_{\text{ZFF}} = 3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{FF}}{\text{SL}}$$

$$Z_{\text{FT}} = \frac{1}{\zeta_{\text{FT}}} = 3,33 \cdot 10^4 \frac{\text{SL}}{\text{FF}}$$

(NKFF – nicht korrigierte FF; ZFF – Durch Korrektur von Phantom-FF entstandene FF)



### Aufgabe 1.7: Sicherheitserhöhung durch Fehlertoleranz

Bei einem IT-System mit einer  $MTTF = 10^3 \text{ h/FF}$ , Service-Dauer  $MTS = 1 \text{ h/SL}$ , gefährde abschätzungsweise jede hundertste FF die Betriebssicherheit. Um die Betriebssicherheit auf  $10^6 \text{ SL/GFF}$  zu erhöhen, soll das System um eine Funktionsüberwachung erweitert werden, die es bei Erkennen einer Fehlfunktion in einen sicheren Zustand überführt.

- Wie hoch muss die Fehlfunktionsüberdeckung mindestens sein, wenn beim Überführen in den sicheren Zustand keine Fehlfunktionen auftreten?
- Wie hoch muss die Fehlfunktionsüberdeckung sein, wenn zu erwarten ist, dass jeder 20te Versuch, einen sicheren Zustand herzustellen, scheitert?
- In welchem mittleren zeitlichen Abstand wird überschlagsweise ein sicherer Zustand hergestellt, ohne dass die Betriebssicherheit gefährdet ist?



Bei einem IT-System mit einer  $MTTF = 10^3 \text{ h/FF}$ , Service-Dauer  $MTS = 1 \text{ h/SL}$ , gefährde abschätzungsweise jede hundertste FF die Betriebssicherheit. Um die Betriebssicherheit auf  $10^6 \text{ SL/GFF}$  zu erhöhen, soll das System um eine Funktionsüberwachung erweitert werden, die es bei Erkennen einer Fehlfunktion in einen sicheren Zustand überführt.

- a) Wie hoch muss die Fehlfunktionsüberdeckung mindestens sein, wenn beim Überführen in den sicheren Zustand keine Fehlfunktionen auftreten?

Schätzwert der Sicherheit ohne Fehlerbehandlung:

$$\hat{S} = \frac{10^3 \text{ SL}}{1\% \text{ GFF}} = 10^5 \text{ SL/GFF}$$

Für eine Erhöhung auf  $10^6 \text{ SL/GFF}$  genügt es, 90% der (sicherheitskritische) Fehlfunktionen zu erkennen:

$$FCC = 90\%$$



Bei einem IT-System mit einer  $MTTF = 10^3 \text{ h/FF}$ , Service-Dauer  $MTS = 1 \text{ h/SL}$ , gefährde abschätzungsweise jede hundertste FF die Betriebssicherheit. Um die Betriebssicherheit auf  $10^6 \text{ SL/GFF}$  zu erhöhen, soll das System um eine Funktionsüberwachung erweitert werden, die es bei Erkennen einer Fehlfunktion in einen sicheren Zustand überführt.

b) Wie hoch muss die Fehlfunktionsüberdeckung sein, wenn zu erwarten ist, dass jeder 20te Versuch, einen sicheren Zustand herzustellen, scheitert?

Wenn jeder 20-te Versuch scheidert, dann müssen 19 von 20 (sicherheitskritische) Fehlfunktionen erkannt werden, damit in 9 von 10 Fällen ein sicherer Zustand erreicht wird:

$$FCC = 95\%$$

Bei einem IT-System mit einer  $MTTF = 10^3 \text{ h/FF}$ , Service-Dauer  $MTS = 1 \text{ h/SL}$ , gefährde abschätzungsweise jede hundertste FF die Betriebssicherheit. Um die Betriebssicherheit auf  $10^6 \text{ SL/GFF}$  zu erhöhen, soll das System um eine Funktionsüberwachung erweitert werden, die es bei Erkennen einer Fehlfunktion in einen sicheren Zustand überführt.

- c) In welchem mittleren zeitlichen Abstand wird überschlagsweise ein sicherer Zustand hergestellt, ohne dass die Betriebssicherheit gefährdet ist?

Ein sicherer Zustand wird etwa aller 1000 h hergestellt, in 99% der Fälle für eine ungefährliche FF. Mittlerer zeitlicher Abstand:

$$\frac{1000 \text{ h}}{99\%} = 1010 \text{ h}$$



# Überwachungsverfahren



### Aufgabe 1.8: FF-Überdeckung Informationsredundanz

Eine 10 MByte große Datei wird um  $r$  redundante Bits so erweitert, dass bei einer Verfälschung alle darstellbaren Werte aus Datenbits und redundanten Bits etwa mit der gleichen Häufigkeit auftreten. Die Überwachungsfunktion soll alle unzulässigen Gesamtwerte erkennen.

- Welche FF-Überdeckung wird mit  $r = 10$  redundanten Bits erzielt?
- Wieviel redundante Bits genügen für eine FF-Überdeckung von  $FFC \geq 99,99\%$ ?



Eine 10 MByte große Datei wird um  $r$  redundante Bits so erweitert, dass bei einer Verfälschung alle darstellbaren Werte aus Datenbits und redundanten Bits etwa mit der gleichen Häufigkeit auftreten. Die Überwachungsfunktion soll alle unzulässigen Gesamtwerte erkennen.

a) Welche FF-Überdeckung wird mit  $r = 10$  redundanten Bits erzielt?

Es gibt mindestens  $2^{10}$  mal so viel mögliche wie zulässige Werte, so dass im Mittel von  $2^{10}$  Verfälschungen nur eine auf einen zulässigen Wert abgebildet und nicht erkannt wird. Anteil der erkennbaren Verfälschungen:

$$FFC \geq 1 - 2^{-10} = 99,9\%$$



Eine 10 MByte große Datei wird um  $r$  redundante Bits so erweitert, dass bei einer Verfälschung alle darstellbaren Werte aus Datenbits und redundanten Bits etwa mit der gleichen Häufigkeit auftreten. Die Überwachungsfunktion soll alle unzulässigen Gesamtwerte erkennen.

b) Wieviel redundante Bits genügen für eine FF-Überdeckung von  $FFC \geq 99,99\%$ ?

$$FFC = 1 - 2^{-r}$$

$$r \geq -\frac{\ln(1 - FFC)}{\ln(2)} = 13,29$$

Es genügen  $r = 14$  redundante Bit.



# Fehlerbeseitigung



### Ursachen von FF



#### Aufgabe 1.9: Warum zwischen Fehlern und Störungen zu unterscheiden ist?

- a) Warum ist es viel einfacher Fehlfunktionen durch Störungen zu korrigieren als Fehlfunktionen, die durch Fehler verursacht werden?
- b) Warum ist es bei der Beseitigung der Ursachen genau umgekehrt, dass sich Fehler gut beseitigen lassen, aber die Beseitigung von Störquellen erheblich schwieriger ist?



- a) Warum ist es viel einfacher Fehlfunktionen durch Störungen zu korrigieren als Fehlfunktionen, die durch Fehler verursacht werden?
- b) Warum ist es bei der Beseitigung der Ursachen genau umgekehrt, dass sich Fehler gut beseitigen lassen, aber die Beseitigung von Störquellen erheblich schwieriger ist?

- a) Störungen wirken diversitär. Eine erkannte FF durch eine Störung lässt sich in der Regel durch gleiche Anforderung an denselben Service korrigieren. Bei Fehlern als Ursache verlangt ein erfolgreiche Korrektur Diversität, entweder eine geänderte Anforderung oder einen diversitären Service.
- b) Bei der Fehlerbeseitigung von FF durch Fehler kann der Erfolg durch eine einzelne Testwiederholung kontrolliert werden, während er bei FF durch Störungen nur über eine statistisch signifikante große Anzahl von Testwiederholungen überprüfbar ist.



## Experimentelle Reparatur



### Aufgabe 1.10: Experimentelle Reparatur

Der Test eines Programms erkennt 95% der  $\#F = 1000$  entstandenen Fehler. Die Beseitigung eines erkannten Fehler erfordert im Mittel 5 Reparaturversuche ( $\eta_R = 5R$ ) und bei 10 Reparaturversuchen entsteht im Mittel 1 neuer Fehler ( $\zeta_R = 0,1^{F/R}$ ).

- Wie groß ist die zu erwartende Fehleranzahl  $\#F_E$  im Einsatz?
- Wie groß ist die zu erwartende Fehleranzahl  $\#F_E$  im Einsatz, wenn schlechte Fehlerlokalisierung und Verzicht auf Rückbau nach erfolglosen Reparaturversuchen die Anzahl der Reparaturversuche je erkannter Fehler und die Fehlerentstehungsrate je Reparaturversuch  $\zeta_R$  beide verdoppeln?
- Auf welchen Wert ist die mittlere Anzahl der Reparaturversuche  $\eta_R$  zu begrenzen, damit sich bei einer Fehlerentstehungsrate von  $\zeta_R = 5\% \cdot 1/R$  (neue Fehler je Reparaturversuch und beseitigter Fehler) die Fehleranzahl gegenüber »keine Fehlerentstehung bei der Reparatur« maximal um 10% erhöht?



Der Test eines Programms erkennt 95% der  $\#F = 1000$  entstandenen Fehler. Die Beseitigung eines erkannten Fehler erfordert im Mittel 5 Reparaturversuche ( $\eta_R = 5 R$ ) und bei 10 Reparaturversuchen entsteht im Mittel 1 neuer Fehler ( $\zeta_R = 0,1^{F/R}$ ).

a) Wie groß ist die zu erwartende Fehleranzahl  $\#F_E$  im Einsatz?

$$\begin{aligned}\#F_E &= \#F \cdot (1 + FC \cdot \zeta_R \cdot \eta_R) (1 - FC) \\ &= 1000 F \cdot \underbrace{(1 + 95\% \cdot 5 R \cdot 0,1^{1/R})}_{1.475 F} \cdot (1 - 95\%) \\ &= 73,75 F\end{aligned}$$



Der Test eines Programms erkennt 95% der  $\#F = 1000$  entstandenen Fehler. Die Beseitigung eines erkannten Fehler erfordert im Mittel 5 Reparaturversuche ( $\eta_R = 5 R$ ) und bei 10 Reparaturversuchen entsteht im Mittel 1 neuer Fehler ( $\zeta_R = 0,1^{F/R}$ ).

b) Wie groß ist die zu erwartende Fehleranzahl  $\#F_E$  im Einsatz, wenn schlechte Fehlerlokalisierung und Verzicht auf Rückbau nach erfolglosen Reparaturversuchen die Anzahl der Reparaturversuche je erkannter Fehler und die Fehlerentstehungsrate je Reparaturversuch  $\zeta_R$  beide verdoppeln?

$$\begin{aligned}\#F_E &= \#F \cdot (1 + 4 \cdot \zeta_R \cdot \eta_R) (1 - FC) \\ &= 1000 F \cdot \underbrace{(1 + 2 \cdot 5 R \cdot 2 \cdot 0,1^{1/R})}_{2.900 F} \cdot (1 - 95\%) \\ &= 145 F\end{aligned}$$

1/3 beim Entwurf und 2/3 bei Reparaturversuchen entstanden.



Der Test eines Programms erkennt 95% der  $\#F = 1000$  entstandenen Fehler. Die Beseitigung eines erkannten Fehler erfordert im Mittel 5 Reparaturversuche ( $\eta_R = 5 R$ ) und bei 10 Reparaturversuchen entsteht im Mittel 1 neuer Fehler ( $\zeta_R = 0,1^{F/R}$ ).

c) Auf welchen Wert ist die mittlere Anzahl der Reparaturversuche  $\eta_R$  zu begrenzen, damit sich bei einer Fehlerentstehungsrate von  $\zeta_R = 5\% \cdot 1/R$  (neue Fehler je Reparaturversuch und beseitigter Fehler) die Fehleranzahl gegenüber »keine Fehlerentstehung bei der Reparatur« maximal um 10% erhöht?

$$FC \cdot \zeta_R \cdot \eta_R \leq 10\%$$

$$\eta_R \leq \frac{10\%}{FC \cdot \zeta_R} = \frac{10\%}{95\% \cdot 5\% \cdot 1/R} = 2,1 R$$

Wenn ein Test nach 3 bis 4 Reparaturversuchen immer noch nicht durchläuft, sollte zuerst eine Phantomfehler ausgeschlossen, und im Fall eines echten Fehlers der gesamte als fehlerhaft lokalisierte Programmbausteine neu geschrieben werden.



Test



### Aufgabe 1.11: Nicht beseitigte Programmierfehler

Wie groß ist die zu erwartende Fehleranzahl in einem Programm mit  $10^5$  NLOC (Netto Lines of Code) bei einer Fehlerentstehungsrate von 40 Fehlern je 1000 NLOC, wenn der Test 80% der Fehler erkennt und und in der Reparaturiteration im Mittel bei der Beseitigung von 20 Fehlern ein neuer entsteht?



Wie groß ist die zu erwartende Fehleranzahl in einem Programm mit  $10^5$  NLOC (Netto Lines of Code) bei einer Fehlerentstehungsrate von 40 Fehlern je 1000 NLOC, wenn der Test 80% der Fehler erkennt und und in der Reparaturiteration im Mittel bei der Beseitigung von 20 Fehlern ein neuer entsteht?

Anzahl der entstehenden Fehler:

$$\#F = 10^5 \text{ NLOC} \cdot 40 \frac{\text{F}}{\text{NLOC}} = 4000 \text{ F}$$

Bei der Reparatur entstehen weitere  $80\% \cdot 5\% \cdot 4000 \text{ F}$ . Von der Gesamtfehleranzahl werden  $1 - FC = 20\%$  nicht aussortiert:

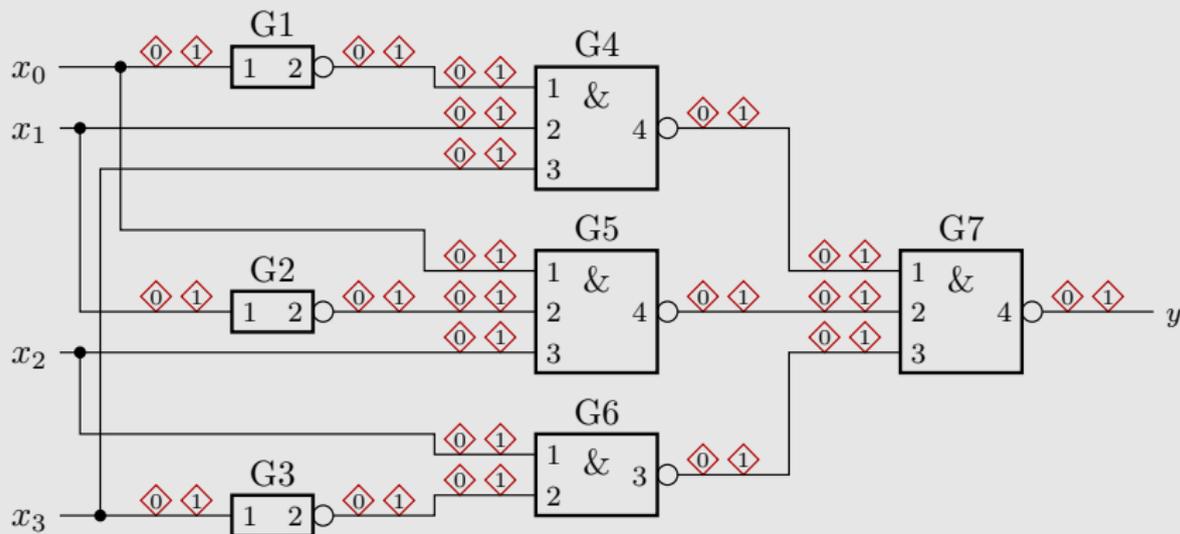
$$\#F_{\text{NB}} = \#F \cdot (1 + 80\% \cdot 5\%) \cdot 20\% = 832$$

Wie zuverlässig ein Programm mit fast tausend Fehlern ist, hängt von der mittleren FF-Rate der Fehler ab.



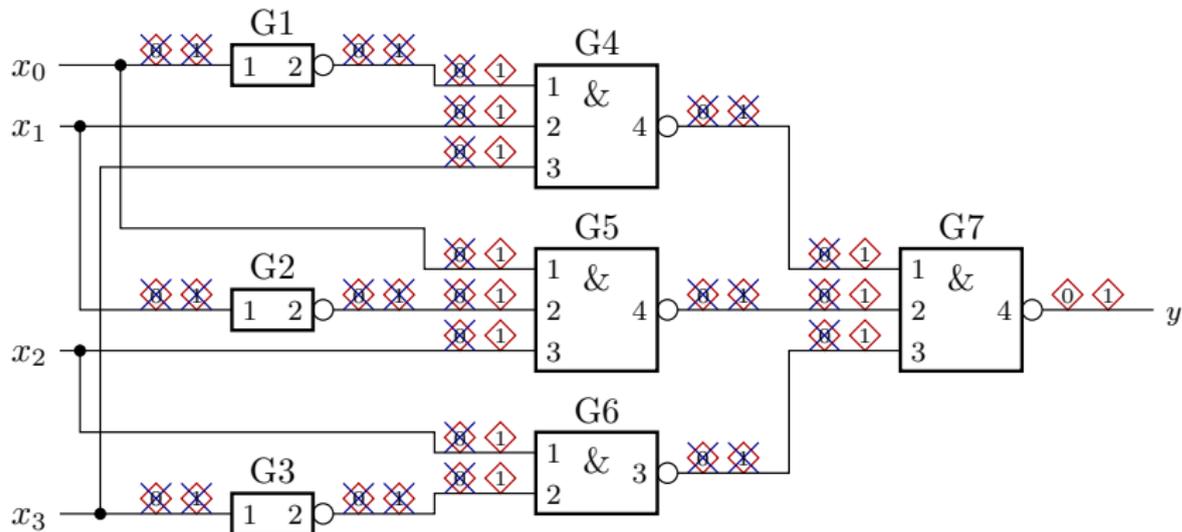
# Haftfehler

## Aufgabe 1.12: Vereinfachung einer Haftfehlermenge



- Fassen Sie alle identisch nachweisbaren Haftfehler zu einem Modellfehler zusammen.
- Bestimmen Sie anschließend alle implizit nachweisbaren Haftfehler.

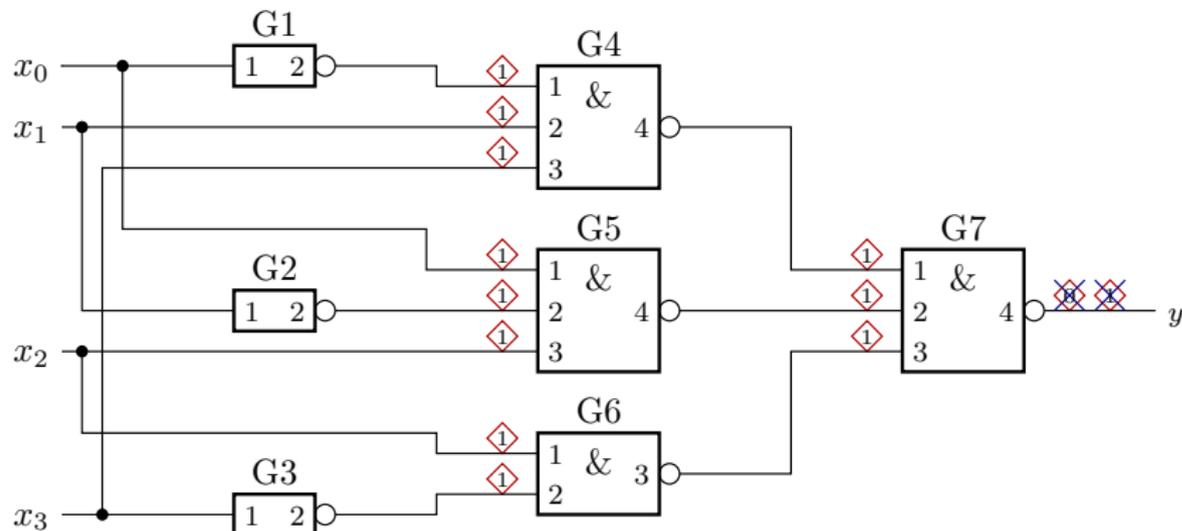
a) Fassen Sie alle identisch nachweisbaren Haftfehler zu einem Modellfehler zusammen.



Identisch nachweisbare Haftfehler:

- $sa_0(G1-1), sa_1(G1-2), sa_1(G4-1)$
- $sa_1(G1-1), sa_0(G1-2), sa_0(G4-1), sa_1(G4-4), sa_1(G7-1), \dots$

b) Bestimmen Sie anschließend alle implizit nachweisbaren Haftfehler.



Implizit nachweisbare Haftfehler:

- sa0(G7-4): sa1(G7-1), sa1(G7-2), sa1(G7-3)
- sa1(G7-4): sa1(G4-1), sa1(G4-2), sa1(G4-3), sa1(G5-1), ...



# Test und Zuverlässigkeit



### Aufgabe 1.13: Abschätzungen über die Dichte der FF-Rate

Ein Testobjekt hat abschätzungsweise  $\#F = 10^2$  Fehler mit einer Dichte der FF-Rate

$$h(\zeta) = 10 \cdot \text{SL}/\text{FF} \cdot k \cdot (10 \cdot \text{SL}/\text{FF} \cdot \zeta)^{k-1} \quad 0 < \zeta \leq 0,1 \text{ FF}/\text{SL}$$

mit  $k \in \{0,2, 0,5, 0,8\}$  und wird mit  $n \in \{10^2, 10^4\}$  zufälligen Eingaben getestet.

- Wie groß ist für alle Kombinationen von  $k$  und  $n$  der Anteil der nicht nachweisbaren Fehler?
- Wie groß ist für alle Kombinationen von  $k$  und  $n$  die FF-Rate durch die nicht nachweisbaren Fehler?
- Um welchen Faktor verringert eine Verdopplung der Testsatzlänge den Anteil und die FF-Rate der nicht nachweisbaren Fehler für jeden Wert von  $k$ ?



Ein Testobjekt hat abschätzungsweise  $\#F = 10^2$  Fehler mit einer Dichte der FF-Rate

$$h(\zeta) = 10 \cdot \text{SL}/\text{FF} \cdot k \cdot (10 \cdot \text{SL}/\text{FF} \cdot \zeta)^{k-1} \quad 0 < \zeta \leq 0,1 \text{ FF/SL}$$

mit  $k \in \{0,2, 0,5, 0,8\}$  und wird mit  $n \in \{10^2, 10^4\}$  zufälligen Eingaben getestet.

a) Wie groß ist für alle Kombinationen von  $k$  und  $n$  der Anteil der nicht nachweisbaren Fehler?

Die gegebenen FFR-Dichte ist die aus der Vorlesung für die unterstellte Abnahme des Anteils der nicht nachweisbaren Fehler

$$1 - FC(n) = \left(\frac{n}{n_0}\right)^{-k} \quad \text{mit } 0 < k < 1$$

mit  $n_0 = 10$ . Für alle Variationen der vorgegebenen Werte für  $k$  und  $n$ :

	$k = 0,2$	$k = 0,5$	$k = 0,8$
$n = 10^3$	39,8%	10,0%	2,51%
$n = 10^6$	9,99%	$3,61 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$



Ein Testobjekt hat abschätzungsweise  $\#F = 10^2$  Fehler mit einer Dichte der FF-Rate

$$h(\zeta) = 10 \cdot \text{SL}/\text{FF} \cdot k \cdot (10 \cdot \text{SL}/\text{FF} \cdot \zeta)^{k-1} \quad 0 < \zeta \leq 0,1 \text{ FF}/\text{SL}$$

mit  $k \in \{0,2, 0,5, 0,8\}$  und wird mit  $n \in \{10^2, 10^4\}$  zufälligen Eingaben getestet.

b) Wie groß ist für alle Kombinationen von  $k$  und  $n$  die FF-Rate durch die nicht nachweisbaren Fehler?

Zugehörige FF-Rate durch Fehler lt. Vorlesung:

$$\zeta_F = \#F \cdot \frac{k}{k+1} \cdot \frac{1-FC}{n \cdot \text{SL}/\text{FF}}$$

mit  $\#F = 10^2$ ,  $F(k, n)$  aus Aufgabenteil a) für alle Variationen der vorgegebenen Werte für  $k$  und  $n$ :

	$k = 0,2$	$k = 0,5$	$k = 0,8$
$n = 10^3$	$6,66 \cdot 10^{-3}$	$3,33 \cdot 10^{-3}$	$1,12 \cdot 10^{-3}$
$n = 10^6$	$1,67 \cdot 10^{-6}$	$1,05 \cdot 10^{-7}$	$4,44 \cdot 10^{-9}$



Ein Testobjekt hat abschätzungsweise  $\#F = 10^2$  Fehler mit einer Dichte der FF-Rate

$$h(\zeta) = 10 \cdot \text{SL}/\text{FF} \cdot k \cdot (10 \cdot \text{SL}/\text{FF} \cdot \zeta)^{k-1} \quad 0 < \zeta \leq 0,1 \text{ FF}/\text{SL}$$

mit  $k \in \{0,2, 0,5, 0,8\}$ .

c) Um welchen Faktor verringert eine Verdopplung der Testsatzlänge den Anteil und die FF-Rate der nicht nachweisbaren Fehler für jeden Wert von  $k$ ?

$$\frac{1 - FC(2n)}{1 - FC(n)} = 2^{-k} \quad \frac{\zeta_F(2 \cdot n)}{\zeta_F(n)} = 2^{-(k+1)}$$

	$k = 0,2$	$k = 0,5$	$k = 0,8$
$\frac{1 - FC(2n)}{1 - FC(n)}$	87,1%	70,7%	57,4%
$\frac{\zeta_F(2 \cdot n)}{\zeta_F(n)}$	43,5%	35,4%	28,7%

Die Abnahme der Fehlermaskierung hängt erheblich und die der FF-Rate wenig von  $k$  und damit von der FFR-Dichte des Testobjekts ab.



### Aufgabe 1.14: Fehlerbezogene Teilzuverlässigkeit nach Test

Von  $\#F = 1000$  entstandenen Fehlern erkennt der vorgelagerte statische Test  $FC_S = 80\%$ , von den verbleibenden 20% erkennen  $n_0 = 20$  gezielt gesuchte dynamische Tests  $FC_D = 60\%$  und von den dann noch verbleibenden  $20\% \cdot 40\%$  erkennen weitere  $n_1 = 80$  zufällige Tests  $FC_{RT} = 50\%$ . Beseitigung aller erkannten Fehler.

- Mit welchem Exponenten  $k$  nimmt der Anteil der nicht erkannten Fehler  $1 - FC(n)$  bei der Erhöhung der Testsatzlänge von  $n_0 = 20$  auf  $n = n_0 + n_1 = 100$  unter der Annahme:  $1 - FC(n) \sim n^{-k}$  ab?
- Wie groß sind abschätzungsweise die Fehleranzahl, FF-Rate und Zuverlässigkeit nach Beseitigung aller erkannten Fehler?
- Wie groß sind Fehleranzahl, FF-Raten und Zuverlässigkeit, wenn die Anzahl der Tests von 100 auf 1000 erhöht wird?
- Wie viele zusätzliche Zufallstests erfordert eine Verringerung der zu erwartenden Anzahl nicht erkennbarer Fehler auf  $\#F_T = 5$ ?
- Wie viele zusätzliche Zufallstests erfordert eine Erhöhung der fehlerbezogenen Teilzuverlässigkeit auf  $Z_T = 1000 \frac{SL}{FF}$ ?



Von  $\#F = 1000$  entstandenen Fehlern erkennt der vorgelagerte statische Test  $FC_S = 80\%$ , von den verbleibenden 20% erkennen  $n_0 = 20$  gezielt gesuchte dynamische Tests  $FC_D = 60\%$  und von den dann noch verbleibenden  $20\% \cdot 40\%$  erkennen weitere  $n_1 = 80$  zufällige Tests  $FC_{RT} = 50\%$ . Beseitigung aller erkannten Fehler.

a) Mit welchem Exponenten  $k$  nimmt der Anteil der nicht erkannten Fehler  $1 - FC(n)$  bei der Erhöhung der Testsatzlänge von  $n_0 = 20$  auf  $n = n_0 + n_1 = 100$  unter der Annahme:  $1 - FC(n) \sim n^{-k}$  ab?

Aus der Annahme folgt:

$$\frac{1 - FC(n_0 + n_1)}{1 - FC(n_0)} = \left(\frac{n_0 + n_1}{n_0}\right)^{-k}$$

$$\frac{1 - FC(20 + 80)}{1 - FC(20)} = 0,5 = \left(\frac{20 + 80}{20}\right)^{-k}$$

$$k = -\frac{\ln(0,5)}{\ln(5)} = 0,431$$



Von  $\#F = 1000$  entstandenen Fehlern erkennt der vorgelagerte statische Test  $FC_S = 80\%$ , von den verbleibenden 20% erkennen  $n_0 = 20$  gezielt gesuchte dynamische Tests  $FC_D = 60\%$  und von den dann noch verbleibenden  $20\% \cdot 40\%$  erkennen weitere  $n_1 = 80$  zufällige Tests  $FC_{RT} = 50\%$ . Beseitigung aller erkannten Fehler.

b) Wie groß sind abschätzungsweise die Fehleranzahl, FF-Rate und Zuverlässigkeit nach Beseitigung aller erkannten Fehler?

$$\#F_T = \#F \cdot (1 - FC_S) \cdot (1 - FC_D) \cdot (1 - FC_{RT}) = 40 F$$

$$\zeta_{FT} = \frac{k}{k+1} \cdot \frac{\#F_T}{n \cdot SL/FF} = 0,12 \frac{FF}{SL}$$

$$Z_{FT} = 1/\zeta_T = 8,3 \frac{SL}{FF}$$



Von  $\#F = 1000$  entstandenen Fehlern erkennt der vorgelagerte statische Test  $FC_S = 80\%$ , von den verbleibenden 20% erkennen  $n_0 = 20$  gezielt gesuchte dynamische Tests  $FC_D = 60\%$  und von den dann noch verbleibenden  $20\% \cdot 40\%$  erkennen weitere  $n_1 = 80$  zufällige Tests  $FC_{RT} = 50\%$ . Beseitigung aller erkannten Fehler.

c) Wie groß sind Fehleranzahl, FF-Raten und Zuverlässigkeit, wenn die Anzahl der Tests von 100 auf 1000 erhöht wird?

Unter Nutzung von  $k = 0,431$  aus Aufgabenteil a) lässt sich aus der Fehlerüberdeckung  $FC_{RT}(n = 100) \approx 0,5 FC_{RT}(n = 1000)$  abschätzen. Rest wie Aufgabenteil b):

$$(1 - FC_{RT}(10^3)) = (1 - FC_{RT}(10^2)) \cdot \left(\frac{10^3}{10^2}\right)^{-k}$$

$$= 0,5 \cdot 10^{-0,431} = 18,5\%$$

$$\#F_T = \#F \cdot (1 - FC_S) \cdot (1 - FC_D) \cdot (1 - FC_{RT}) = 14,8 F$$

$$\zeta_{FT} = \frac{k}{k+1} \cdot \frac{\#F_T}{n} = \frac{0,431}{1,431} \cdot \frac{14,8}{10^3} = 4,47 \cdot 10^{-3}$$

$$Z_{FT} = 1/\zeta_T = 224 \frac{SL}{FF}$$



Von  $\#F = 1000$  entstandenen Fehlern erkennt der vorgelagerte statische Test  $FC_S = 80\%$ , von den verbleibenden 20% erkennen  $n_0 = 20$  gezielt gesuchte dynamische Tests  $FC_D = 60\%$  und von den dann noch verbleibenden  $20\% \cdot 40\%$  erkennen weitere  $n_1 = 80$  zufällige Tests  $FC_{RT} = 50\%$ . Beseitigung aller erkannten Fehler.

d) Wie viele zusätzliche Zufallstests erfordert eine Verringerung der zu erwartenden Anzahl nicht erkennbarer Fehler auf  $\#F_T = 5$ ?

Ausgehend von  $k = 0,431$  aus Aufgabenteil a) und  $\#F_T (n = 10^3) = 14,8$  aus Aufgabenteil c):

$$\frac{\#F_T(n)}{\#F_T(10^3)} = \frac{5}{14,8} = \left(\frac{n}{10^3}\right)^{-k}$$
$$n = 10^3 \cdot \sqrt[k]{\frac{14,8 F}{5 F}} = 1,24 \cdot 10^4$$

Die Verringerung der Fehleranzahl auf etwa ein Drittel erfordert eine Testverlängerung um weitere 11.400 Zufallstests.



Von  $\#F = 1000$  entstandenen Fehlern erkennt der vorgelagerte statische Test  $FC_S = 80\%$ , von den verbleibenden 20% erkennen  $n_0 = 20$  gezielt gesuchte dynamische Tests  $FC_D = 60\%$  und von den dann noch verbleibenden  $20\% \cdot 40\%$  erkennen weitere  $n_1 = 80$  zufällige Tests  $FC_{RT} = 50\%$ . Beseitigung aller erkannten Fehler.

e) Wie viele zusätzliche Zufallstests erfordert eine Erhöhung der fehlerbezogenen Teilzuverlässigkeit auf  $Z_T = 1000 \frac{SL}{FF}$ ?

Ausgehend von  $k = 0,431$  aus Aufgabenteil a) und  $Z_{FT}(n = 10^3) = 224 \frac{SL}{FF}$  aus Aufgabenteil c):

$$\frac{Z_{FT}(n)}{Z_{FT}(10^3)} = \frac{1000 \frac{SL}{FF}}{224 \frac{SL}{FF}} = \left(\frac{n}{10^3}\right)^{k+1}$$
$$n = 10^3 \cdot {}^{k+1}\sqrt{\frac{1000}{224}} = 1,85 \cdot 10^3$$

Die Erhöhung der fehlerbezogenen Teilzuverlässigkeit auf eta das dreifache erfordert nur weitere 850 Zufallstests.



# Reifeprozesse

### Aufgabe 1.15: Zuverlässigkeitswachstum

Ein bei vielen Nutzern eingesetztes Software-System hat nach einer Reifedauer von  $t_0 = 100$  Tagen eine fehlerbezogene Teilzuverlässigkeit von  $Z_{FR}(t_0) = 10^5 \frac{SL}{FF}$ . Der Exponent für die Abnahme der Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler mit der Testsatzlänge sei  $k = 0,4$ . Nach wie vielen weiteren Tagen

- a) verdoppelt und
- b) verzehnfacht

sich die Zuverlässigkeit? Die Testdauer vor dem Einsatz sei gegenüber der Summe der Nutzungsdauern bei allen Anwendern vernachlässigbar. Die Nutzeranzahl, die Nutzungshäufigkeit und die Wahrscheinlichkeit  $p_{BR}$ , dass ein Fehler, wenn er an einer verursachten FF erkannten wird, beseitigt wird, soll sich nicht ändern.



Ein bei vielen Nutzern eingesetztes Software-System hat nach einer Reifedauer von  $t_0 = 100$  Tagen eine fehlerbezogene Teilzuverlässigkeit von  $Z_{FR}(t_0) = 10^5 \frac{SL}{FF}$ . Der Exponent für die Abnahme der Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler mit der Testsatzlänge sei  $k = 0,4$ . Nach wie vielen weiteren Tagen

- a) verdoppelt und
- b) verzehnfacht

$$\frac{Z_{FR}(n)}{Z_{FR}(n_0)} = \left(\frac{n}{n_0}\right)^{k+1} = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{k+1}$$
$$t \approx t_0 \cdot \left(\frac{Z_{FR}(n)}{Z_{FR}(n_0)}\right)^{\frac{1}{k+1}} = 100 \text{ Tage} \cdot \left(\frac{Z_{FR}(n)}{Z_{FR}(n_0)}\right)^{\frac{1}{1,4}}$$

Zusätzlich erforderliche Reifedauer:

$\frac{Z_{FR}(n)}{Z_{FR}(n_0)}$	2	10
$t - t_0$	64 Tage	418 Tage



### Aufgabe 1.16: Erforderliche Reifedauer

Der Exponent für die Abnahme der Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler mit der Testsatzlänge liege im Bereich von  $k = 0,3 \dots 0,5$ . Um welchen Faktor muss die Reifedauer  $t$  gegenüber  $t_0$  erhöht werden,

- damit 90% der noch nicht beseitigten Fehler erkannt und beseitigt werden?
- um die fehlerbezogene Teilzuverlässigkeit  $Z_{FR}$  auf das zehnfache zu erhöhen?



Der Exponent für die Abnahme der Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler mit der Testsatzlänge liege im Bereich von  $k = 0,3 \dots 0,5$ . Um welchen Faktor muss die Reifedauer  $t$  gegenüber  $t_0$  erhöht werden, a) damit 90% der noch nicht beseitigten Fehler erkannt und beseitigt werden?

$$\frac{\#F_R(t)}{\#F_R(t_0)} = 0,1 = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{-k}$$
$$\frac{t}{t_0} = 0,1^{-1/k}$$

$k$	0,3	0,4	0,5
$\frac{t}{t_0}$	2154	316	100

Zur Verringerung der Anzahl der nicht beseitigten Fehler auf ein Zehntel muss die Reifedauer in Abhängigkeit von  $k$  auf das hundert bis mehr als 2.000-fache erhöht werden.



Der Exponent für die Abnahme der Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler mit der Testsatzlänge liege im Bereich von  $k = 0,3 \dots 0,5$ . Um welchen Faktor muss die Reifedauer  $t$  gegenüber  $t_0$  erhöht werden, b) um die fehlerbezogene Teilzuverlässigkeit  $Z_{FR}$  auf das zehnfache zu erhöhen?

$$\frac{Z_{FR}(t)}{Z_{FR}(t_0)} = 10 = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{k+1}$$
$$\frac{t}{t_0} = 10^{1/(k+1)}$$

$k$	0,3	0,4	0,5
$\frac{t}{t_0}$	5,88	5,18	4,64

Zur Erhöhung der fehlerbezogenen Teilzuverlässigkeit auf das zehnfache muss die Reifedauer in Abhängigkeit von  $k$  auf etwa das 5 bis 6-fache erhöht werden. Viel geringere Abhängigkeit von  $k$  abhängig als in der Teilaufgabe zuvor.



# Fehlervermeidung



## Fehleranteil und Ausbeute



## Aufgabe 1.17: Fehleranteil eines Rechners

Ein Steuerrechner besteht aus Leiterplatten, Schaltkreisen, diskreten Bauteilen (Widerständen, Kondensatoren, ...) und Lötstellen.

Bauteil	Anzahl	Fehleranteil	Summation für den gesamten Rechner
Leiterplatten	2	600 dpm	dpm
Schaltkreise	30	200 dpm	+ dpm
diskrete Bauteile	180	10 dpm	+ dpm
Lötstellen	5000	1 dpm	+ dpm
			= dpm

- Wie groß ist der zu erwartende Fehleranteil des Rechners, wenn anderen Arten von Fehlern anzahlmäßig vernachlässigbar sind?
- Auf welchen Wert verringert sich der Fehleranteil, wenn für alle Arten von Bauteilen die Anzahl halbiert wird?



Ein Steuerrechner besteht aus Leiterplatten, Schaltkreisen, diskreten Bauteilen (Widerständen, Kondensatoren, ...) und Lötstellen.

a) Wie groß ist der zu erwartende Fehleranteil des Rechners, wenn anderen Arten von Fehlern anzahlmäßig vernachlässigbar sind?

Bauteil	Anzahl	Fehleranteil		Produkt
Leiterplatten	2	600 dpm		1200 dpm
Schaltkreise	30	200 dpm	+	6000 dpm
diskrete Bauteile	180	10 dpm	+	1800 dpm
Lötstellen	5000	1 dpm	+	5000 dpm
			=	14000 dpm

Von 1000 Rechner enthalten im Mittel 14 beim Verkauf einen Bauteilfehler.



Ein Steuerrechner besteht aus Leiterplatten, Schaltkreisen, diskreten Bauteilen (Widerständen, Kondensatoren, ...) und Lötstellen.

b) Auf welchen Wert verringert sich der Fehleranteil, wenn für alle Arten von Bauteilen die Anzahl halbiert wird?

Bei der halben Bauteilzahl und ansonsten gleichen Werten enthalten im Mittel nur 7 von 1000 Rechnern einen Bauteilfehler.



# Prozesszuverlässigkeit



### Aufgabe 1.18:

- a) Warum sollten Entstehungsprozesse möglichst deterministisch arbeiten?
- b) Wie wird der Reparaturenerfolg bei nicht deterministischen Prozessen kontrolliert?
- c) Warum hat der Fehleranteil von Produkten typischerweise einen sägezahnförmigen Verlauf mit der Nutzungsdauer?



a) Warum sollten Entstehungsprozesse möglichst deterministisch arbeiten?

Determinismus ist Voraussetzung für die Erfolgskontrolle einer Fehlerbeseitigung durch Testwiederholung. Eine Erfolgskontrolle mit klarer ja/nein-Aussage ist die Voraussetzung für den Rückbau nach erfolglosen Fehlerbeseitigungsversuchen und die Fortsetzung der Prozessverbesserung mit den nächsten Fehlersymptomen.



b) Wie wird der Reparaturenerfolg bei nicht deterministischen Prozessen kontrolliert?

Bei nicht deterministischen Prozessen wird der Erfolg von Verbesserungen anhand von Erwartungswerten, Varianzen, Verteilungen, ... messbarer Produkteigenschaften kontrolliert. Verlangt statt einer Prozesswiederholung eine statistisch signifikante Anzahl von sehr vielen Wiederholungen.



c) Warum hat der Fehleranteil von Produkten typischerweise einen sägezahnförmigen Verlauf mit der Nutzungsdauer?

Bei der Einführung neuer Maschinen, Verfahren, ... kommen Fehler in den Prozess und verringern die Prozesszuverlässigkeit. Mit der Prozessnutzung werden diese Fehler und Schwachstellen beseitigt, so dass die Prozesszuverlässigkeit zunimmt, bis die nächste grosse Neuerung eingeführt wird. Neuerungen haben oft geringere störungsbedingte Teilzuverlässigkeit, so dass die Prozesszuverlässigkeit über mehrere »Sägezähne« zunimmt.