# Test und Verlässlichkeit Grosse Übung zu Foliensatz 3

Prof. G. Kemnitz

22. Juni 2017

## Contents


**1 Informationsredundanz** **1**
- 1.1 Fehlererkennende Codes . . . 1
- 1.2 Prüfkennzeichen . . . 2
- 1.3 Fehlerkorr. Codes . . . 4
- 1.4 Hamming-Codes . . . 4

**2 Formatkontrolle** **5**
- 2.1 Syntaxtest . . . 5
- 2.2 Typ und Wertebereich . . . 7

**3 Wertekontrollen** **8**
- 3.1 Mehrfachberechnung und Vergleich . . . 8
- 3.2 Diversität . . . 10
- 3.3 Loop-Back-Test . . . 10


# 1 Informationsredundanz

## 1.1 Fehlererkennende Codes

### Aufgabe 3.1: Arithmetischer Code

1. Bilden Sie für den Bitvektor

$$110010001000011101$$

das fehlererkennende Codewort durch Multiplikation seines Wertes als vorzeichenfreie ganze Binärzahl mit der Primzahl 10313 (Bestimmung des Dezimalwerts, Multiplikation und Konvertierung des Produkts in einen Binärvektor).

2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden mit dem gewählten fehlererkennenden Code Datenverfälschungen erkannt?

3. Werden mit dem gewählten Code Verfälschung erkannt, die die Bitstellen 3 und 14 invertieren?

Hinweis: Die Division ist linear. Laut Überlagerungssatz weicht der Divisionsrest genau dann vom Sollwert ab, wenn die Soll- / Ist-Differenz der Code-Worte einen Divisionsrest ungleich null hat.

### Zur Kontrolle

1. Codewort berechnen:

   - Eingabewert hexadezimal: 11.0010.0010.0001.1101 = 0x3221D
   - Mit Octave (Matlab) Produkt als hexadezimal:

```
>> printf('CW=0x%x\n',0x3221D*10313)
CW=0x7e394245
```

`binär: 0b111.1110.0011.1001.0100.0010.0100.0101`

2. Erkennungswahrscheinlichkeit:

$$p_{\mathrm{E}} \approx 1 - \frac{1}{10313} = 99{,}990\%$$

3. Keine Maskierung, wenn Bit 3 und 14 invertiert ist:

$$\mathrm{Rest}\left(\frac{0\mathrm{b}100.0000.0000.1000}{10313}\right) \neq 0\checkmark$$

Für Differenzen ungleich null, die kleiner als der Quotient sind, immer erfüllt.

## 1.2 Prüfkennzeichen

**Aufgabe 3.2: Prüfsummen**

Bilden Sie für die Bytefolge

`0x13, 0xF2, 0x33, 0xE6`

die Prüfsumme:

1. durch byteweises Aufsummieren unter Vernachlässigung der Überträge und
2. durch bitweise EXOR-Verknüpfung der Bytes.

Welche der beiden Prüfsummen erkennt, dass die nachfolgenden Datenfolgen verfälscht sind?

```
F1: 0x13, 0x33, 0xF2, 0xE6
F2: 0x13, 0xF2, 0x37, 0xE6
F3: 0x13, 0xF1, 0x90, 0x56
```

| Wert unverf. | (Teil-) Prüfsum. | binär |
|---|---|---|
| 0x13 | | |
| 0xF2 | | |
| 0x33 | | |
| 0xE6 | | |
| | EXOR: | |

| Wert F1 | (Teil-) Prüfsum. | binär |
|---|---|---|
| 0x13 | | |
| 0x33 | | |
| 0xF2 | | |
| 0xE6 | | |
| | EXOR: | |

| Wert F2 | (Teil-) Prüfsum. | binär |
|---|---|---|
| 0x13 | | |
| 0xF2 | | |
| 0x37 | | |
| 0xE6 | | |
| | EXOR: | |

| Wert F3 | (Teil-) Prüfsum. | binär |
|---|---|---|
| 0x13 | | |
| 0xF1 | | |
| 0x90 | | |
| 0x56 | | |
| | EXOR: | |

| | erkennbar an Prüfsumme | erkennbar an EXOR-Summe |
|---|---|---|
| F1 | | |
| F2 | | |
| F3 | | |

**Zur Kontrolle**

| Wert | (Teil-) Prüfsum. | binär |
|---|---|---|
| 0x13 | 0x13 | 0001 0011 |
| 0xF2 | 0x05 | 1111 0010 |
| 0x33 | 0x38 | 0011 0011 |
| 0xE6 | 0x1E | 1110 0110 |
| | EXOR: | 0011 0100 |

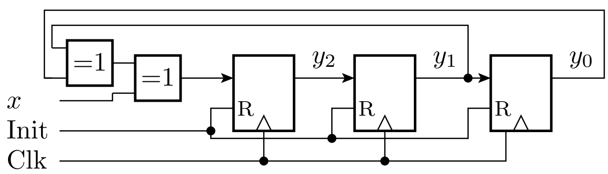
| Wert | (Teil-) Prüfsum. | binär |
|---|---|---|
| 0x13 | 0x13 | 0001 0011 |
| 0x33 | 0x46 | 0011 0011 |
| 0xF2 | 0x38 | 1111 0010 |
| 0xE6 | 0x1E | 1110 0110 |
| | EXOR: | 0011 0100 |

| Wert | (Teil-) Prüfsum. | binär |
|---|---|---|
| 0x13 | 0x13 | 0001 0011 |
| 0xF2 | 0x05 | 1111 0010 |
| 0x37 | 0x3C | 0011 0111 |
| 0xE6 | 0x22 | 1110 0110 |
| | EXOR: | 0011 0000 |

| Wert | (Teil-) Prüfsum. | binär |
|---|---|---|
| 0x13 | 0x13 | 0001 0011 |
| 0xF1 | 0x04 | 1111 0001 |
| 0x90 | 0x94 | 1001 0000 |
| 0x46 | 0xDA | 0100 0110 |
| | EXOR: | 0011 0100 |

**Aufgabe 3.3: Prüfkennzeichen mit LFSR**

Gegeben ist folgendes linear rückgekoppelte Schieberegister:

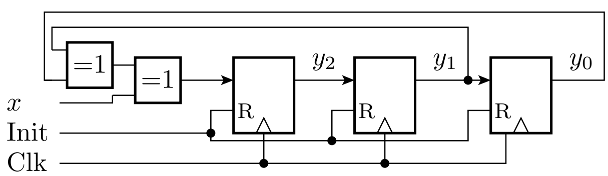



| | $x$ | $y_2$ | $y_1$ | $y_0$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | | | |
| 2 | 1 | | | |
| 3 | 1 | | | |
| 4 | 0 | | | |
| 5 | 0 | | | |
| 6 | 1 | | | |
| 7 | 1 | | | |
| 8 | 0 | | | |
| 9 | 1 | | | |
| 10 | 0 | | | |
| 11 | 0 | | | |
| 12 | 1 | | | |
| 13 | 0 | | | |
| 14 | 1 | | | |
| 15 | 0 | | | |
| PKZ: | | | | |

1. Auf welches Prüfkennzeichen $\mathbf{y} = y_2 y_1 y_0$ wird die Datenfolge 1011 0011 0100 1010 beginnend mit dem linken Bit und Startwert 000 abgebildet? Füllen Sie dazu die Tabelle in der Abbildung aus.
2. Wie hoch ist Fehlererkennungswahrscheinlichkeit?

**Zur Kontrolle**

1. Prüfkennzeichen der Datenfolge 1011 0011 0100 1010:




| | $x$ | $y_2$ | $y_1$ | $y_0$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 12 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 13 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| PKZ: | | 0 | 1 | 0 |

1. Fehlererkennungswahrscheinlichkeit:

$$p_{\mathrm{E}} \approx 1 - 2^{-3} = 87{,}5\%$$

## 1.3 Fehlerkorr. Codes

**Aufgabe 3.4: Berechnung der Kreuzparität**

```
1011001001101000 □
1100001110010011 □
0110010010101101 □
1000100001100101 □   Längsparität
1101001011010011 □
1101000010011110 □
1010011000010101 □
1011010010100110 □
□□□□□□□□□□□□□□□□
   Querparität
```

1. Ergänzen Sie die Bitwerte für die Längs- und Querparität so, dass die Anzahl der Einsen in jeder Zeile und Spalte incl. Paritätsbit gerade ist.
2. Woran ist eine Invertierung des rot unterlegten Bits zu erkennen?

**Zur Kontrolle**

1. Ergänzte Bitwerte für die Längs- und Querparität:

```
1011001001101000 1
1100001110010011 0
0110010010101101 0
1000100001100101 0   Längsparität
1101001011010011 1
1101000010011110 0
1010011000010101 1
1011010010100110 0
1000110111001111
   Querparität
```

2. Die Invertierung des rot unterlegten Bits ist an einem Paritätsfehler in Zeile 6 und in Spalte 7 zu erkennen.

## 1.4 Hamming-Codes

**Aufgabe 3.5: (8,12)-Hamming-Code**

| $b_{12}$ | $b_{11}$ | $b_{10}$ | $b_9$ | $b_8$ | $b_7$ | $b_6$ | $b_5$ | $b_4$ | $b_3$ | $b_2$ | $b_1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_7$ | $x_6$ | $x_5$ | $x_4$ | $q_3$ | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $q_2$ | $x_0$ | $q_1$ | $q_0$ |

$$\begin{aligned} q_0 &= x_0 \oplus x_1 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_6 \\ q_1 &= x_0 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_5 \oplus x_6 \\ q_2 &= x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_7 \\ q_3 &= x_4 \oplus x_5 \oplus x_6 \oplus x_7 \end{aligned}$$

1. Bilden Sie die Codeworte für die darzustellenden Werte: $w_1 = 0x73$, $w_2 = 0x1D$ und $w_3 = 0xD6$.
2. Bestimmen Sie für die Codeworten $c_4 = 0xA24$, $c_5 = 0x5D6$ und $c_6 = 0x141$, ob zulässig oder korrigierbar und wenn zulässig oder korrigierbar, den Wert.

| Bitnummer | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Zuordnung | $x_7$ | $x_6$ | $x_5$ | $x_4$ | $q_3$ | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $q_2$ | $x_0$ | $q_1$ | $q_0$ |
| Kontrollbits | | | | | | | | | | | | |
| $w_1$= 0x73 | | | | | | | | | | | | |
| $w_2$= 0x1D | | | | | | | | | | | | |
| $w_3$= 0xD6 | | | | | | | | | | | | |
| $c_4$= 0xA24 | | | | | | | | | | | | |
| $c_5$= 0x5D6 | | | | | | | | | | | | |
| $c_6$= 0x141 | | | | | | | | | | | | |

**Zur Kontrolle**

| Bitnummer | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Zuordnung | $x_7$ | $x_6$ | $x_5$ | $x_4$ | $q_3$ | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $q_2$ | $x_0$ | $q_1$ | $q_0$ | |
| Kontrollbits | | | | | | | | | | | | | |
| $w_1$= 0x73 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | $c_1$= 0x79E |
| $w_2$= 0x1D | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | $c_2$= 0x1E7 |
| $w_3$= 0xD6 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | $c_3$= 0xDB9 |
| $c_4$= 0xA24 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | $dq_4 = 3$ |
| $c_5$= 0x5D6 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | $dq_5 = 9$ |
| $c_6$= 0x141 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | $dq_6 = 15$ |

$w_4$ : Wert 0xA5 mit verfälschtem $x_0$ ⇒ $w_4$ =0xA4

$w_5$ : Wert 0x5B mit verfälschtem $x_4$ ⇒ $w_5$ =0x4B

$w_6$ : Wert 0x18 mit verfälschtem »Bit 15«, nicht korrigierbar.

# 2 Formatkontrolle

## 2.1 Syntaxtest

### Aufgabe 3.6: Entwurf Kontrollautomat

Ein (vereinfachter) Rechnerbefehlssatz besteht aus vier verschiedenen Befehlstypen

```
add␣rr,rr;
addi␣rr,imm8;
sub␣rr,rr;
subi␣rr,imm8;
```

␣ – Leerzeichen; »rr« Bezeichner eines der 32 Register ("r0", "r1", ... "r31"); »imm8« für die Wert einer 8-Bit Hexzahl ("0x00", "0x01", ..., "0xFF"; "0x" gefolgt von zwei Hex.-Ziffern mit den Zifferenwerten 'A' bis 'F').

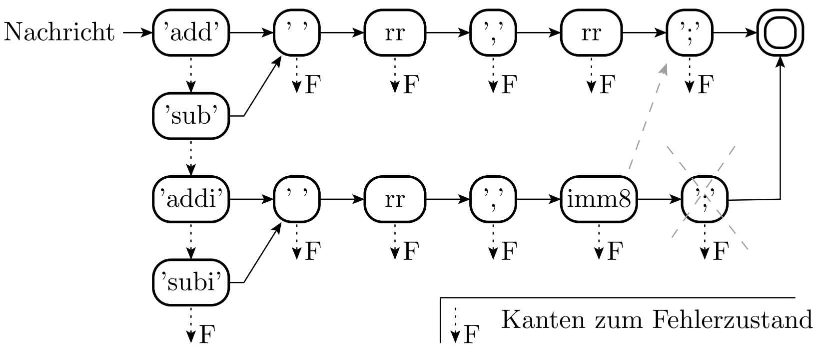
1. Beschreiben Sie das Nachrichtenformat in der EBNF mit den Ersetzungsregeln für Sequenz, Option, Wiederholung etc.
2. Entwerfen Sie einen Kontrollautomaten auf Syntaxfehler als Graph für einen Moore-Automaten.

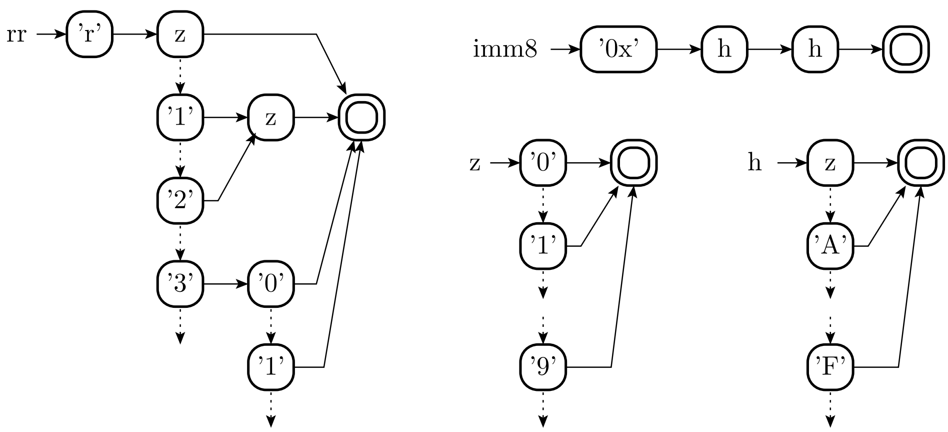
**Zur Kontrolle**

1. EBNF-Beschreiben:

```
Befehl = ('add' | 'sub', '␣', rr, ',', rr,   ';') |
         ('addi'| 'subi','␣', rr, ',', imm8, ';');
rr     = 'r', (z | (('1' | '2'), z) | ('3', ('0'|'1')));
imm8   = '0x', h, h;
z      = '0' | '1' | ... | '9';
h      = z | 'A' | 'B' | ... | 'F'
```

2. Moore-Automat für den Test auf Syntaxfehler:



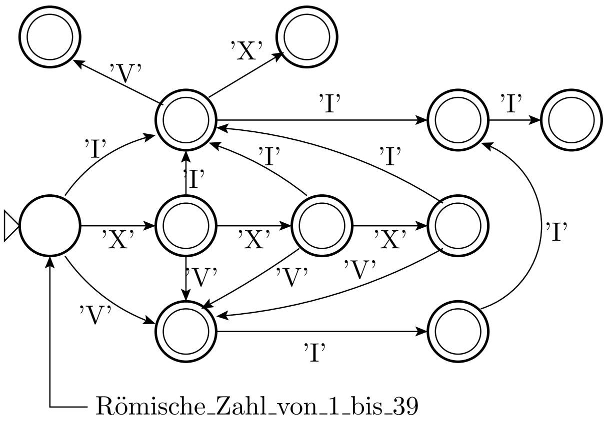

**Aufgabe 3.7: Syntaxtest für römische Zahlen**

Entwerfen Sie einen Mealy-Kontrollautomaten[1] für einen Syntaxtest für römische Zahlen mit einem Wert von 1 bis 39.

| Wert | | Wert | | Wert | | Wert | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | I | 11 | XI | 21 | XXI | 31 | XXXI |
| 2 | II | 12 | XII | 22 | XXII | 32 | XXXII |
| 3 | III | 13 | XIII | 23 | XXIII | 33 | XXXIII |
| 4 | IV | 14 | XIV | 24 | XXIV | 34 | XXXIV |
| 5 | V | 15 | XV | 25 | XXV | 35 | XXXV |
| 6 | VI | 16 | XVI | 26 | XXVI | 36 | XXXVI |
| 7 | VII | 17 | XVII | 27 | XXVII | 37 | XXXVII |
| 8 | VIII | 18 | XVIII | 28 | XXVIII | 38 | XXXVIII |
| 9 | IX | 19 | XIX | 29 | XXIX | 39 | XXXIX |
| 10 | X | 20 | XX | 30 | XXX | | |

[1] Ein Mealy-Automat, der die Zeichen an den Kanten abräumt.

**Zur Kontrolle**




| | | | |
|---|---|---|---|
| I | XI | XXI | XXXI |
| II | XII | XXII | XXXII |
| III | XII | XXII | XXXII |
| IV | XIV | XXIV | XXXIV |
| V | XV | XXV | XXXV |
| VI | XVI | XXVI | XXXVI |
| VII | XVII | XXVII | XXXVII |
| VIII | XVIII | XXVIII | XXXVIII |
| IX | XIX | XXIX | XXXIX |
| X | XX | XX | |

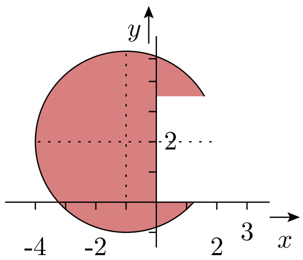
(potentieller) Endzustand

Bei allen Eingaben, für die keine Kante gezeichnet ist, Übergang in den Fehlerzustand.

## 2.2 Typ und Wertebereich

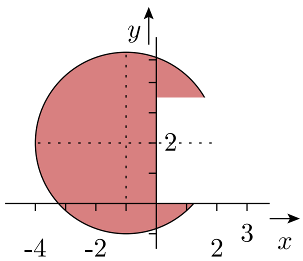
### Aufgabe 3.8: Kontrollausdruck

Die Wertpaare $(x, y)$ sollen Punkte der im nachfolgenden Bild eingezeichneten Kreisfläche mit dem Mittelpunkt $(-1, 2)$ und dem Radius 3 mit dem ausgeschnittenen rechteckigen Bereich sein.




Entwickeln Sie einen Kontrollausdruck für die Wertebereichskontrolle, der genau dann wahr ist, wenn ein Punkt $(x, y)$ im zulässigen Bereich liegt.

**Zur Kontrolle**




Kontrollausdruck für die Wertebereichskontrolle:

$$((x<0)\vee(y<0)\vee(y>3))\wedge\left((x+1)^2+(y-2)^2<3^2\right)$$

### Aufgabe 3.9: Kontrollgüte

Ein System von Wertebereichskontrollen hat von $N_{\mathrm{FF}} = 2000$ Fehlfunktionen $N_{\mathrm{FF.Erk.ist}} = 800$ erkannt. Die Anzahl der erkannten FF sei normalverteilt. Abhängigkeiten zwischen dem Auftreten der Fehlerfunktionen seien vernachlässigbar ($\kappa = 1$).

1. Wie groß ist die Fehlererkennungswahrscheinlichkeit mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1% mindestens?
2. Wie groß ist die Fehlererkennungswahrscheinlichkeit mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1% maximal?

Lösungshinweise:

- Abschätzung des Erwartungswertbereiches der Anzahl der nicht erkannten FF aus einem experimentell bestimmten Ist-Wert.
- Division durch die Anzahl aller Fehlfunktionen.

**Zur Kontrolle**

Bereich des Erwartungswerts mit $X = N_{\text{FF.Erk}}$:

$$\begin{aligned} E(X)_{\min/\max} &= X_{\text{ist}} \mp \sqrt{\kappa \cdot X_{\text{ist}} \cdot \left(1 - \frac{X_{\text{ist}}}{N_{\text{FF}}}\right)} \cdot \Phi^{-1}(1-\alpha) \\ &= 800 \mp \sqrt{800 \cdot \left(1 - \frac{800}{2000}\right)} \cdot 2{,}33 = [749,\ 851] \end{aligned}$$

| $\alpha$ | 4,54% | 0,26% | 0 | 2% | 1% | 0,5% | 0,2% | 0,1% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Phi^{-1}(1-\alpha)$ | 2 | 3 | 4 | 2,05 | 2,33 | 2,57 | 2,88 | 3,10 |

Bereich der Erkennungswahrscheinlichkeit:

$$\begin{aligned} p_{\text{E.min}} &= \frac{E(X)_{\min}}{N_{\text{FF}}} = 37{,}4\% \\ p_{\text{E.max}} &= \frac{E(X)_{\max}}{N_{\text{FF}}} = 42{,}5\% \end{aligned}$$

# 3 Wertekontrollen

## 3.1 Mehrfachberechnung und Vergleich

**Aufgabe 3.10: Vergleichsfenster**

Zwei zu vergleichende voneinander unabhängige normalverteilte Zufallsgrößen $X_1$ und $X_2$ haben denselben Erwartungswert und die Standardabweichungen $\sqrt{D^2(X_1)} = 3$ und $\sqrt{D^2(X_1)} = 4$. Wie groß ist für eine Kontrolle

```
if (abs(X1-X2)>eps) {<Fehlerbehandlung>};
```

der Radius $\varepsilon$ des Vergleichsfenster mindestens zu wählen, damit die Wahrscheinlichkeit für Vergleichs-Phantom-FF $p_{\text{Phan}} \leq 0{,}1\%$ ist?

---

$E(X_1 - X_2) =$

$\sqrt{D^2(X_1 - X_2)} =$

$\varepsilon =$

| $z$ | ...,0 | ...,1 | ...,2 | ...,3 | ...,4 | ...,5 | ...,6 | ...,7 | ...,8 | ...,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,... | 0,5000 | 0,5398 | 0,5793 | 0,6179 | 0,6554 | 0,6915 | 0,7257 | 0,7580 | 0,7881 | 0,8159 |
| 1,... | 0,8413 | 0,8643 | 0,8849 | 0,9032 | 0,9192 | 0,9332 | 0,9452 | 0,9554 | 0,9641 | 0,9713 |
| 2,... | 0,9772 | 0,9821 | 0,9861 | 0,9893 | 0,9918 | 0,9938 | 0,9953 | 0,9965 | 0,9974 | 0,9981 |
| 3,... | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |

**Zur Kontrolle**

- Der Erwartungswert der Differenz unabhängiger Zufallsgrößen ist die Differenz der Erwartungswerte:
$$E\left(X_1 - X_2\right) = 0$$
- Die Varianz der Differenzen ist die Summe der Varianzen:
$$\sqrt{D^2\left(X_1 - X_2\right)} = \sqrt{D^2\left(X_1\right) + D^2\left(X_2\right)} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$
- Standadisierter Normalverteilungswert für beiderseitig $\alpha_1 = \alpha_2 = 0{,}05\%$ ist etwa 3,3.

| $z$ | ...,0 | ...,1 | ...,2 | ...,3 | ...,4 | ...,5 | ...,6 | ...,7 | ...,8 | ...,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,... | 0,5000 | 0,5398 | 0,5793 | 0,6179 | 0,6554 | 0,6915 | 0,7257 | 0,7580 | 0,7881 | 0,8159 |
| 1,... | 0,8413 | 0,8643 | 0,8849 | 0,9032 | 0,9192 | 0,9332 | 0,9452 | 0,9554 | 0,9641 | 0,9713 |
| 2,... | 0,9772 | 0,9821 | 0,9861 | 0,9893 | 0,9918 | 0,9938 | 0,9953 | 0,9965 | 0,9974 | 0,9981 |
| 3,... | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |

- Mindestintervallradius für das Vergleichsfenster:
$$\varepsilon \approx 3{,}3 \cdot 5 = 16{,}5$$

**Aufgabe 3.11: Quantisierungsfehler**

1. Runden Sie die nachfolgenden Werte

```
a = 123,6793; b = 16,7345;
c =   5,9463; d = 24,7832;
```

   auf 4 Nachkommabits.

2. Führen Sie mit den Originalwerten und mit den gerundeten Werten[2] folgende Operationen durch:

   e = a - 7*b;
   f = 5*c - d;
   g = e*f;

Hinweis: Ergänzen Sie in der nachfolgenden Tabelle die gerundeten Werte, ihre Hex-Darstellung und den Rundungsfehler.

| | $w$ (Wert) | $w_{4\text{NKB}}$ | hex($w_{4\text{NKB}}$) | $w - w_{4\text{NKB}}$ |
|---|---|---|---|---|
| a | 123,6793 | | | |
| b | 16,7345 | | | |
| c | 5,9463 | | | |
| d | 24,7832 | | | |
| e=a-7*b | | | | |
| f=5*c-d | | | | |
| g=e*f | | | | |

$w_{4\text{NKB}}$ Wert gerundet auf 4 Nachkommabits.

**Zur Kontrolle**

| | $w$ (Wert) | $w_{4\text{NKB}}$ | hex($w_{4\text{NKB}}$) | $w - w_{4\text{NKB}}$ |
|---|---|---|---|---|
| a | 123,6793 | 123,6875 | 0x7B,B | 0,0082 |
| b | 16,7345 | 16,7500 | 0x10,C | 0,0155 |
| c | 5,9463 | 5,9375 | 0x05,F | 0,0088 |
| d | 24,7832 | 24,8125 | 0x18,D | 0,0293 |
| e=a-7*b | 6,5378 | 6,4375 | 0x6,7 | 0,1003 |
| f=5*c-d | 4,9483 | 4,8750 | 0x4,E | 0,0733 |
| g=e*f | 32,3510 | 31,3750 | 0x1f,6 | 0,9706 |

Zum Vergleich, der Quantisierungsfehler von $\pm 0{,}5$ LSB beträgt $\pm 0,03125$.

[2] Nach jeder Operation ist auf 4 Nachkommabits zu runden.

## 3.2 Diversität

### Aufgabe 3.12: Diversitätsabschätzung

Bei einer Kontrolle durch Verdopplung und Vergleich wurden von $N_{\text{FF}} = 300$ Fehlfunktionen $N_{\text{FF.NErk}} = 5$ nicht erkannt.

1. Auf welchen Bereich der zu erwartenden Anzahl der nicht erkannten Fehlfunktionen lässt das Experiment schließen? Zulässige Irrtumswahrscheinlichkeiten, dass im Experiment ein Werte oberhalb oder unterhalb des Bereichs hätte auftreten können, $\alpha_1 = \alpha_2 = 5\%$.
2. Auf welchen Bereich der Diversität lässt das Experiment schließen?

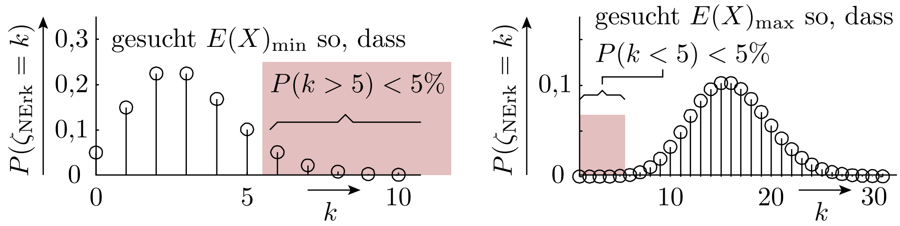
| | $\alpha_1 = \alpha_2 = 5\%$ | | $\alpha_1 = \alpha_2 = 10\%$ | | $\alpha_1 = \alpha_2 = 20\%$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_{\text{ist}}$ | $E(X)_{\min}$ | $E(X)_{\max}$ | $E(X)_{\min}$ | $E(X)_{\max}$ | $E(X)_{\min}$ | $E(X)_{\max}$ |
| 5 | 2,613 | 9,154 | 3,152 | 7,993 | 3,903 | 6,722 |
| 6 | 3,285 | 10,513 | 3,894 | 9,275 | 4,733 | 7,906 |

### Zur Kontrolle

Von $N_{\text{FF}} = 300$ Fehlfunktionen wurden $x_{\text{ist}} = N_{\text{FF.NErk}} = 5$ nicht erkannt. Zulässige Irrtumswahrscheinlichkeiten: $\alpha_1 = \alpha_2 = 5\%$.

---

Garantierbare Unter- und Obergrenze des Erwartungswerts:




| | $\alpha_1 = \alpha_2 = 5\%$ | | $\alpha_1 = \alpha_2 = 10\%$ | | $\alpha_1 = \alpha_2 = 20\%$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_{\text{ist}}$ | $E(X)_{\min}$ | $E(X)_{\max}$ | $E(X)_{\min}$ | $E(X)_{\max}$ | $E(X)_{\min}$ | $E(X)_{\max}$ |
| 5 | 2,613 | 9,154 | 3,152 | 7,993 | 3,903 | 6,722 |
| 6 | 3,285 | 10,513 | 3,894 | 9,275 | 4,733 | 7,906 |

Bereich der Diversität mit $X = N_{\text{FF.NErk}}$:

| | Grenze 1 | Grenze 2 |
|---|---|---|
| Anzahl FF | $E(X)_{\text{UG}} \approx 2{,}613$ | $E(X)_{\text{OG}} \approx 9{,}154$ |
| $E(DV) = \frac{300}{E(X)_{\dots}}$ | ≈114 | ≈33 |

## 3.3 Loop-Back-Test

### Aufgabe 3.13: Zur Lösung am Rechner

Scheiben Sie einen Testrahmen, den das nachfolgende fehlerhafte C-Programm für die Wurzelberechnung

```
uint8_t wurzel(uint16_t x){
 uint8_t w=0;
 uint16_t sum=0;
 while (sum<x){sum += (w<<1)+1;
 w++;}
 return w;
}
```

mit 1000 zufälligen Werten testet. Ergebniskontrolle mit der inversen Funktion und Fenstervergleich

$$y^2 \leq x < (y+1)^2$$

Protokollierung aller $x$ und $y$ , die die Ergebniskontrolle nicht bestehen.