Test und Verlässlichkeit Grosse Übung zu Foliensatz 1

Prof. G. Kemnitz

4. Mai 2017

Contents

1 Modelle

1.1 Service-Modell

Aufgabe 1.1: C-typischer Multiplikationsfehler

Eine Service-Leistung sei definiert durch:

- Eingabeformat: zwei Variablen a und b, 16-Bit vorzeichenfrei
- Ausgabeformat: Rückgabewert 32-Bit vorzeichenfrei
- Sollfunktion: Rückgabe des Produkts a*b
- Fehlerhafte Implementierung als C-Funktion[1]:

```
uint32_t umult16(uint16_t a, uint16_t b){
 return a*b;
}
```

[1] Der Multiplikationsoperator »*« berechnet zuerst ein uint16_t-Produkt und führt erst danach den Typcast auf den 32-Bit-Zieltyp durch.

1. Für welche Eingaben gibt es eine Fehlfunktion?
2. Wie groß ist der Anteil der Eingaben, bei denen eine FF auftritt an der Anzahl aller Eingabemöglichkeiten?
3. Vorschlag zur Fehlerbehebung.

Zur Kontrolle

1. Fehlfunktionen entstehen für Produkte größer $2^{16}-1$.

2. Anzahl der Eingaben bei denen eine FF auftritt: 868028 (Berechnung siehe nächste Folie)

   Anteil: $1-\frac{868\,026}{2^{32}} \approx 99{,}98\%$

3. Vorschlag zur Fehlerbehebung:

```
uint32_t umult16(uint16_t a, uint16_t b){
 return ((uint32_t)a)*b;
}
```

1. Faktor	Anzahl der Möglichkeiten 2. Faktor
0 und 1	je 2^{16}
$i>0$	$\text{floor}\left(\frac{2^{16}-1}{i}\right)+1$

```
s = 2^16;
for i=1:2^16-1
 d = floor((2^16-1)/i)+1;
 s = s + d;
end;
s

i=    1   d=65536    s=131072
i=    2   d=32768    s=163840
i=    3   d=21846    s=185686
...
i= 1300   d=   51    s=573960
...
i=33904   d=    2    s=804766
...
Ergebnis: 868028
```

1.2 Determinismus, Gedächtnis, Hierarchie

Aufgabe 1.2: Determinismus, Gedächtnis, Hierarchie

1. Welche Mittel zur Sicherung der Verlässlichkeit sind nur für deterministische Systeme einsetzbar?
2. Unter welcher Voraussetzung lässt sich ein System mit Gedächtnis wie eines ohne Gedächtnis testen?
3. Warum haben IT-Systeme i. Allg. eine hierarchische Struktur?

Zur Kontrolle

1. Maßnahmen zur Sicherung der Verlässlichkeit, die Determinismus voraussetzen:
   - Ergebniskontrolle durch Soll-/Ist-Vergleich,
   - Fehlerausschluss durch Test,
   - Reparaturkontrolle durch Testwiederholung,
   - Fehlerlokalisierung durch Rückverfolgung, ...

2. Ein System mit Gedächtnis lässt sich wie eines ohne Gedächtnis testen, wenn der Zustand in jedem Testschritt steuer- und beobachtbar ist.

3. Gründe für die hierarchische Struktur von IT-Systemen:
   - Verkleinert die Beschreibungsgröße auf die der Komponenten und Verbindungen.
   - Verringerung des Entwurfsaufwands und damit auch der zu erwartenden Entwurfsfehleranzahl.
   - Mehrfachnutzung, Nachnutzung von Teilentwürfen (Programmbibliotheken, IP-Cores).
   - Mehrfachnutzung der Testlösungen und Testsätze sowie mehrfacher Test der mehrfach genutzten Komponenten.
   - Fehlerbeseitigung durch Komponentenaustausch, ...

Aufgabe 1.4: Programm deterministisch?

Das nachfolgende fehlerhafte Unterprogramm soll für das mit einem Zeiger auf den Anfang und seiner Länge übergebene Feld den kleinsten Wert zurückgeben:

```
int16_t Feld[]= {231, -13, ...}; //Beispielfeld
 ...
 int16_t MinWert(int16_t *Feld, uint16_t len){
  int16_t tmp, *ptr;
  for (ptr=Feld; ptr < Feld+len; ptr++){
    if (*ptr<tmp) tmp = *ptr;
  }
  return tmp;
 }
```

1. Verhält sich das Programm deterministisch? (Begründung)
2. Gibt es ein Testbeispiel, dass den Fehler sicher bei jeder Testwiederholung nachweist?

Zur Kontrolle

1. Deterministisch: Nein. Ergebnis hängt vom zufälligen Anfangswert »tmp« ab.

2. Sicheres Testbeispiel: Nein. Wenn tmp größer als der kleinste Wert im Eingabefeld ist, was für kein Testbeispiel ausschließbar ist, ist der Fehler nicht nachweisbar.

1.3 Potenzielle und Modellfehler

Aufgabe 1.5: Potenzielle und Modellfehler

1. Wie wird kontrolliert, ob ein Fehlverhalten beständig ist?
2. Was ist ein potentieller Fehler, ein Modellfehler und ein Fehlermodell?
3. Worüber erfolgt die Abschätzung der Fehleranzahl in einem System?

Zur Kontrolle

1. Mehrfache Testwiederholung und Ergebnisvergleich. Bei einem beständigen Fehlverhalten liefern die Tests übereinstimmende falsche Ergebnisse.
2. Ein potentieller Fehler wurden definiert als kleinster lokalisierbarer fehlerhafter Teil-Service, kleinste fehlerhafte lokalisierbare Verbindung oder falsch ausgeführte Entstehungs-SL. Ein Modellfehler ist eine Beispielfehler mit simulierbarem Fehlverhalten. Ein Fehlermodell ist ein Algorithmus zur Berechnung einer Menge von Modellfehlern.
3. Die Abschätzung der Fehleranzahl in einem System erfolgt über Metriken für die Größe / Kompliziertheit und verlässlichkeitsbezogene Gütemaße von Entstehungsprozessen, z.B. »Fehler pro 1.000 NLOC«.

Aufgabe 1.6: Multiplikationsfehler

Beschreiben Sie für das fehlerhafte Programm aus Aufgabe 1.1:

```
uint32_t umult16(uint16_t a, uint16_t b){
 return a*b;
}
```

1. den tatsächlichen Fehler,
2. die potentziellen Fehler, wenn alle Anweisungen, Schlüsselworte und vereinbarten Objekte als austauschbar gelten.
3. zwei Fehlermodelle.

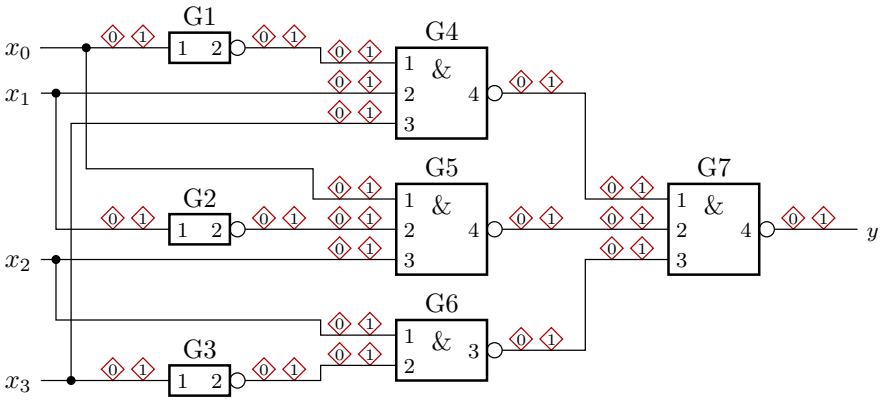
Zur Kontrolle

1. Mögliche Beschreibungen des tatsächlichen Fehlers:
   - Implementierungsfehler des Multiplikationsoperators
   - fehlender Typcast (Korrektur »return (uint32_t)a*b«), ...
2. Potenzielle Fehler:
   - Jede vorhandene Anweisung (Anzahl 3),
   - Jede Variablenzuweisung / -zuordnung: (Anzahl 3),
   - Jeder Operator (Anzahl 1).

   Ohne Zusatzdefinitionen, was genau als potentieller Fehler zählen soll, nicht präzise angebbar.
3. Fehlermodell:
   - jede Anweisung einmal weglassen.
   - jedes berechnete Zwischenergebnis einmal +1 und einmal -1, ...

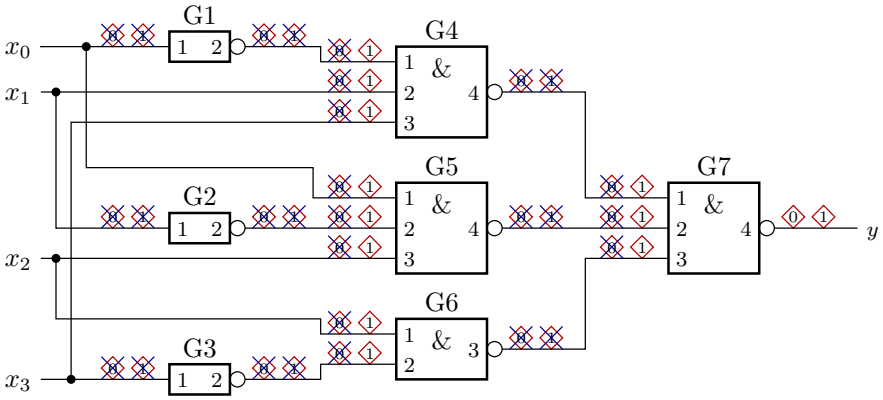
1.4 Das Haftfehlermodell

Aufgabe 1.7: Vereinfachung Haftfehlermenge



1. Streichen Sie alle identisch nachweisbaren Haftfehler.
2. Streichen Sie anschließend alle implizit nachweisbaren Haftfehler.

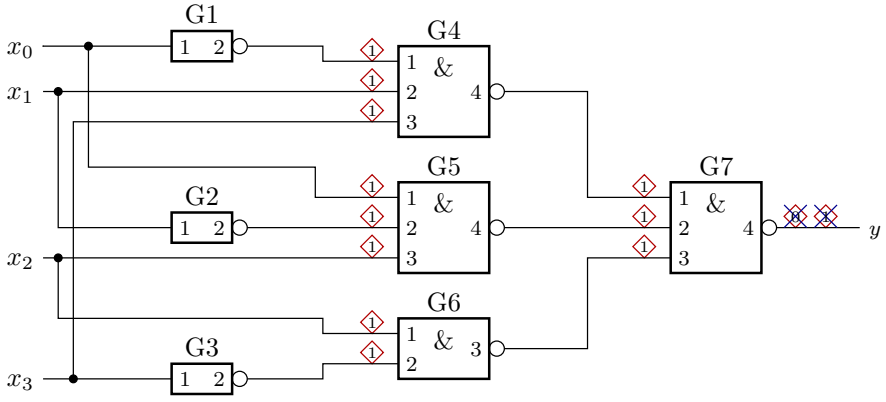
Zur Kontrolle Aufgabenteil 1



Identisch nachweisbare Haftfehler:

- sa0(G1-1), sa1(G1-2), sA1(G4-1)
- ss1(G1-1), sa0(G1-2), sa0(G4-1), sa1(G4-4), sA1(G7-1)
- ...

Zur Kontrolle Aufgabenteil 2



Impliziter Nachweis:

- sa0(G7-4): sa1(G7-1), sa1(G7-2), sa1(G7-3)
- sa1(G7-4): sa1(G4-1), sa1(G4-2), sa1(G4-3), sa1(G5-1), ...

1.5 FHSF-Funktion

Aufgabe 1.8: Pareto-FHSF-Funktion?

Gilt das Pareto-20%-80%-Prinzip[2] auch

1. wenn alle Fehler mit derselben Häufigkeit FF erzeugen:

$$H(x) = \begin{cases} c & \text{für } x = x_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

2. für eine FHSF-Funktion

$$H(x) = \begin{cases} c & \text{für } x_0 \le x \le x_1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(c, x_0, x_1 – Parameter der FHSF-Funktion).

Zur Kontrolle

1. FHSF-Funktion:

$$H(x) = \begin{cases} c & \text{für } x = x_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Wenn alle Fehler mit derselben Wahrscheinlichkeit Fehlfunktionen verursachen, gibt es keine dominanten Fehler, die häufiger als die anderen Fehlfunktionen verursachen. Folglich gilt das Pareto-Prinzip nicht.

2. FHSF-Funktion:

$$H(x) = \begin{cases} c & \text{für } x_0 \le x \le x_1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Anteil der dominanten Fehler in Abhängigkeit von $x_0 \le d \le x_1$:

$$\begin{aligned} \frac{E(\varphi(d))}{E(\varphi)} &= \frac{\int_0^d H(x)\cdot dx}{\int_0^\infty H(x)\cdot dx} = \frac{\int_{x_0}^d c\cdot dx}{\int_{x_0}^{x_1} c\cdot dx} = \frac{c\cdot(d-x_0)}{c\cdot(x_1-x_0)} = 20\% \\ d &= 0{,}8\cdot x_0 + 0{,}2\cdot x_1 \end{aligned}$$

Anteil der FF durch die dominanten Fehler:

$$\begin{aligned} \frac{p_{\mathrm{FFF}}(d)}{p_{\mathrm{FFF}}} &= \frac{\int_0^d \frac{H(x)}{x}\cdot dx}{\int_0^\infty \frac{H(x)}{x}\cdot dx} = \frac{\int_{x_0}^d \frac{c}{x}\cdot dx}{\int_{x_0}^d \frac{c}{x}\cdot dx} = \frac{c\cdot\ln\left(\frac{d}{x_0}\right)}{c\cdot\ln\left(\frac{x_1}{x_0}\right)} = 80\% \\ 0 &= \left(\frac{x_1}{x_0}\right)^{0{,}8} - 0{,}2\cdot\frac{x_1}{x_0} - 0{,}8 \end{aligned}$$

Einzige Lösung wäre $x_1 = x_0$, aber die ist ausgeschlossen, weil dann oben in den Gleichungen im Nenner null stehen würde.

[2] Gibt es ein d für das gilt, das die 20% der Fehler mit maximal $x \le d$ SL je FF 80% der FF verursachen?

Aufgabe 1.9: Fehler und Fehlfunktionen

Gegeben sei folgende FHSF-Funktion:

$$H(x) = c \cdot x^{-(k+1)} \cdot e^{-\frac{n}{x}}$$

($0 < k < 1$, $c > 0$, $n \geq 10^3$ – Parameter). Wie groß sind

1. die zu erwartende Fehleranzahl $E(\varphi)$ und
2. die Wahrscheinlichkeit p_{FFF} einer durch Fehler verursachten FF je SL

in Abhängigkeit von den Parametern k, c und n.

Hilfestellungen:

- Das Integral $\int_0^\infty z^{k-1} \cdot e^{-z} \cdot dz = \Gamma(k)$ ist die Gammafunktion:

k	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$\Gamma(k)$	9,51	4,59	2,99	2,22	1,77	1,49	1,30	1,16

- Für $k > 1$ gilt $\Gamma(k+1) = k \cdot \Gamma(k)$.

Zu Kontrolle Aufgabenteil 1

Fehleranzahl:

$$\begin{aligned} E(\varphi) &= \int_0^\infty H(x) \cdot dx \\ &= \int_0^\infty c \cdot x^{-(k+1)} \cdot e^{-\frac{n}{x}} \cdot dx \end{aligned}$$

Mit der Substitution $z = \frac{n}{x}$; $dx = -\frac{n}{z^2} \cdot dz$

$$\begin{aligned} E(\varphi) &= \int_\infty^0 c \cdot \frac{n^{-(k+1)}}{z^{-(k+1)}} \cdot e^{-z} \cdot \left(-\frac{n}{z^2} \cdot dz\right) \\ &= \frac{c}{n^k} \cdot \underbrace{\int_0^\infty z^{k-1} \cdot e^{-z} \cdot dz}_{\Gamma(k)} = \frac{\Gamma(k) \cdot c}{n^k} \end{aligned}$$

Zu Kontrolle Aufgabenteil 2

Wahrscheinlichkeit einer durch Fehler verursachten FF:

$$p_{\mathrm{FFF}} = \int_0^\infty \frac{H(x)}{x} \cdot dx = \int_0^\infty \frac{c \cdot x^{-(k+1)} \cdot e^{-\frac{n}{x}}}{x} \cdot dx$$

Mit der Substitution $z = \frac{n}{x}$; $dx = -\frac{n}{z^2} \cdot dz$

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{FFF}} &= \int_\infty^0 c \cdot \frac{n^{-(k+2)}}{z^{-(k+2)}} \cdot e^{-z} \cdot \left(-\frac{n_0}{z^2} \cdot dz\right) \\ &= \frac{c}{n^{k+1}} \cdot \underbrace{\int_0^\infty z^k \cdot e^{-z} \cdot dz}_{\Gamma(k+1)=k\cdot\Gamma(k)} \\ &= \frac{\Gamma(k+1) \cdot c}{n^{k+1}} = \frac{k \cdot E(\varphi)}{n} \end{aligned}$$

Aufgabe 1.10: Kontrollfragen

1. Wie lauten die drei Ebenen zur Sicherung der Verlässlichkeit?
2. Was unterscheidet Modellfehler von potentiellen Fehlern?
3. Was besagt das Pareto-Prinzip für Fehler und Fehlfunktionen?
4. Sind die potentiellen Fehler in einem im Rechner eingebauten Schaltkreis eine Teilmenge der potentiellen Fehler des Rechners?
5. Nennen Sie Gründe, warum IT-Systeme vorzugsweise deterministisch arbeiten sollten?
6. Unter welchen Bedingungen verursacht ein Modellfehler ein unbeständiges Fehlverhalten? Nennen Sie Beispiele.
7. Wozu dienen die Einschalttests, die i. Allg. jeder Rechner nach einem Neustart zuerst ausführt?

Antwort auf Kontrollfrage 1

Die drei Ebenen zur Sicherung der Verlässlichkeit:

- Fehlervermeidung während der Entstehungsprozesse durch Prozessüberwachung und Beseitigung von Ursachen für die Fehlerentstehung,
- Test und Fehlerbeseitigung vor und während des Einsatzes und
- während des Einsatzes Überwachung von Service- und Teil-Service-Leistungen + Schadesbegrenzung, Wiederholung, ... bis zur Ergebniskorrektur bei nicht erbrachten SL und erkannten Fehlfunktionen.

Antwort auf die Kontrollfragen 2 und 3

Was unterscheidet Modellfehler von potentiellen Fehlern?

- Modellfehler haben ein exakt simulierbares Verhalten.
- Ein potentieller Fehler, z.B. ein defektes Gatter kann unterschiedliche Wirkungen haben.

Was besagt das Pareto-Prinzip für Fehler und Fehlfunktionen?

- Die Mehrheit der Fehlfunktionen werden durch einen kleinen Anteil der Fehler verursacht.
- Die meisten Fehler werden durch einen kleinen Teil der möglichen Ursachen im Entstehungsprozess verursacht.

Antwort auf Kontrollfrage 4

Sind die potentiellen Fehler in einem im Rechner eingebauten Schaltkreis eine Teilmenge der potentiellen Fehler des Rechners?

- Auf der Betrachtungsebene Rechner ist der Schaltkreis insgesamt ein potentieller Fehler, innerhalb von dem keine detailliertere Lokalisierung angestrebt wird.
- Auf der Betrachtungsebene Schaltkreis hat der Schaltkreis viele unterschiedliche Bestandteile, die als Ursache eines Fehlverhaltens lokalisiert werden können. Im Rechner bilden diese zusammen den potentiellen Fehler »Schaltkreis defekt«.

Antwort auf die Kontrollfragen 5 bis 7

Nennen Sie Gründe, warum IT-Systeme vorzugsweise deterministisch arbeiten sollten?

- Test: Konstruktion von Eingaben, bei denen immer dasselbe Fehlverhalten beobachtbar ist.
- Reparatur: Erfolgskontrolle durch Wiederholung.
- Lokalisierung: Nachträgliche Berechnung von Zwischenwerten.

Unter welchen Bedingungen verursacht ein Modellfehler ein unbeständiges Fehlverhalten? Nennen Sie Beispiele.

- Verursachung von zusätzlichem Speicherverhalten.
- Fehlerbedingte Abhängigkeit von Daten fremder Programme.

Wozu dienen die Einschalttests, die im allg. jeder Rechner nach einem Neustart zuerst ausführt?

- Kontrolle auf Ausfälle.

2 Wahrscheinlichkeit

Aufgabe 1.11: Würfelexperiment

X und Y seien die zufälligen Augenzahlen bei der Durchführung des Versuchs »Würfeln mit zwei Würfeln«:

1. $X + Y > 8$
2. $X > Y$
3. $(X = 5) \wedge (Y < 5)$
4. $X \cdot Y$ ist durch drei teilbar.

Bestimmen Sie jeweils

- die möglichen Ergebnisse und deren Anzahl,
- die günstigen Ergebnisse und deren Anzahl,
- die Wahrscheinlichkeit bei gleicher Auftrittshäufigkeit aller möglichen Ergebnisse.

Zur Kontrolle Aufgabenteil 1 und 2

1. $X + Y > 8$
   - Anzahl der Möglichkeiten: 36
   - günstig: 3+6, 4+5, 4+6, 5+4, bis 5+6, 6+3 bis 6+6
   - Anzahl günstig: 1+2+3+4=10
   - Wahrscheinlichkeit: 10/36

2. $X > Y$
   - Anzahl der Möglichkeiten: 36
   - günstig: 2>1, 3>1, 3>2, 4>1 bis 4>3, 5>1 bis 5>4, 6>1 bis 6>5
   - Anzahl günstig: 1+2+3+4+5=15
   - Wahrscheinlichkeit: 15/36

Zur Kontrolle Aufgabenteil 3 und 4

3. $(X = 5) \wedge (Y < 5)$
   - Anzahl der Möglichkeiten: 36
   - günstig: (5,1) bis (5,4)
   - Anzahl günstig: 4
   - Wahrscheinlichkeit: 4/36

4. $X \cdot Y$ ist durch drei teilbar.
   - Anzahl der Möglichkeiten: 36
   - günstig: (3,1) bis (3,6), (1,3), (2,3), (4,3), (5,3), (6,1) bis (6,6), (1,6), (2,6), (4,6), (5,6)
   - Anzahl günstig: 20
   - Wahrscheinlichkeit: 20/36

2.1 Verkettete Ereignisse

Aufgabe 1.12: Verkettete Würfelereignisse

- Welche möglichen Ergebnisse hat das Zufallsexperiment »auswürfeln einer Zahl, bei einer Sechs darf ein zweites Mal gewürfelt werden«?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt jedes der möglichen Ergebnisse ein?

Zur Kontrolle

mögliche Ergebnisse	Wahrscheinlichkeit
1 bis 5,	6^{-1}
6+1 bis 6+5	6^{-2}
6+6+1 bis 6+6+5	6^{-3}
...	...

Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Möglichkeiten:

$$\frac{5}{6} + \frac{5}{6^2} + \frac{5}{6^3} + \ldots = 5 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} 6^{-i} = 5 \cdot \frac{\frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{6}} = 1 \surd$$

Aufgabe 1.13: Fehlfunktionen und Fehlernachweis

Ein System habe vier Fehler, die unabhängig von einander mit den Wahrscheinlichkeiten $p_1 = 10\%$, $p_2 = 20\%$, $p_3 = 5\%$ und $p_4 = 1\%$ eine Fehlfunktion je Service-Leistung verursachen.

1. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit p_{FFF} einer durch Fehler verursachten Fehlfunktion je SL?
2. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass zehn Service-Leistungen korrekt ausgeführt werden?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für jeden der vier Fehler, dass er bei mindestens einer der zehn Service-Anforderungen eine FF verursacht?

Zur Kontrolle

1. Versagen einer einzelnen Service-Anforderung:

$$\begin{aligned} B &= A_1 \vee A_2 \vee A_3 \vee A_4 \\ B &= \overline{\bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 \bar{A}_4} \\ P(B) &= 1 - 0{,}9 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}99 = 23{,}3\% \end{aligned}$$

2. Korrekte Ausführung von zehn Service-Leistungen:

$$P(C) = (1 - P(B))^{10} = (1 - 23{,}3\%)^{10} = 2\%$$

3. Mindestens eine durch Fehler i verursachte FF bei zehn Service-Anforderungen:

$$\begin{aligned} P(D_1) &= 1 - (1 - 10\%)^{10} = 65\% \\ P(D_2) &= 1 - (1 - 20\%)^{10} = 89\% \\ P(D_3) &= 1 - (1 - \ 5\%)^{10} = 40\% \\ P(D_4) &= 1 - (1 - \ 1\%)^{10} = 9{,}6\% \end{aligned}$$

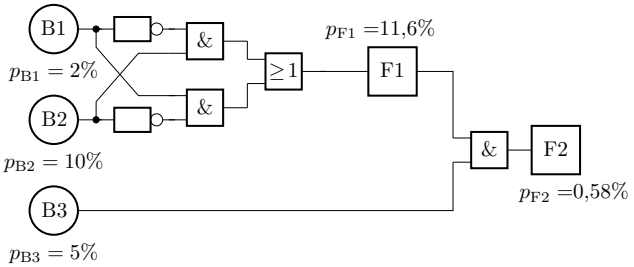
2.2 Fehlerbaumanalyse

Aufgabe 1.14: Fehlerbaumanalyse

1. Entwickeln Sie den Fehlerbaum für folgenden Zusammenhang:
   - Ereignis F_1 tritt ein, wenn entweder B_1 und nicht B_2 oder nicht B_1 und B_2 eintritt.
   - Das Ereignis F_2 tritt nur ein, wenn F_1 und B_3 eintreten.

2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für F_1 und F_2 für den Fall, dass die Wahrscheinlichkeiten der Basisereignisse $p_{\mathrm{B1}} = 2\%$, $p_{\mathrm{B2}} = 10\%$ und $p_{\mathrm{B3}} = 5\%$ betragen.

Zur Kontrolle

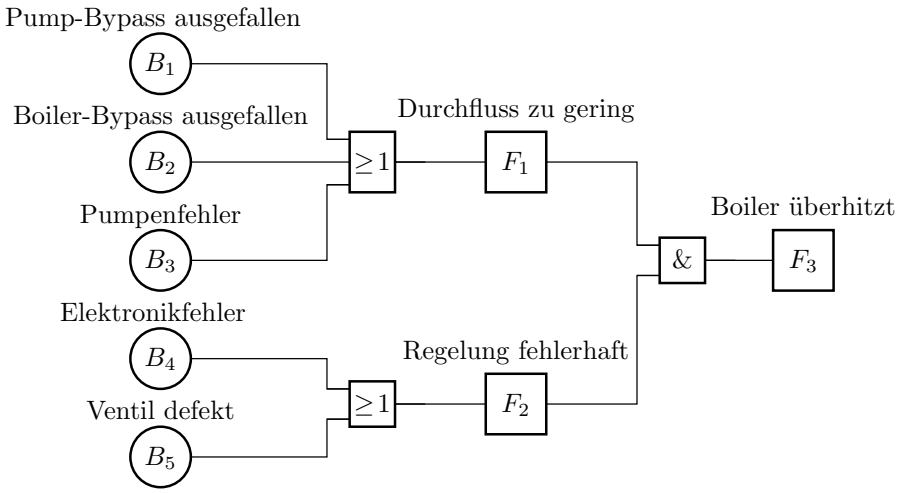


$$\begin{aligned} P\left(\mathrm{B1} \wedge \overline{\mathrm{B2}}\right) &= p_{\mathrm{B1}} \cdot (1 - p_{\mathrm{B2}}) = 2\% \cdot 90\% = 1{,}8\% \\ P\left(\mathrm{B2} \wedge \overline{\mathrm{B1}}\right) &= p_{\mathrm{B2}} \cdot (1 - p_{\mathrm{B1}}) = 10\% \cdot 98\% = 9{,}8\% \\ p_{\mathrm{F1}} &= P\left(\mathrm{B1} \wedge \overline{\mathrm{B2}}\right) + P\left(\mathrm{B2} \wedge \overline{\mathrm{B1}}\right)^{*} = 1{,}8\% + 9{,}8\% = 11{,}6\% \\ p_{\mathrm{F2}} &= P(\mathrm{F1} \wedge \mathrm{B3}) = 11{,}6\% \cdot 5\% = 0{,}58\% \end{aligned}$$

(* Die Bedingungen $\mathrm{B1} \wedge \overline{\mathrm{B2}}$ und $\mathrm{B2} \wedge \overline{\mathrm{B1}}$ schließen sich gegenseitig aus.)

Aufgabe 1.15: Auswerten eines Fehlerbaums

In dem nachfolgenden Fehlerbaum haben die Basisereignisse B_1 bis B_5 die geschätzen Wahrscheinlichkeiten $p_{\mathrm{B}i} \approx 0{,}1\%$ pro Tag.



Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten $p_{\mathrm{F}i}$ der Fehlerereignisse F_1 bis F_3 pro Tag.

Zur Kontrolle

$$
\begin{aligned}
p_{\mathrm{F1}} &= 1-(1-P(B_1))\cdot(1-P(B_2))\cdot(1-P(B_3)) \\
&\approx P(B_1)+P(B_2)+P(B_3) = 0,3\frac{\%}{\mathrm{Tag}} \\
p_{\mathrm{F2}} &= 1-(1-P(B_4))\cdot(1-P(B_5)) \approx 0,2\,\frac{\%}{\mathrm{Tag}} \\
p_{\mathrm{F3}} &= p_{\mathrm{F1}}\cdot p_{\mathrm{F2}} \approx 6\cdot 10^{-6}\,\mathrm{Tag}^{-1}
\end{aligned}
$$

2.3 Markov-Ketten

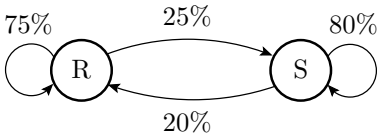
Aufgabe 1.16: Wettervorhersage mit Markov-Kette

Für ein Gebiet mit längeren Regen- und Trockenzeiten soll die Wettervorhersage für den nächsten Tag durch einen Markov-Prozess mit den zwei Zuständen R – »Regen« und S – »Sonnenschein« beschrieben werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass auf einen Regentag wieder ein Regentag folgt, sei 75% und die Wahrscheinlichkeit, dass auf einen Sonnentag wieder ein Sonnentag folgt, sei 80%.

1. Beschreiben Sie den Sachverhalt als Markov-Kette mit dem Startzustand »Regentag«.
2. Stellen Sie die Übergangsfunktion auf.
3. Wenn es am Tag $i = 0$ regnet, wie groß ist für die Tage $i = 1$ bis 4 die Wahrscheinlichkeit, dass die Sonne scheint?

Zur Kontrolle

1. Markov-Kette:



2. Übergangsfunktion:

$$\begin{pmatrix} P(R) \\ P(S) \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} 0{,}75 & 0{,}2 \\ 0{,}25 & 0{,}8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P(R) \\ P(S) \end{pmatrix}_{n}$$

$P(R)_0 = 100\%$, $P(S)_0 = 0$

Simulationsergebnisse für die Tage 1 bis 4

Tag	0	1	2	3	4
$P(R)$	1	0,75	0,6125	0,53687	0,49528
$P(S)$	0	0,25	0,3875	0,46313	0,50472

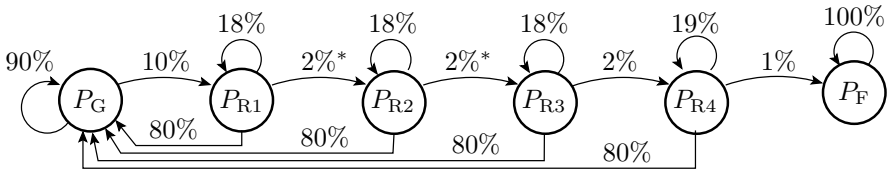
Aufgabe 1.17: Risikoanalyse

Eine schwerwiege Fehlfunktion bei einer Maschine kann nur auftreten, wenn sie vom Grundzustand G nacheinander in höhere Riskozustände R_1 bis R_4 übergeht. Das Bedienpersonal erkennt erhöhte Risikozustände mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% und initialisiert das System dann neu (Rückkehr in den Grundzustand G). Die Wahrscheinlichkeit für den Übergang von einem in den nächsten Risikozustand betrage in jedem Zeitschritt, wenn nicht neuinitialisiert wird, 10%. In Risikozustand R_4 tritt ohne rechtzeitige Neuinitialisierung mit 5% die schwerwiegende Fehlersituation F ein.

1. Beschreiben Sie den Sachverhalt mit einer Markov-Kette.
2. Simulation der Markov-Kette für 10 Schritte.
3. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass nach $n = 10^6$ Zeitschritten die schwerwiegende Fehlersituation mindestens einmal eingetreten ist?

Zur Kontrolle

1. Beschreiben des Sachverhalts als Markov-Kette:



2. Simulationsprogramm:

```
PN = 100; PR1 = 0; PR2=0; PR3=0; PR4=0; PF=0;
fprintf('  n|  P(N)|  P(R1)| P(R2)| P(R3)| P(R4)  |  P(F)\n');
for n = 1:10
 PN  = PN *0.9 + PR1*0.8 + PR2*0.8 + PR3*0.8 + PR4*0.8;
 PR1 = PN *0.10 + PR1*0.18;
 PR2 = PR1*0.02 + PR2*0.18;
 PR3 = PR2*0.02 + PR3*0.18;
 PR4 = PR3*0.02 + PR4*0.19;
 PF  = PR4*0.01 + PF;
 fprintf('%3i|%6.3f| %6.3f|%6.3f|%6.3f|%8.6f|%8.6f\n',
           n, PN, PR1, PR2, PR3, PR4, PF);
end;
```

Simulationsergebnis:

n	P(N)	P(R1)	P(R2)	P(R3)	P(R4)	P(F)
1	90.000	9.000	0.180	0.004	0.000072	0.000001
2	88.347	10.455	0.241	0.005	0.000123	0.000002
3	88.074	10.689	0.257	0.006	0.000146	0.000003
4	88.029	10.727	0.261	0.006	0.000154	0.000005
5	88.021	10.733	0.262	0.006	0.000157	0.000007
6	88.020	10.734	0.262	0.006	0.000157	0.000008
7	88.020	10.734	0.262	0.006	0.000158	0.000010
8	88.020	10.734	0.262	0.006	0.000158	0.000011
9	88.020	10.734	0.262	0.006	0.000158	0.000013
10	88.020	10.734	0.262	0.006	0.000158	0.000014
10^6	86.491	10.548	0.257	0.006	0.000155	1.562945

Wahrscheinlichkeit, dass nach $n = 10^6$ Zeitschritten die schwerwiegende Fehlersituation mindestens einmal eingetreten ist:

$$P\,(F)_{10^6} = 1{,}58\%$$

Aufgabe 1.18: Speicherfehlernachweis

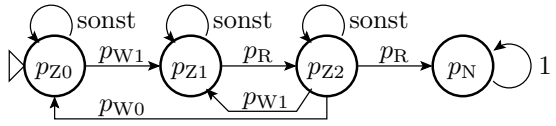
Beschreiben Sie den Fehlernachweis der nachfolgenden Speicherfehler durch Markov-Ketten:

1. zerstörendes Lesen einer 0: Der Inhalt von Speicherzelle i wird beim Lesen verändert, nachweisbar durch eine Folge
   - »Schreibe 1 in Zelle i,
   - Lese Zelle i,
   - Lese Zelle i ohne zwischenzeitlichen Schreibzugriff auf i.
2. Kopplungsfehler: Schreiben einer 1 in Zelle i verändert Zelle j von 0 nach 1, nachweisbar durch folgende Folge:
   - Schreibe 0 in Zelle j
   - Schreibe eine 1 in Zelle i
   - Lese Zelle j ohne zwischenzeitlichen Schreibzugriff auf Zelle j.

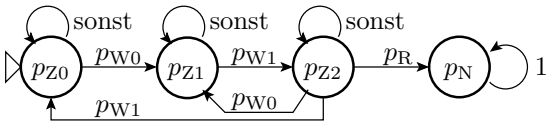
Wahrscheinlichkeit: $p_{\mathrm{W0}} = \frac{1}{4 \cdot N_{\mathrm{A}}}$, $p_{\mathrm{W1}} = \frac{1}{4 \cdot N_{\mathrm{A}}}$ – Schreiben einer 0 bzw. 1 auf einen Speicherplatz; $p_{\mathrm{R}} = \frac{1}{2 \cdot N_{\mathrm{A}}}$ – Lesen eines Speicherplatzes; N_{A} – Anzahl der Speicherplätze.

Zur Kontrolle

Zerstörendes Lesen einer 0:



Kopplungsfehler:



p_{Z0}	Fehler nicht anregbar	p_{Z2}	Zustand kontaminiert
p_{Z1}	Fehler anregbar	p_{N}	Fehler nachgewiesen

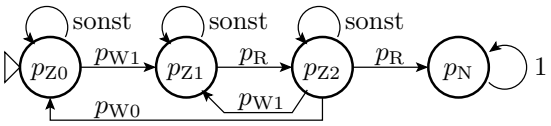
Aufgabe 1.19: Speicherfehlernachweis Fortsetzung

1. Schreiben Sie für die erste Markov-Ketten ein Simulationsprogramm zur Bestimmung der Zustandswahrscheinlichkeiten.
2. Stellen Sie die Nachweiswahrscheinlichkeit je Testschritt als die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass der Fehler in Schritt n nachgewiesen wird, wenn er in Schritt $n-1$ noch nicht nachgewiesen war

$$p\left(n\right)=\frac{p_{\mathrm{N}}\left(n+1\right)-p_{\mathrm{N}}\left(n\right)}{1-p_{\mathrm{N}}\left(n\right)}$$

   für n im Bereich von 1 bis 5000 graphisch dar.
3. Warum stellt sich für die Nachweiswahrscheinlichkeit je Testschritt ein konstanter Wert ein und wie groß ist dieser (ab $n \geq 2000$)?

Zur Kontrolle Aufgabenteil 1



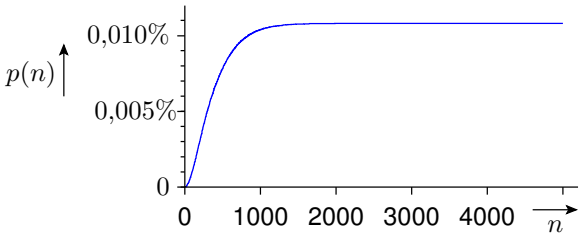

```
pZ0=1; pZ1=0; pZ2=0; pN(1)=0; N=5000;
NA=128; pR = 1/(2*NA); pW = 1/(4*NA);
for n=1:N
  pZ0     = pZ0 * (1- pW) + pZ2 * pW;
  pZ1     = pZ0 *     pW  + pZ1 * (1-pW);
  pZ2     = pZ1 *     pR  + pZ2 * (1-pW-pR);
  pN(n+1) = pN(n) + pZ2 * pR;
  p(n)    = pZ2*pR / (pZ0+pZ1+pZ2); % Vermeidung kleiner Differenzen ...
end
plot(1:N, p);
```

Zur Vermeidung kleiner Differenzen großer Zahlen, Ersatz von $p_{\mathrm{N}}\left(n\right)-p_{\mathrm{N}}\left(n-1\right)$ durch $p_{\mathrm{Z2}}\cdot p_{\mathrm{R}}$ und $1-p_{\mathrm{N}}$ durch $p_{\mathrm{Z0}}+p_{\mathrm{Z1}}+p_{\mathrm{Z2}}$:

$$p\left(n\right)=\frac{p_{\mathrm{N}}\left(n+1\right)-p_{\mathrm{N}}\left(n\right)}{1-p_{\mathrm{N}}\left(n\right)}=\frac{p_{\mathrm{Z2}}\cdot p_{\mathrm{R}}}{p_{\mathrm{Z0}}+p_{\mathrm{Z1}}+p_{\mathrm{Z2}}}$$

Zur Kontrolle Aufgabenteil 2 und 3

Nachweiswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Testsatzlänge:



Die Nachweiswahrscheinlichkeit

$$p\left(n\right)=\frac{p_{\mathrm{Z2}}\cdot p_{\mathrm{R}}}{p_{\mathrm{Z0}}+p_{\mathrm{Z1}}+p_{\mathrm{Z2}}}$$

bleibt konstant, weil sich in den zyklisch verbundenen Zuständen Z_0 bis Z_2 konstante Wahrscheinlichkeitsverhältnisse einstellen. Nachweiswahrscheinlichkeit für $n \geq 2000$ ist 0,0104%.

3 Kenngrößen der Verlässlichkeit

3.1 Verfügbarkeit

Aufgabe 1.20: Reparaturplanung

Für eine Steuerung betrage die mittlere Zeit zwischen zwei Ausfällen mindestens zwei Jahre. Wie groß darf die mittlere Reparaturzeit maximal sein, damit die Steuerung mit einer Wahrscheinlichkeit

$$p_\mathrm{V} \geq 1 - 10^{-6}$$

verfügbar ist?

Zur Kontrolle

Mittlere Zeit zwischen zwei Ausfällen:

$$MTBF_\mathrm{V} = 2\,\mathrm{Jahre}$$

Geforderte Wahrscheinlichkeit der Verfügbarkeit:

$$1 - 10^{-6} \leq p_\mathrm{V} \quad = \quad \frac{MTBF_\mathrm{V}}{MTBF_\mathrm{V} + MTTR}$$

Zulässige mittlere Reparaturzeit:

$$MTTR \leq \frac{MTBF_\mathrm{A} \cdot (1 - p_\mathrm{V})}{p_\mathrm{V}} = 2\,\mathrm{Jahre} \cdot 10^{-6} = 61{,}5\,\mathrm{s}$$

Eine so kurze mittlere Reparaturzeit verlangt automatischen Ersatz / Rekonfiguration.

3.2 Zuverlässigkeit

Aufgabe 1.21: Zuverlässigkeit Gesamtsystem

Ein IT-System bestehe aus Komponenten mit den folgendenTeilzuverlässigkeiten in Form der mittleren Anzahl von Service-Leistungen je Fehlfunktion:

Teilsystem	Rechner	Festplatte	Stromversorgung	sonstiges
Teilzuverlässigkeit	Z_R	Z_FP	Z_SV	Z_*
Wert in SL/FF	1000	500	700	2000

Welche Zuverlässigkeit hat das Gesamtsystem, wenn bei jeder Fehlfunktion einer Komponenten auch das Gesamtsystem eine Fehlfunktion hat?

Zur Kontrolle

Gesamtzuverlässigkeit:

$$Z_\mathrm{ges} = \frac{1}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{500} + \frac{1}{700} + \frac{1}{2000}} = 203\,\frac{\mathrm{SL}}{\mathrm{FF}}$$

Die Gesamtzuverlässigkeit wird am meisten von den unzuverlässigsten Teilsystemen bestimmt.

Aufgabe 1.22: Zuverlässigkeiterhöhung durch Redundanz

Auf welchen Wert erhöht sich die Gesamtzuverlässigkeit, wenn der Speicher durch ein RAID aus zwei Platten vom bisherigen Typ ersetzt wird, und das RAID nur eine Fehlfunktion weitergibt, wenn beide Platten zeitgleich eine Fehlfunktion haben?

Alle Teilzuverlässigkeiten wie Aufgabe zuvor.

Zur Kontrolle

Das RAID versagt, wenn beide Platten (gleichzeitig) versagen:

$$\begin{aligned}\frac{1}{Z_{\mathrm{RAID}}} &= 1 - p_{\mathrm{Z.RAID}} = (1 - p_{\mathrm{Z.FP}})^2 = \frac{1}{Z_{\mathrm{FP}}^2} \\ Z_{\mathrm{RAID}} &= 500^2 \, \frac{\mathrm{SL}}{\mathrm{NTFF}}\end{aligned}$$

(NTFF – nicht tolerierte FF). Gesamtzuverlässigkeit mit RAID statt Einzelplatte:

$$Z_{\mathrm{ges}} = \frac{1}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{500^2} + \frac{1}{700} + \frac{1}{2000}} = 341 \, \frac{\mathrm{SL}}{\mathrm{FF}}$$

Mit einem RAID als Festplatte wird die Gesamtzuverlässigkeit von den nun am unzerlässigsten Teilsystemen bestimmt.

3.3 Sicherheit

Aufgabe 1.23: Zuverlässigkeit und Sicherheit

Bei einem IT-System mit einer mittleren Zeit zwischen zwei Fehlfunktionen von 10^3 Stunden gefährde abschätzungsweise jede hundertste Fehlfunktion die Betriebssicherheit.

Welche Betriebssicherheit hat ein Service mit einer Dauer von einer Stunde?

Zur Kontrolle: $Z_{\mathrm{S}} \approx 10^5$ SL/SFF (SL – Service-Leistungen; SFF – sicherheitskritische Fehlfunktionen)

3.4 Fehlerentstehung

Aufgabe 1.24: Fehleranteil eines Rechners

Ein Steuerrechner besteht aus Leiterplatten, Schaltkreisen, diskreten Bauteilen (Widerständen, Kondensatoren, ...) und Lötstellen.

Bauteil	Anzahl	Fehleranteil	Produkt
Leiterplatten	2	600 dpm	dpm
Schaltkreise	30	200 dpm	+ dpm
diskrete Bauteile	180	10 dpm	+ dpm
Lötstellen	5000	1 dpm	+ dpm
			= dpm

1. Wie groß ist der zu erwartende Fehleranteil des Rechners, wenn anderen Arten von Fehlern anzahlmäßig vernachlässigbar sind?
2. Auf welchen Wert verringert sich der Fehleranteil, wenn für alle Arten von Bauteilen die Anzahl halbiert wird?

Zu Kontrolle

Bauteil	Anzahl	Fehleranteil	Produkt
Leiterplatten	2	600 dpm	1200 dpm
Schaltkreise	30	200 dpm	+ 6000 dpm
diskrete Bauteile	180	10 dpm	+ 1800 dpm
Lötstellen	5000	1 dpm	+ 5000 dpm
			= 14000 dpm

1. Von 1000 Rechner enthalten im Mittel 14 beim Verkauf einen Bauteilfehler.
2. Bei der halben Bauteilzahl und ansonsten gleichen Werten enthalten im Mittel nur 7 von 1000 Rechnern einen Bauteilfehler.

Aufgabe 1.25: Software-Fehler im Einsatz

Wie viele Fehler sind in einem Software-System mit 10^5 NLOC zu erwarten, wenn nach dem Entwurf 3% der Nettocodezeilen fehlerhaft sind und der Test 60% der Fehler erkennt?

Zur Kontrolle: Zu erwartende Anzahl der

- entstehenden Fehler: 3000
- gefundenen Fehler: 1800
- nicht gefundenen Fehler: 1200

4 Sicherung der Verlässlichkeit

4.1 Überwachung

Aufgabe 1.26: Scheinbare und tatsächliche Zuverlässigkeit

Bei der Überwachung von $N_{\mathrm{SL}} = 10.000$ Service-Leistungen wurden $N_{\mathrm{FF}} = 100$ Fehlerfunktionen beobachtet. Eine gründliche Nachkontrolle ergab, dass von den 100 beobachteten FFs 10 Phantom-FFs waren und das 50 FFs übersehen wurden. Wie groß sind unter der Annnahme, dass es bei der Nachkontrolle keine Fehler gab, abschätzungsweise

1. die scheinbare Zuverlässigkeit aus der ersten Kontrolle,
2. die tatsächliche Zuverlässigkeit mit Kompensation der Kontrollfehlfunktionen,
3. die Erkennungswahrscheinlichkeit der ersten Kontrolle und
4. die Phantom-FF-Wahrscheinlichkeit der ersten Kontrolle?

Zur Kontrolle

1. Scheinbare Zuverlässigkeit nach der ersten Kontrolle:
$$Z^* \approx \frac{N_{\mathrm{SL}}}{N^*_{\mathrm{FF}}} = \frac{10^4\,\mathrm{SL}}{100\,\mathrm{FF}} = 100\,\frac{\mathrm{SL}}{\mathrm{FF}}$$
2. Tatsächliche Zuverlässigkeit mit Kompensation der Kontroll-FF:
$$Z \approx \frac{N_{\mathrm{SL}}}{N^*_{\mathrm{FF}} - N_{\mathrm{Phan}} + N_{\mathrm{NerkFF}}} = \frac{10^4\,\mathrm{SL}}{(100 - 10 + 50)\ \mathrm{FF}} = 71{,}4\,\frac{\mathrm{SL}}{\mathrm{FF}}$$
3. Erkennungswahrscheinlichkeit der ersten Kontrolle:
$$p_{\mathrm{E}} \approx \frac{N^*_{\mathrm{FF}} - N_{\mathrm{Phan}}}{N^*_{\mathrm{FF}} - N_{\mathrm{Phan}} + N_{\mathrm{NerkFF}}} = \frac{90}{140} = 64\%$$
4. Phantom-FF-Wahrscheinlichkeit der ersten Kontrolle:
$$p_{\mathrm{Phan}} \approx \frac{N_{\mathrm{Phan}}}{N_{\mathrm{SL}}} = \frac{10}{10^4} = 10^{-3}$$

Aufgabe 1.27: Sicherheitserhöhung durch Kontrollen

Bei einem IT-System mit einer mittleren Zeit zwischen zwei FF (Fehlfunktionen) von $MTBF_{\mathrm{Z}} = 10^3$ h, Service-Dauer 1 h, gefährde abschätzungsweise jede hundertste FF die Betriebssicherheit. Um die Betriebssicherheit auf $10^6\,\frac{\mathrm{SL}}{\mathrm{SFF}}$ zu erhöhen, soll das System um eine Funktionsüberwachung erweitert werden, die es bei Erkennen einer Fehlfunktion in einen sicheren Zustand überführt.

1. Wie hoch muss die Erkennungswahrscheinlichkeit sein, wenn beim Überführen in den sicheren Zustand keine Fehlfunktionen auftreten?
2. Wie hoch muss die Erkennungswahrscheinlichkeit sein, wenn zu erwarten ist, dass jeder 20te Versuch, einen sicheren Zustand herzustellen, scheitert?
3. In welchem mittleren zeitlichen Abstand wird überschlagsweise ein sicherer Zustand hergestellt, ohne dass die Betriebssicherheit gefährdet ist?

Zur Kontrolle

Zur Erhöhung der Sicherheit von $Z_S \approx 10^5$ SL/SFF auf $Z_S \approx 10^6$ SL/SFF muss das System im Mittel bei 9 von 10 FF in den sicheren Zustand versetzt werden.

1. Wenn jeder Versuch erfolgreich ist, genügt es, 9 von 10 (sicherheitskritischen) Fehlfunktionen zu erkennen:
$$p_E = 90\%$$
2. Wenn jeder 20-te Versuch scheidert, dann müssen 19 von 20 (sicherheitskritischen) Fehlfunktionen erkannt werden:
$$p_E = 95\%$$
3. Ein sicherer Zustand wird etwa aller 1000 h hergestellt. Notwändig ist es aber nur aller 10^5 h. Mittlere Zeit zwischen zwei Phantomfehlern, hier der unnötigen Hergestellung eines sicheren Zustands:
$$\frac{1}{10^{-3}\mathrm{h}^{-1} - 10^{-5}\mathrm{h}^{-1}} \approx 10^3\,\mathrm{h}$$

4.2 Test

Aufgabe 1.28: Vollständiger Test

Wie lange dauert ein vollständiger Test einer Funktion ohne Gedächtnis mit 32 Eingabebits und einer Funktionsausführungszeit von 1 ms, wenn die Funktion

1. genau einmal mit jeder Eingabemöglichkeit und
2. genau einmal mit jede Folge von zwei möglichen Eingaben[3]

getestet wird?

Zur Kontrolle

1. Testzeit für den Test mit allen 2^{32} Eingabevarianten genau einmal:
$$t_{\mathrm{Test}} = 2^{32} \cdot 1\,\mathrm{ms} = 49{,}7\,\mathrm{Tage}$$
2. Testzeit, wenn alle Folgen von zwei möglichen Eingaben genau einmal abgearbeitet werden:
$$t_{\mathrm{Test}} = 2^{32} \cdot 2^{32} \cdot 1\,\mathrm{ms} = 5{,}8 \cdot 10^8\,\mathrm{Jahre}$$

Aufgabe 1.29: Test als Filter

Bei einem Software-Test werden

- beim Review $\varphi_{\mathrm{Erk.Rev}} = 30$ Fehler,
- vom Syntaxtest $\varphi_{\mathrm{Erk.Synt}} = 100$ Fehler,
- von den dynamischen Test $\varphi_{\mathrm{Erk.DT}} = 80$ Fehler

von insgesamt schätzungsweise $\varphi \approx 300$ Fehlern erkannt.

1. Wie groß sind die Fehlerüberdeckungen der einzelnen Tests und aller Tests zusammen?
2. Wie groß ist abschätzungsweise die Anzahl der nicht erkannten Fehler, wenn ein System mit abschätzungsweise 30.000 Fehlern (hundertfache Systemgröße) in derselben Weise getestet wird?

[3] Zur Kontrolle, dass die Funktion tatsächlich kein Gedächtnis hat.

Zur Kontrolle

1. Fehlerüberdeckungen der einzelnen Tests und aller Tests zusammen:

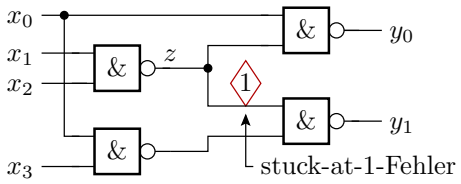
Review	Syntaxtest	dyn. Test.	zusammen
$FC_{\mathrm{R}} = \frac{30}{300}$	$FC_{\mathrm{S}} = \frac{100}{300}$	$FC_{\mathrm{D}} = \frac{80}{300}$	$FC_{\mathrm{ges}} = \frac{210}{300}$

2. Für ein hundert mal so großes System:
   - Im Referenzsystem mit $\varphi \approx 300$ Fehlern werden ca. $\varphi_{\mathrm{NErk}} \approx 90$ nicht erkannt.
   - In einem hundert mal so großen System werden es bei vergleichbarem Entstehungsprozess und gleich guten Tests etwa hundert mal so viele sein, d.h. etwa $\varphi_{\mathrm{NErk}} \approx 9000$ nicht erkannte Fehler.

Aufgabe 1.30: Nachweismengen

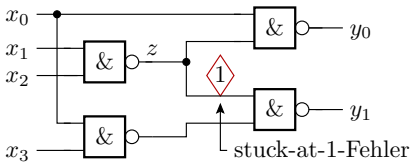
Bestimmen Sie für den eingezeichneten Haftfehler die Menge der Eingaben

1. M_{A} mit denen der Fehler angeregt wird,
2. M_{B} mit denen der Fehler beobachtbar ist und
3. M_{N} mit denen der Fehler nachweisbar ist.



Hinweis: Notation der Eingabemengen als Kreuze in der Wertetabelle auf der nächsten Folie.

Zur Kontrolle



x_0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
x_1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
x_2	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
x_3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
M_{A}							x	x							x	x
M_{B}	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x		x		x	
M_{N}							x	x							x	

Menge der Eingaben $x_3x_2x_1x_0$, mit denen der Fehler:

1. angeregt wird: $M_{\mathrm{A}} \in \{0110, 0111, 1110, 1111\}$
2. beobachtbar ist: $M_{\mathrm{B}} \in \{0{*}{*}{*}, 1{*}{*}0\}$ (* – beliebiger Bitwert)
3. nachweisbar ist: $M_{\mathrm{N}} \in \{0110, 0111, 1110\}$