Test und Verlässlichkeit
Grosse Übung zu Foliensatz 2

Prof. G. Kemnitz

Institut für Informatik, TU Clausthal (TV-GUe2)

24. Juni 2016

Struktur und Fehler

Erschöpfender Test

Aufgabe 2.1: Erschöpfender Test

Ein 16-Bit-Rechenwerk mit

- zwei 16-Bit-Operandeneingängen,
- einem Übertragseingang,
- vier Bits für die Operationsauswahl,
- einem 16-Bit-Ergebnis und
- 4 zusätzlichen 1-Bit-Flag-Ausgaben

wird mit 100 Millionen Tests pro Sekunde getestet

1. Wie lange dauert ein erschöpfender Test mindestens?
2. Wie lange dauert ein Zufallstest, der jeden Fehler mindestens mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% nachweist?

Zur Kontrolle

Anzahl der Eingabe- (Care-) Bits:

$$m = 2 \cdot 16 + 1 + 4 = 37$$

1. Dauer eines erschöpfenden Tests:

$$t_{\mathrm{ErT}} = 2^{37} \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s} = 1374\,\mathrm{s} \approx 23\,\mathrm{min}$$

2. Dauer eines Zufallstest mit Mindesterkennungswahrscheinlichkeit von 99%:

$$\begin{aligned} 99\% \le p_{\mathrm{i}}(n) &= 1 - e^{-n \cdot p_i} \\ n &\ge -\frac{\ln(1\%)}{2^{-37}} = 6{,}33 \cdot 10^{11} \\ t_{\mathrm{ZuT}} &\ge n \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s} = 6328\,\mathrm{s} = 1{,}76\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Aufgabe 2.2: Nachweiswahrscheinlichkeit

Ein System habe zwei Fehler mit den Nachweiswahrscheinlichkeiten $p_1 = 3 \cdot 10^{-3}$ und $p_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ je Service-Leistung.

1. Wie groß ist die zu erwartende Zuverlässigkeit[1]?
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit weist ein Zufallstest aus 1000 Service-Leistungen jeden der Fehler nach?
3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist mit 1000 Service-Leistungen nachweisbar, dass das System fehlerhaft ist?

---

[1] Mittlere Anzahl der Service-Leistungen zwischen zwei Fehlfunktionen.

Zur Kontrolle

1. Bestimmung der Zuverlässigkeit:
   - Wahrscheinlichkeit einer FF/SL:
     $p_{\mathrm{FF}} = 1 - (1 - p_1) \cdot (1 - p_2) \approx p_1 + p_2 = 5 \cdot 10^{-3}$
   - Zu erwartende Zuverlässigkeit: $E(Z) = \frac{1}{p_{\mathrm{FF}}} = 200\,\mathrm{SL/FF}$
2. Nachweiswahrscheinlichkeit mit einem Zufallstest aus 1000 Service-Leistungen:
   - Fehler 1: $p_1(1000) = 1 - e^{-1000 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 1 - e^{-3} = 95{,}02\%$
   - Fehler 2: $p_2(1000) = 1 - e^{-1000 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 1 - e^{-2} = 86{,}47\%$
3. »System fehlerhaft« ist nachweisbar, wenn mindestens ein Fehler nachweisbar ist:

$$p_{1\vee 2}(1000) = 1 - e^{-1000 \cdot (p_1 + p_2)} = 1 - e^{-5} = 99{,}3\%$$

Aufgabe 2.3: Untergrenze p_i und Care-Bits

1. Gesucht ist eine Untergrenze für p_i für unbeständige Fehler:
   - Größe des Eingaberaums $|\Omega| = 2^{64}$,
   - davon mindestens $|M_i| = 10^{16}$ Eingabe für Nachweis geeignet,
   - alle Eingaben gleichwahrscheinlich und
   - Nachweiswahrscheinlichkeit günstiger Eingaben $\geq 10\%$.

$$p_i \geq$$

2. Wie viele Care-Bits darf eine Funktion maximal haben, damit jeder beständige Fehler mit $n = 10^8$ Tests mindestens mit einer Wahrscheinlichkeit vom 80% nachgewiesen wird?

$$\begin{aligned} 80\% &\leq 1 - e^{-2^{-m} \cdot 10^8} \\ m &\leq \end{aligned}$$

Zur Kontrolle

1. Untere Grenze der Nachweiswahrscheinlichkeit:

$$p_i \geq 10\% \cdot \frac{|M_i|}{|\Omega|} = 5{,}42 \cdot 10^{-5}$$

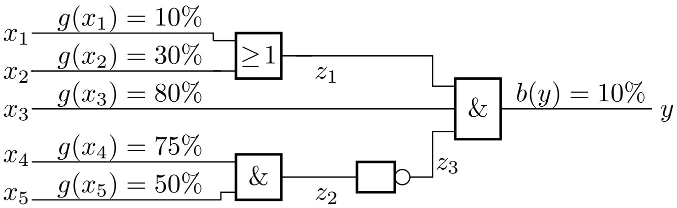
2. Maximale Anzahl der Care-Bits:

$$\begin{aligned} 80\% &\leq 1 - e^{-2^{-m} \cdot 10^8} \\ -\frac{\ln(20\%)}{10^8} &\leq 2^{-m} \\ m &\leq -\log_2\left(-\frac{\ln(20\%)}{10^8}\right) = 25{,}9 \end{aligned}$$

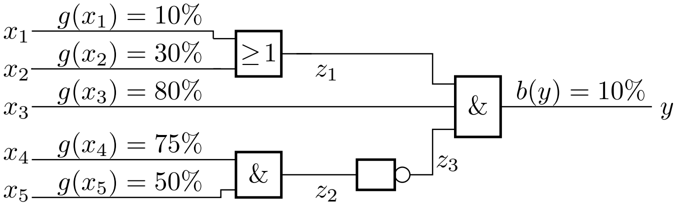
Die nächst kleinere ganze Care-Bit-Anzahl ist 25.

Steuer- und Beobachtb.

Aufgabe 2.4: Wichtung und Beobachtbarkeit



1. Bestimmen Sie die Wichtungen der Signale z_1, z_2, z_3 und y.
2. Bestimmen Sie die Beobachtbarkeit des Eingangs x_4.

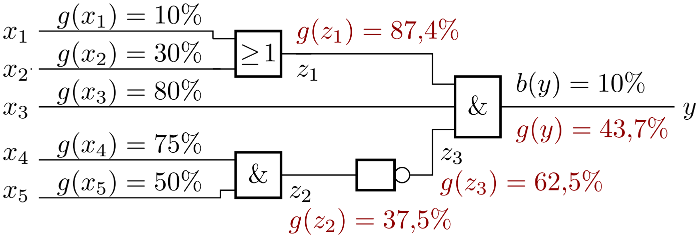


$$g\,(z_1) =$$

$$g\,(z_2) =$$

$$g\,(z_3) =$$

$$g\,(y) =$$



$b\,(z_3) =$

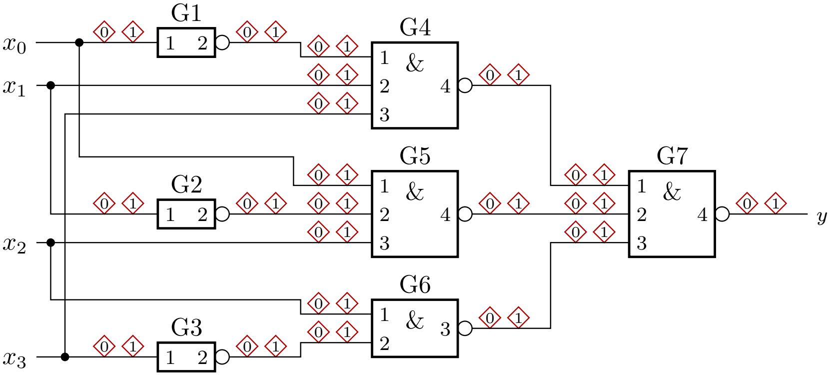
$b\,(z_2) =$

$b\,(x_4) =$

(Zum Vergleich: 6,99%, 6,99%, 3,50%)

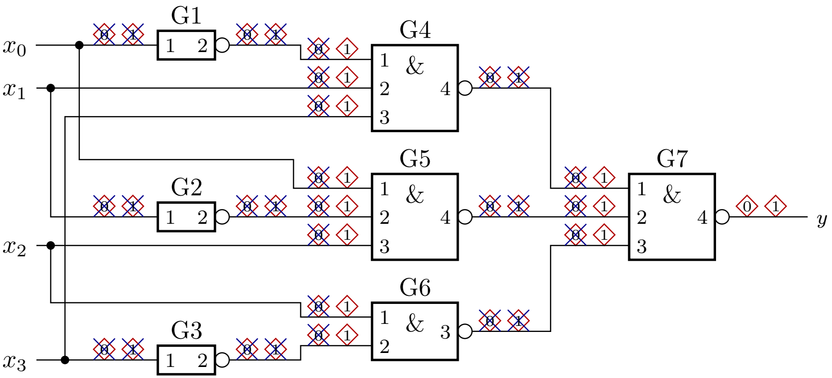
Haftfehler

Aufgabe 2.5: Vereinfachung Haftfehlermenge



1. Streichen Sie alle identisch nachweisbaren Haftfehler.
2. Steichen Sie anschließend alle implizit nachweisbaren Haftfehler.

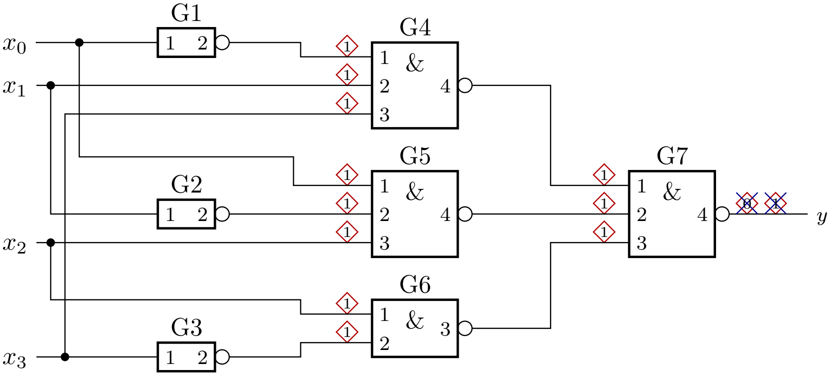
Identisch nachweisbare Haftfehler



Identisch nachweisbare Fehler:

- sa0(G1-1), sa1(G1-2), sa1(G4-1)
- ss1(G1-1), sa0(G1-2), sa0(G4-1), sa1(G4-4), sa1(G7-1)
- ...

Implizit nachweisbare Haftfehler



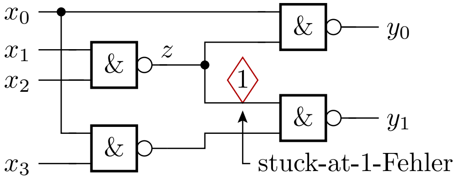
Impliziter Nachweis:

- sa0(G7-4): sa1(G7-1), sa1(G7-2), sa1(G7-3)
- sa1(G7-4): sa1(G4-1), sa1(G4-2), sa1(G4-3), sa1(G5-1), ...

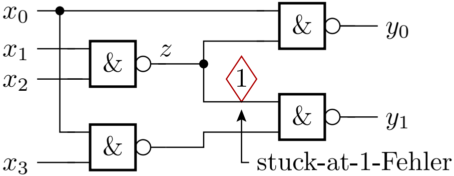
Aufgabe 2.6: Steuer- und Beobachtbarkeit

Bestimmen Sie für den eingezeichneten Haftfehler die Menge der Eingaben

1. M_{A} mit denen der Fehler angeregt wird,
2. M_{B} mit denen der Fehler beobachtbar ist und
3. M_{N} mit denen der Fehler nachweisbar ist.



Hinweis: Notation der Eingabemengen als Kreuze in der Wertetabelle auf der nächsten Folie.



x_0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
x_1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
x_2	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
x_3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
M_A																
M_B																
M_N																

Menge der Eingaben

1. M_A mit denen der Fehler angeregt wird:
2. M_B mit denen der Fehler beobachtbar ist:
3. M_N mit denen der Fehler nachweisbar ist:

Operationsprofil

Aufgabe 2.7: Zuverlässigkeit und Operationsprofil

Gegeben sind eine Liste von Operationen, die Wahrscheinlichkeiten einer Fehlfunktion je Service-Leistung für jede der Operationen und zwei Operationsprofile:

i	Operation	$p_{\mathrm{FF}.i}$	Profil A	Profil B
1	editieren	$5 \cdot 10^{-3}$	35%	48%
2	löschen	$2 \cdot 10^{-4}$	12%	17%
3	browse	$4 \cdot 10^{-2}$	46%	25%
4	drucken	10^{-2}	7%	10%

Wie groß sind für jedes der beiden Operationsprofile

1. die Wahrscheinlichkeit einer Fehlfunktion je Service-Leistung,
2. die Zuverlässigkeit?

Zur Kontrolle

1. Die Wahrscheinlichkeit einer Fehlfunktion je Service-Leistung ist der gewichtete Mittelwert:

$$\begin{aligned}
p_{\mathrm{FFA}} &= 35\% \cdot 5 \cdot 10^{-3} + 12\% \cdot 2 \cdot 10^{-4} \\
&+ 46\% \cdot 4 \cdot 10^{-2} + 7\% \cdot 10^{-2} = 2{,}09\% \\
p_{\mathrm{FFB}} &= 48\% \cdot 5 \cdot 10^{-3} + 17\% \cdot 2 \cdot 10^{-4} \\
&+ 25\% \cdot 4 \cdot 10^{-2} + 10\% \cdot 10^{-2} = 1{,}34\%
\end{aligned}$$

   Die Zuverlässigkeiten in Service-Leistungen je Fehlfunktion sind die Kehrwerte davon:

$$\begin{aligned}
Z_{\mathrm{A}} &= \frac{1}{p_{\mathrm{FFA}}} = 47{,}9 \\
Z_{\mathrm{B}} &= \frac{1}{p_{\mathrm{FFB}}} = 74{,}4
\end{aligned}$$

Verteilungen

Erwartungswert, Varianz

Aufgabe 2.8: Erwartungswert und Varianz

Gegeben sei folgende Verteilung.

mögliche Ergebnisse x_i	0	1	2
Wahrscheinlichkeit p_i	20%	65%	15%

Berechnen Sie:

1. den Erwartungswert,
2. die Varianz ohne Nutzung des Verschiebungssatzes,
3. die Varianz unter Nutzung des Verschiebungssatzes.

Zur Kontrolle

mögliche Ergebnisse x_i	0	1	2
Wahrscheinlichkeit p_i	20%	65%	15%

1. Erwartungswert:

$$E(X) = 0 \cdot 20\% + 1 \cdot 65\% + 2 \cdot 15\% = 95\%$$

2. Varianz ohne Verschiebungssatz:

$$\begin{aligned} D^2(X) &= 20\% \cdot (0 - 0{,}95)^2 + 65\% \cdot (1 - 0{,}95)^2 \\ &\quad + 15\% \cdot (2 - 0{,}95)^2 \\ &= 0{,}3475 \end{aligned}$$

3. Varianz unter Nutzung des Verschiebungssatzes:

$$D^2(X) = 20\% \cdot 0^2 + 65\% \cdot 1^2 + 15\% \cdot 2^2 - 0{,}95^2 = 0{,}3475$$

Lineare Transformationen, ...

Aufgabe 2.9: Summe von Zufallsgrößen

Drei Holzbausteine, die je eine zu erwartende Höhe von 3 cm mit einer Standardabweichung von 1 mm haben, werden zu einem Turm aufgeschichtet. Welchen Erwartungswert und welche Standardabweichung hat die Höhe des Turms? Die Höhen der Bausteine sollen nicht korrelieren (Kovarianz null).

$$E\left(h_{\text{ges}}\right) =$$

$$\sqrt{D^2\left(h_{\text{ges}}\right)} =$$

Zur Kontrolle

Summe der Erwartungswerte:

$$E\left(H_{\mathrm{ges}}\right) = 3 \cdot 3\,\mathrm{cm} = 9\,\mathrm{cm}$$

Summe der Varianzen:

$$D^2\left(H_{\mathrm{ges}}\right) = 3 \cdot (1\,\mathrm{mm})^2$$

Standardabweichung der Summe:

$$\sqrt{D^2\left(H_{\mathrm{ges}}\right)} = \sqrt{3}\,\mathrm{mm}$$

Verteilung von Zählwerten

Aufgabe 2.10: Verteilung Fehleranzahl

Die Fehler $i = 1$ bis 5 seien mit folgenden Wahrsch. nachweisbar:

Fehler	1	2	3	4	5
p_i	10%	20%	40%	50%	30%

Berechnung der Verteilung. Ausfüllen der nachfolgende Tabelle:

Fehleranzahl	0	1	2	3	4	5
Fehler 1	90%	10%				
Fehler 1 und 2			2%			
Fehler 1 bis 3				0,8%		
Fehler 1 bis 4						
Fehler 1 bis 5						

Zur Kontrolle: Berechnungsprogramm + Ausgaben

```
p=[0.10 0.20 0.40 0.50 0.30];
P(1,1)=1-p(1);
P(1,2)=p(1);
for i=2:5
  P(i,1)=P(i-1,1) * (1-p(i));
  P(i,i+1)=P(i-1,i)*p(i);
  for j=2:i
    P(i,j) =P(i-1,j)*(1-p(i)) + P(i-1,j-1)*p(i);
  end;
end;
P =
   0.90000   0.10000   0.00000   0.00000   0.00000   0.00000
   0.72000   0.26000   0.02000   0.00000   0.00000   0.00000
   0.43200   0.44400   0.11600   0.00800   0.00000   0.00000
   0.21600   0.43800   0.28000   0.06200   0.00400   0.00000
   0.15120   0.37140   0.32740   0.12740   0.02140   0.00120
```

Binomialverteilung

Aufgabe 2.11: Binomialvert. mit gleichem $E(X)$

Berechnen Sie eine Binomialverteilung mit demselben Erwartungswert und derselben Anzahl von potenziellen Zählwerten wie in der Aufgabe zuvor.

Eintrittswahrscheinlichkeiten aus der Aufgabe zuvor:

Fehler	1	2	3	4	5
p_i	10%	20%	40%	50%	30%

- Anzahl der potenziellen Zählwerte: $N =$
- mittlere Eintrittswahrscheinlichkeit: $p =$

k	0	1	2	3
$P(X=k)$	$(1-p)^5$	$5 \cdot p \cdot (1-p)^4$		

Zur Kontrolle

Eintrittswahrscheinlichkeiten aus der Aufgabe zuvor:

Fehler	1	2	3	4	5
p_i	10%	20%	40%	50%	30%

- Anzahl der potenziellen Zählwerte: $N = 5$
- mittlere Eintrittswahrscheinlichkeit: $p = 30\%$
- Verteilung:

k	0	1	2	3	4	5
$P(X = k)$	16,81%	36,02%	30,87%	13,23%	2,84%	0,24%

- Zählverteilung aus der Aufgabe zuvor zum Vergleich:

$P(X = k)$	15,12%	37,14%	32,74%	12,74%	2,14%	0,12%

Effektive Anzahl der Zählversuche

Aufgabe 2.12: Effektive Anzahl der Zählversuche

Beim mehrfachen Zählen von Schadensereignissen bei 30 Versuchen ergab sich für die Zählwerte ein Erwartungswert von 9,75 und eine Standardabweichung von 4,42. Gesucht seien:

1. Schadenseintrittswahrscheinlichkeit p ?
2. Varianzerhöhung κ?
3. Effektive Versuchsanzahl?
4. Skalierte kumultative Binomialverteilung mit demselben Erwartungswert und annähernd derselben Varianz.

Zur Kontrolle

1. Schadenseintrittswahrscheinlichkeit: $p = 32{,}5\%$
2. Varianzerhöhung:
   $\kappa \geq \frac{D_S^2(X)}{E_S(X)\cdot\left(1-\frac{E_S(X)}{N}\right)} = \frac{4{,}42^2}{9{,}75\cdot(1-32{,}5\%)} = 2{,}97 \approx 3$
3. effektive Versuchsanzahl: $N_{\text{eff}} = \frac{N}{\kappa} = \frac{30}{3} = 10.$
   Kontrolle: $E(X) = \kappa \cdot N_{\text{eff}} \cdot p = 9{,}75;$
   $D^2(X) = \kappa^2 \cdot N_{\text{eff}} \cdot p \cdot (1-p) = 19{,}7;\ \sqrt{D^2(X)} = 4{,}44$
4. Skaliert kumultative Binomialverteilung mit demselben Erwartungswert und fast derselben Varianz:

$$P(X \leq \kappa \cdot k) = \sum_{j=0}^{k} \binom{10}{j} \cdot 32{,}5\%^j \cdot 67{,}5\%^{10-j}$$

$\kappa \cdot k$	0	3	6	9	12	15	18	21	≥24
$P(X \leq \kappa \cdot k)$	2,0%	11,4%	31,9%	58,2%	80,8%	93,2%	98,3%	99,7%	100%

Poisson-Verteilung

Aufgabe 2.13: Poissonverteilung

Die Auftrittswahrscheinlichkeit einer Fehlfunktion je Service-Leistung sei $p_{\mathrm{FF}} = 10^{-5}$. Wie wahrscheinlich ist es, dass bei 10^4 Service-Leistungen 0, 1, 2 oder mehr als zwei Fehlfunktionen auftreten?

Erwartungswert: $E(X) =$ $\frac{FF}{10000\,SL}$

keine FF: $P(k = 0) =$

eine FF: $P(k = 1) =$

zwei FF: $P(k = 2) =$

mehr als zwei FF: $P(k > 2) =$

Zur Kontrolle

Erwartungswert: $E(X) = p_{\mathrm{FF}} \cdot 10^4 = 0{,}1\,\frac{FF}{1000\,SL}$

keine FF: $P(k=0) = e^{-E(X)} = 90{,}48\%$

eine FF: $P(k=1) = e^{-E(X)} \cdot E(X) = 9{,}05\%$

zwei FF: $P(k=2) = e^{-E(X)} \cdot \frac{E(X)^2}{2} = 0{,}45\%$

mehr als zwei FF:
$P(k>2) = 1 - 90{,}48\% - 9{,}05\% - 0{,}45\% = 0,015\%$

Multimodale Verteilungen

Aufgabe 2.14: Verteilung von Widerstandswerten

In eine Kiste für 1kΩ-Widerstände wurde

- 500 Widerstände mit normalverteiltem Widerstandswert, Erwartungswert 1,02 kΩ und Standardabweichung 10 Ω und
- 300 Widerstände mit normalverteiltem Widerstandswert, Erwartungswert 9,99 kΩ und Standardabweichung 15 Ω

gemischt. Welche Verteilung hat der Widerstandswert bei zufälliger Entnahme eines Widerstands aus der Kiste?

Beschreibung mit Hilfe der standardisierten Normalverteilung.

$$P(X \leq R) =$$

Zur Kontrolle

$$P\left(X \leq R\right) = \frac{500}{800} \cdot \Phi\left(\frac{R - 1,02\,\mathrm{k}\Omega}{10\,\Omega}\right) + \frac{300}{800} \cdot \Phi\left(\frac{R - 0,99\,\mathrm{k}\Omega}{15\,\Omega}\right)$$

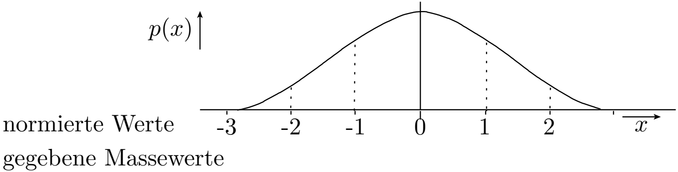
Bereichsschätzung

Normalverteilung

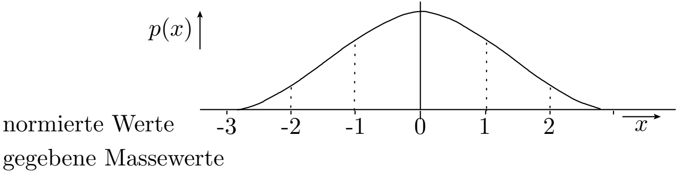
Aufgabe 2.15: Bereichsschätzung

Eine normalverteilte Zufallsgröße habe den Erwartungswert $E(X) = 1\,\mathrm{kg}$ und einer Standardabweichung von 10 g.

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist $X > 1{,}03\,\mathrm{kg}$?



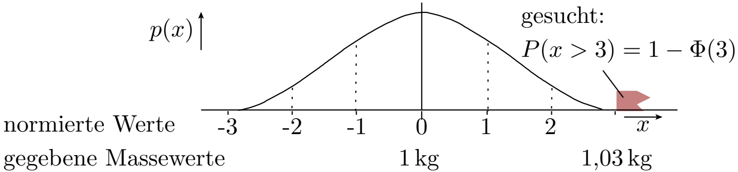
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gilt $9{,}98\,\mathrm{kg} \leq X \leq 10{,}02\,\mathrm{kg}$?



Zur Kontrolle

Eine normalverteilte Zufallsgröße habe den Erwartungswert $E(X) = 1\,\mathrm{kg}$ und einer Standardabweichung von 10 g.

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist $X > 1{,}03\,\mathrm{kg}$?



z	...,0	...,1	...,2	...,3	...,4	...,5	...,6	...,7	...,8	...,9
0,...	0,5000	0,5398	0,5793	0,6179	0,6554	0,6915	0,7257	0,7580	0,7881	0,8159
1,...	0,8413	0,8643	0,8849	0,9032	0,9192	0,9332	0,9452	0,9554	0,9641	0,9713
2,...	0,9772	0,9821	0,9861	0,9893	0,9918	0,9938	0,9953	0,9965	0,9974	0,9981
3,...	0,9987	0,9990	0,9993	0,9995	0,9997	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	1,0000

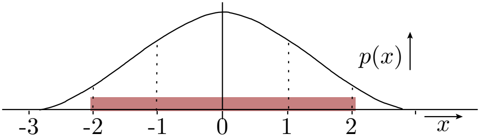
- Gesuchte Wahrscheinlichkeit: $1 - \Phi(3) = 0{,}13\%$

... $E(X) = 1\,\mathrm{kg}$ und einer Standardabweichung von 10 g.

2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gilt $9{,}98\,\mathrm{kg} \leq X \leq 10{,}02\,\mathrm{kg}$?

gesucht:

$$P(-2 \leq x \leq 2)$$
$$= \Phi(2) - \Phi(-2)$$



normierte Werte

gegebene Massewerte 9,98 kg 10 kg 10,02 kg

z	...,0	...,1	...,2	...,3	...,4	...,5	...,6	...,7	...,8	...,9
0,...	0,5000	0,5398	0,5793	0,6179	0,6554	0,6915	0,7257	0,7580	0,7881	0,8159
1,...	0,8413	0,8643	0,8849	0,9032	0,9192	0,9332	0,9452	0,9554	0,9641	0,9713
2,...	0,9772	0,9821	0,9861	0,9893	0,9918	0,9938	0,9953	0,9965	0,9974	0,9981
3,...	0,9987	0,9990	0,9993	0,9995	0,9997	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	1,0000

- Gesuchte Wahrscheinlichkeit:
  $\Phi(2) - \Phi(-2) = 2 \cdot \Phi(2) - 1 = 95{,}44\%$

Eintrittswahrsch.

Aufgabe 2.16: Maskierungswahrscheinlichkeit

Bei einer Kontrolle wurden von $N = 1000$ Fehlfunktionen $x_{\text{ist}} = 178$ nicht erkannt. In welchem Bereich liegt die Maskierungswahrschein-lich keit p der Kontrolle? Zulässige Irrtumswahrscheinlichkeit sei $\alpha = 1\%$. Keine Maskierungabhängigkeiten ($\kappa = 1$).

Maximaler und minimaler Erwartungswert der Maskierungen:

$$E(X)_{\min\,/\,\max} = \qquad \mp$$

α	4,54%	0,26%	0	4%	2%	1%	0,4%	0,2%
$\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$	2	3	4	2,05	2,33	2,57	2,88	3,10

$$p_{\min\,/\,\max} =$$

Zur Kontrolle

Maximaler und minimaler Erwartungswert der Maskierungen:

$$\begin{aligned} E(X)_{\min\,/\,\max} &= x_{\mathrm{ist}} \mp \sqrt{\kappa \cdot x_{\mathrm{ist}} \cdot \left(1 - \frac{x_{\mathrm{ist}}}{N}\right)} \cdot \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \\ &= 178 \mp \sqrt{178 \cdot \left(1 - \frac{178}{1000}\right)} \cdot \Phi^{-1}\left(1 - \frac{1\%}{2}\right) \end{aligned}$$

α	4,54%	0,26%	0	4%	2%	1%	0,4%	0,2%
$\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$	2	3	4	2,05	2,33	2,57	2,88	3,10

$$E(X)_{\min\,/\,\max} = [147,\ 209]$$

Bereich der Maskierungswahrscheinlichkeit:

$$p_{\min\,/\,\max} = [14{,}7\%,\ 20{,}9\%]$$

Beispielaufgabe

Zur Abschätzung der Eintrittswahrscheinlichkeit p für ein Service-Versagen wurden für $N = 10^6$ Service-Anforderungen $x_{\text{ist}} = 430$ Versagen gezählt.

1. Wie groß ist der Schätzwert p_{S} der Eintrittswahrscheinlichkeit?
2. Wie groß ist die Irrtumswahrscheinlichkeit α, dass p außerhalb eines Intervalls $p_{\text{S}} \cdot (1 \pm 10\%)$ liegt?
3. Mit wie vielen Service-Anforderungen ist die Überprüfung fortzusetzen, um die Irrtumswahrscheinlichkeit auf $\alpha \leq 1\%$ abzusenken?

Lösung Aufgabenteil 1 und 2

1. Der Schätzwert der Eintrittswahrscheinlichkeit ist
$$p_{\mathrm{S}}=\frac{x_{\mathrm{ist}}}{N}=\frac{430}{10^6}$$

---

2. Wie groß ist die Irrtumswahrscheinlichkeit α, dass p außerhalb eines Intervalls $p_{\mathrm{S}}\cdot(1\pm 10\%)$ liegt?

Auflösung der Gleichung
$$x_{\mathrm{ist}}=\frac{1}{\frac{1}{N}+\frac{\varepsilon_{\mathrm{rel}}^2}{\kappa\cdot\left(\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\right)^2}}$$
nach α:
$$\alpha=2\cdot\left(1-\Phi\left(\varepsilon_{\mathrm{rel}}\cdot\sqrt{\frac{1}{\kappa\cdot\left(\frac{1}{x_{\mathrm{ist}}}-\frac{1}{N}\right)}}\right)\right)$$

Mit $x_{\text{ist}} = 430$; $\varepsilon_{\text{rel}} = 10\%$; $\kappa = 1$ (keine Abhängigkeiten gegeben) und $N = 10^6$:

$$\alpha = 2 \cdot \left(1 - \Phi\left(0{,}1 \cdot \sqrt{\frac{1}{1 \cdot \left(\frac{1}{430} - \frac{1}{10^6}\right)}}\right)\right) = 2 \cdot (1 - \Phi(2{,}07))$$

z	...,0	...,1	...,2	...,3	...,4	...,5	...,6	...,7	...,8	...,9
0,...	0,5000	0,5398	0,5793	0,6179	0,6554	0,6915	0,7257	0,7580	0,7881	0,8159
1,...	0,8413	0,8643	0,8849	0,9032	0,9192	0,9332	0,9452	0,9554	0,9641	0,9713
2,...	0,9772	0,9821	0,9861	0,9893	0,9918	0,9938	0,9953	0,9965	0,9974	0,9981
3,...	0,9987	0,9990	0,9993	0,9995	0,9997	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	1,0000

$$\alpha = 2 \cdot (1 - \Phi(2{,}07)) = 3{,}58\%$$

---

3. Mit wie vielen Service-Anforderungen ist die Überprüfung fortzusetzen, um die Irrtumswahrscheinlichkeit auf $\alpha \leq 1\%$ abzusenken?

Mit wie vielen Service-Anforderungen ist die Überprüfung fortzusetzen, um die Irrtumswahrscheinlichkeit auf $\alpha \leq 1\%$ abzusenken?

Fortsetzung bis k_{ist} nach Gl.??:

$$x_{\text{ist}} = \frac{1}{\left[\frac{1}{N}+\right] \frac{\varepsilon_{\text{rel}}^2}{[\kappa\cdot]\left(\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\right)^2}} \approx \frac{\left(\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\right)^2}{\varepsilon_{\text{rel}}^2} = \frac{\left(\Phi^{-1}\left(1-\frac{1\%}{2}\right)\right)^2}{0{,}1^2}$$

α	4,54%	0,26%	0	4%	2%	1%	0,4%	0,2%
$\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$	2	3	4	2,05	2,33	2,57	2,88	3,10

$$x_{\text{ist}} \approx \left(\frac{2{,}75}{0{,}1}\right)^2 = 756{,}25$$

Mit der Eintrittswahrscheinlichkeit aus Aufgabenteil 1: ...

$$x_{\mathrm{ist}} \approx \left(\frac{2{,}75}{0{,}1}\right)^2 = 756{,}25$$

Mit der Eintrittswahrscheinlichkeit aus Aufgabenteil 1:

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{S}} &= \frac{x_{\mathrm{ist}}}{N} = \frac{430}{10^6} \\ N &= \frac{756{,}25}{430} \cdot 10^6 = 1{,}7587 \cdot 10^6 \end{aligned}$$

Die Überprüfung ist mit $N - 10^6 = 758.700$ Service-Anforderungen fortzusetzen.

Verteilung unbekannt

Aufgabe 2.17: Bereichsschätzung Kapazitätswerte

Gegeben ist eine Stichprobe gemessener Kapazitätswerte in nF:

$$C:\ 1{,}20,\ 1{,}23,\ 1{,}18,\ 1{,}25,\ 1{,}21,\ 1{,}19,\ 1{,}23,\ 1{,}22,\ 1{,}09,\ 1{,}17$$

In welchem Bereich liegt mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 2% der Erwartungswert

1. wenn die Kapazitätswerte normalverteilt sind,
2. nach der tschebyscheffschen Ungleichung?

- geschätzter Erwartungswert: $E_{\mathrm{S}}(C) =$
- geschätzte Standardabweichung: $\sqrt{D^2_{\mathrm{S}}(C)} =$

	Intervallradius	gesuchter Bereich
normalverteilt		
tscheb. Ungl.		

Zur Kontrolle

- $E_{\mathrm{S}}(C) = \frac{1{,}20+1{,}23+1{,}18+1{,}25+1{,}21+1{,}19+1{,}23+1{,}22+1{,}09+1{,}17}{10} = 1{,}179$
- $\sqrt{D_{\mathrm{S}}^2(C)} = \sqrt{\frac{(1{,}20-1{,}179)^2+(1{,}23-1{,}179)^2+\ldots}{9}} = 0,0450$

Intervallradius:

- normalverteilt: $\varepsilon_{\mathrm{norm}} = \Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\sqrt{D_{\mathrm{S}}^2(C)} = 0{,}0922$

α	2%	1%	0,5%	0,2%	0,1%
$\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$	2,05	2,33	2,57	2,88	3,10

- tscheb. Ungl.: $\varepsilon_{\mathrm{tscheb}} = \sqrt{\frac{D_{\mathrm{S}}^2(C)}{\alpha}} = \frac{0{,}0540}{\sqrt{2\%}} = 0{,}3182$

Gesuchter Bereich:

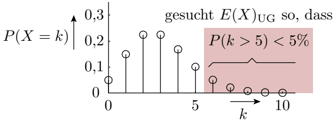
- normalverteilt: $E_{\mathrm{S}}(C) \pm \varepsilon_{\mathrm{norm}} = [1{,}105,\ 1{,}289]$
- tscheb. Ungl.: $E_{\mathrm{S}}(C) \pm \varepsilon_{\mathrm{tscheb}}\ [0{,}861,\ 1{,}497]$

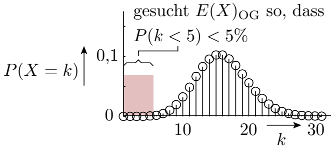
Kleine Zählwerte

Aufgabe 2.18: Zuverlässigkeitsintervall

Beim Test von 10^3 Service-Leistungen eines Systems wurden 5 Fehlfunktionen beobachtet. Welcher Bereich der Zuverlässigkeit kann nach diesem Experiment garantiert werden, wenn die Irrtumswahrscheinlichkeiten, dass die Zuverlässigkeit oberhalb oder unterhalb des Bereichs liegt, jeweils $\alpha_1 = \alpha_2 = 5\%$ betragen dürfen?

Garantierbare Unter- und Obergrenze des Erwartungswerts:





- $e^{-E(X)_{\mathrm{UG}}} \cdot \sum_{k=0}^{5} \frac{E(X)_{\mathrm{UG}}^k}{k} \geq 95\%$; Überschlag: $E\left(X\right)_{\mathrm{UG}} \approx$
- $e^{-E(X)_{\mathrm{OG}}} \cdot \sum_{k=0}^{4} \frac{E(X)_{\mathrm{OG}}^k}{k} < 5\%$; Überschlag: $E\left(X\right)_{\mathrm{OG}} \approx$

	$\alpha_1 = \alpha_2 = 5\%$		$\alpha_1 = \alpha_2 = 10\%$		$\alpha_1 = \alpha_2 = 20\%$	
x_{ist}	$E(X)_{\min}$	$E(X)_{\max}$	$E(X)_{\min}$	$E(X)_{\max}$	$E(X)_{\min}$	$E(X)_{\max}$
4	1,970	7,754	2,432	6,680	3,089	5,515
5	2,613	9,154	3,152	7,993	3,903	6,722
6	3,285	10,513	3,894	9,275	4,733	7,906

Bereich der

- Eintrittswahrscheinlichkeit einer Fehlerlfunktion p_{FF} und
- der zu erwartenden Zuverlässigkeit $E(Z)$:

	Grenze 1	Grenze 2
Anzahl FF	$E(X)_{\mathrm{UG}} \approx$	$E(X)_{\mathrm{OG}} \approx$
p_{FF}		
$E(Z)$		

Zur Kontrolle

$N = 10^3$ Service-Leistungen ... 5 Fehlfunktionen.

Garantierbare Unter- und Obergrenze des Erwartungswerts:

	$\alpha_1 = \alpha_2 = 5\%$		$\alpha_1 = \alpha_2 = 10\%$		$\alpha_1 = \alpha_2 = 20\%$	
x_{ist}	$E(X)_{\min}$	$E(X)_{\max}$	$E(X)_{\min}$	$E(X)_{\max}$	$E(X)_{\min}$	$E(X)_{\max}$
5	2,613	9,154	3,152	7,993	3,903	6,722

Eintrittswahrscheinlichkeits- und Zuverlässigkeitsbereich:

	Grenze 1	Grenze 2
Anzahl FF	$E(X)_{\text{UG}} \approx 3{,}15$	$E(X)_{\text{OG}} \approx 7{,}99$
$p_{\text{FF}} = \frac{E(X)_{\text{UG/OG}}}{1000}$	0,315%	0,799
$E(Z) = \frac{1}{p_{\text{FF}}}$	317 $\frac{\text{SL}}{\text{FF}}$	250 $\frac{\text{SL}}{\text{FF}}$

Fehler und FF

Verteilung der Fehleranzahl

Aufgabe 2.19: Verteilung der Fehleranzahl

Der nachfolgende Matlab-Vektor enthält die Nachweiswahrscheinlichkeiten je Service-Anforderung für 20 Modellfehler:

```
p0 = [0.9 0.8 0.75 0.5 0.4 0.36 0.2 0.15
      0.08 0.072 0.04 0.03 0.016
      0.007 0.002 0.0018
      8E-4 4E-4  2E-5 6E-6]
```

Bestimmen Sie für eine Anzahl von $n = 10^4$ Service-Anforderungen

1. die Nachweiswahrscheinlichkeiten aller Fehler,
2. den Erwartungswert der Anzahl der nachweisbaren Fehler,
3. die Varianz der Anzahl der nachweisbaren Fehler und
4. die Verteilung der Anzahl der nachweisbaren Fehler

unter der Annahme, dass alle Modellfehler unabhängig voneinander nachweisbar sind.

Zur Kontrolle

1. Anzahl der nachweisbaren Fehler:

```
p0 = [0.9 0.8 0.75 0.5 0.4 0.36 0.2  ... ];
for i=1:20  p(i) = 1 - exp(-p0(i)*n); end;
```

Fehler	1 bis 13	14	15	16	17	18	19	20
$p_i\,(n)$	100%	99,9%	86,5%	83,5%	55,1%	33,0%	2,0%	0,6%

2. Erwartungswert: 18,6
3. Standardabweichung: 0,866
4. Verteilung:

k	0 bis 13	14	15	16	17	18	19	20
$P\,(X = k)$	0	0,7%	8,68%	34,7%	41,8%	13,8%	0,3%	0

FHNW-Funktion

Aufgabe 2.20: FHNW-Funktion

Gegeben seien dieselben Nachweiswahrscheinlichkeiten je Service-Anforderung wie in der Aufgabe zuvor:

```
p0 = [0.9 0.8 0.75 0.5 0.4 0.36 0.2 0.15 0.08 0.072
0.04 0.03 0.016 7E-3 2E-3 1.8E-3 8E-4 4E-4 2E-5 6E-6]
```

1. Zählen Sie für die dekadische Intervallstaffelung in der nachfolgenden Tabelle die Fehler je Intervall.

Interval für p	$(10^{-1}, 1]$	$(10^{-2}, 10^{-1}]$	$(10^{-3}, 10^{-2}]$	$(10^{-4}, 10^{-3}]$	$<10^{-4}$
Anz. Fehler					

2. Um welchen Faktor verringert sich abschätzungsweise die Anzahl der Modellfehler je Dekade? Auf welchen Exponenten k für eine FNHW-Potenzfunktion lässt das schließen?

Aufgabenteil 2

Lösung von Aufgabenteil 1:

Interval	1	2	3	4	5
Anz. Fehler					

Säulenhöhe in einem FHNW-Histogramm für $H(p) \sim p^{k-1}$:

$$H_j \sim p \cdot H(p) \sim p^{-k} \text{ für } p \sim v^{-j}$$

Abschätzung für k:

$$\frac{H_{j+1}}{H_j} = v^{-k};\ \frac{H_{j+2}}{H_j} = v^{-2k};\ \ldots$$

$i,\ j$	1, 2	2, 3	3, 4	1, 4
$k \approx \frac{\ln\left(\frac{H_i}{H_j}\right)}{\ln(10^{j-i})}$				

Zur Kontrolle

1. Fehler je Intervall:

Interval für p	$(10^{-1}, 1]$	$(10^{-2}, 10^{-1}]$	$(10^{-3}, 10^{-2}]$	$(10^{-4}, 10^{-3}]$	$<10^{-4}$
Anz. Fehler	8	5	3	2	2

2. Mittlere Verringerung der Anzahl der Fehler zwischen 2/3 bis 5/8 je Dekade:

$i,\ j$	1, 2	2, 3	3, 4	1, 4
$k \approx \frac{\ln\left(\frac{H_i}{H_j}\right)}{\ln\left(\frac{p_i}{p_j}\right)}$	$\frac{\ln\left(\frac{8}{5}\right)}{\ln(10)} = 0{,}20$	$\frac{\ln\left(\frac{5}{3}\right)}{\ln(10)} = 0{,}22$	$\frac{\ln\left(\frac{3}{2}\right)}{\ln(10)} 0{,}18$	$\frac{\ln\left(\frac{8}{2}\right)}{\ln(10^3)} = 0{,}20$

Das lässt etwa auf den Exponenten $k = 0{,}2$ für eine FNHW-Potenzfunktion schließen.

Aufgabe 2.21: FHNW-Funktion – Fortsetzung

Aus der vorherigen Aufgabe sind die Nachweiswahrscheinlichkeit je Service-Aufruf zu übernehmen und der abgeschätzte Exponent $k \approx 0{,}2$ für eine FNHW-Potenzfunktion.

1. Bestimmen Sie $E\left(\varphi_{\mathrm{NErk}}, n\right)$ für die in der Aufgabe zuvor gegebenen p_{i}'s und die Testsatzlängen

```
n = [3E1 1E2 3E2 1E3 3E3 1E4 3E4 1E5 3E5];
```

2. Legen Sie die Parameter n_0 und $E\left(\varphi_{\mathrm{NErk}}, n_0\right)$ der FNHW-Potenzfunktion so fest, dass die zu erwartende Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler für $n = 100$ mit dem in Aufgabenteil 1 berecheten Wert übereinstimmt.
3. Bestimmen Sie die zu erwartende Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler mit den für $H\left(p\right)$ abgeschätzten Parametern k aus der Aufgabe zuvor und n_0 sowie $E\left(\varphi_{\mathrm{NErk}}, n_0\right)$ aus Aufgabenteil b.

Lösung Aufgabenteil 1

Programm zur Berechnung des Erwartungswerts für unterschiedliche Testsatzlängen:

```
p = [0.9 0.8 0.75 0.5 0.4 0.36 0.2 0.15 0.08 0.072 0.04
     0.03 0.016 7E-3 2E-3 1.8E-3 8E-4 4E-4  2E-5 6E-6];
n = [3E1 1E2 3E2 1E3 3E3 1E4 3E4 1E5 3E5];
for i=1:length(n)
 EX(i) = 0;
 for j=1:length(p0)
  EX(i) = EX(i) + exp(-n(i)*p(j));
 end;
end;
```

Zu erwartende Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler:

```
n    :   30  100  300 1000 3000  1E4  3E4  1E5  3E5
E(X): 8.21 6.30 4.93 3.40 2.32 1.78 1.38 0.68 0.17
```

Aufgabenteil 2 und 3

Die Funktion[2]

$$E\left(\varphi_{\mathrm{NErk}}, n\right) = E\left(\varphi_{\mathrm{NErk}}, n_0\right) \cdot \left(\frac{n}{n_0}\right)^{-k}$$

soll für $n = 100$ den Wert $E\left(\varphi_{\mathrm{NErk}}, 100\right)$ aus Aufgabenteil 1 und den Exponenten $k = 0{,}2$ haben:

$$E\left(\varphi_{\mathrm{NErk}}, n\right) = 6{,}3 \cdot \left(\frac{n}{100}\right)^{-0{,}2}$$

```
n    :   30  100  300 1000 3000  1E4  3E4  1E5  3E5
E( ): 8.02 6.30 5.06 3.98 3.19 2.51 2.01 1.58 1.27
```

Zum Vergleich die aus den p_i's berechneten Werte:

```
E(X): 8.21 6.30 4.93 3.40 2.32 1.78 1.38 0.68 0.17
```

[2] Nach Foliensatz TV-F2, Gl. 20.

Effektive Fehleranzahl

Aufgabe 2.22: Effektive Fehleranzahl

Für eine Modellfehlermenge von 1000 Fehlern wurden für 10 verschiedene Zufallstestsätze derselben Länge die Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler bestimmt:

Versuch i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ergebnis $\varphi_{\mathrm{NErk}.i}$	58	49	40	54	67	35	34	57	47	66

1. Schätzen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler.
2. Wie groß ist die effektive Anzahl der Modellfehler?

Versuch i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ergebnis $\varphi_{\mathrm{NErk}.i}$	58	49	40	54	67	35	34	57	47	66

- Erwartungswertder Datenstichprobe: $E_{\mathrm{S}}(X) =$
- Varianz der Datenstichprobe: $D_{\mathrm{S}}^2(X) =$
- Varianzvergrößerung: $\kappa =$
- Effektive Fehleranzahl: $N_{\mathrm{eff}} =$

Zur Kontrolle

Versuch i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ergebnis $\varphi_{\text{NErk}.i}$	58	49	40	54	67	35	34	57	47	66

- Erwartungswertder Datenstichprobe: $E_{\text{S}}(X) = 50{,}7$
- Varianz der Datenstichprobe: $D^2_{\text{S}}(X) = 140{,}01$
- Varianzvergrößerung:
  $\kappa = \frac{D^2_{\text{S}}(X)}{E_{\text{S}}(X)\cdot\left(1-\frac{E_{\text{S}}(X)}{N}\right)} = \frac{140{,}01}{50{,}7\cdot\left(1-\frac{50{,}7}{1.000}\right)} = 2{,}91$
- Effektive Fehleranzahl: $N_{\text{eff}} = \frac{N}{\kappa} = 344$

Erforderliche Testsatzlänge

Aufgabe 2.23: Mindestmodellfehleranzahl

Wie groß muss die effektive Modellfehleranzahl sein und wie viele Fehler davon muss der Test nachweisen, um mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha \leq 2\%$ für eine zu erwartende Modellfehlerüberdeckung im Bereich von 98,6% bis 99,4% garantieren zu können?

Annahmen:

- Die Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler φ_{NErk} sei normalverteilt.

Hinweis:

- »effektive Modellfehleranzahl« impliziert $\kappa = 1$ und Varianz gleich der einer Binomialverteilung mit demselben Erwartungswert.

Mindestanzahl der Modellfehler Fehler φ_{M}, um mit $\alpha \leq 2\%$ für $FC_{\mathrm{M}} = 98{,}6\% \ldots 99{,}4\%$ garantieren zu können?

Für eine symmetrische Bereichsschätzung von Zählwerten

$$x_{\min\,/\,\max} = E(X) \mp \sqrt{\kappa \cdot E(X) \cdot \left(1 - \frac{E(X)}{N}\right)} \cdot \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

sind die Zählwerte nicht erkannten Modellfehler; Minimum, Maximum und Erwartungswert proportional zur Modellfehleranzahl φ_{M}; $1 - \frac{E(X)}{N} = E(FC)$, $\kappa = 1$ und $\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) = 2{,}33$:

$x_{\max} - x_{\min} =$

$\varphi_{\mathrm{M}} =$

Zur Kontrolle

$$x_{\min\,/\,\max} = E(X) \mp \sqrt{\kappa \cdot E(X) \cdot \left(1 - \frac{E(X)}{N}\right)} \cdot \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

Minimum, Maximum und Erwartungswert proportional zur Modellfehleranzahl: $x_{\min} = \varphi_{\mathrm{M}} \cdot 0{,}6\%$, $x_{\max} = \varphi_{\mathrm{M}} \cdot 1{,}4\%$ und $E(X) = \varphi_{\mathrm{M}} \cdot 1\%$. $1 - \frac{E(X)}{N} = E(FC) = 99\%$. $\kappa = 1$.

α	4,54%	0,26%	0	4%	2%	1%	0,4%	0,2%
$\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$	2	3	4	2,05	2,33	2,57	2,88	3,10

$$\begin{aligned} x_{\max} - x_{\min} &= \varphi_{\mathrm{M}} \cdot 0{,}8\% = 2 \cdot \sqrt{\varphi_{\mathrm{M}} \cdot 0{,}99\%} \cdot 2{,}33 \\ \varphi_{\mathrm{M}} &= 0{,}0099 \cdot \left(\frac{2,33}{0,004}\right)^2 = 3359 \end{aligned}$$

Was besagt das Ergebnis?

- Die Fehlersimulation muss mit mindestens 3359 unabhängig voneinander nachweisbaren Modellfehlern erfolgen.
- Eine Fehlerüberdeckung von $98{,}6\% \ldots 99{,}4\%$ mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit, verlangt eine Testsatzlänge, die 99% dieser Modellfehler, d.h. alle außer ca. 34 nachweist.
- Bei Abhängigkeiten im Fehlernachweis muss die Modelfehleranzahl κ-mal so groß sein.
- Redundate Fehler in der Fehlermenge sind problematisch, weil sie als nicht nachweisbare Fehler gezählt werden, aber eigentlich keine Fehler sind.

Aufgabe 2.24: Simulationsabbruch $\varphi_{\mathrm{NErk}} \in \{0,\ 1,\ 2\}$

Um für eine Modellfehlerüberdeckung von $FC_{\mathrm{M}} = 99\%$ zu garantieren, soll das Simulationsabbruchkriterium

$$\varphi_{\mathrm{NErk.ist}} \in \{0,\ 1,\ 2\}$$

sein. Wie groß muss die Anzahl der Modellfehler φ_{M} ohne redundante Fehler bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha_1 = \alpha_2 = 2\%$ sein?

Annahmen:

- Vernachlässigbare Abhängigkeiten im Fehlernachweis ($\kappa = 1$).
- φ_{NErk} (Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler) poisson-verteilt.

Vorschlag für den Lösungsweg:

- Abschätzung der Unter- und Obergrenze des Erwartungswertes.
- Für den ungünstigsten Fall des Erwartungswertes (Ober- oder Untergrenze?) muss die Modellfehleranzahl so groß sein, dass die zu erwartende Fehlerüberdeckung 99% ist.

Zur Kontrolle

Tabelle der Unter- und Obergrenzen des Erwartungswertes:

	$\alpha_1=\alpha_2=0{,}5\%$		$\alpha_1=\alpha_2=1\%$		$\alpha_1=\alpha_2=2\%$	
X_{ist}	$E(X)_{\min}$	$E(X)_{\max}$	$E(X)_{\min}$	$E(X)_{\max}$	$E(X)_{\min}$	$E(X)_{\max}$
0	0,005	5,299	0,01	4,606	0,02	3,912
1	0,103	7,430	0,148	6,639	0,215	5,835
2	0,338	9,274	0,436	8,405	0,567	7,517

Erforderliche Modellfehleranzahl:

$$\varphi_{\mathrm{M}} = \frac{E(\varphi_{\mathrm{NErk}})_{\max}}{1-FC_{\mathrm{M}}} = 100 \cdot E(\varphi_{\mathrm{NErk}})_{\max}$$

$\varphi_{\mathrm{NErk.ist}}$	0	1	2
φ_{M}	392	584	751

Aufgabe 2.25: Simulationsabbruch bei $\varphi_{\text{NErk.ist}} = 20$

Um für eine Modellfehlerüberdeckung von $FC_{\text{M}} = 99\%$ zu garantieren, soll das Simulationsabbruchkriterium

$$\varphi_{\text{NErk.ist}} = 20$$

sein. Wie groß muss die Anzahl der Modellfehler φ_{M} ohne redundante Fehler bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha_1 = \alpha_2 = 2\%$ sein?

Annahmen:

- Vernachlässigbare Abhängigkeiten im Fehlernachweis ($\kappa = 1$).
- φ_{NErk} (Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler) normalverteiltverteilt.
- Varianz von φ_{NErk} ist ungefähr gleich dem Istwert.

Lösungsweg wie in der Aufgabe zuvor nur mit Normalverteilung.

Zur Kontrolle

- Bestimmung der Obergrenze des Erwartungswerts:

$$\begin{aligned} E\left(\varphi_{\mathrm{NErk}}\right)_{\max} &= \varphi_{\mathrm{NErk}} + \Phi^{-1}\left(1-\alpha_2\right)\cdot\sqrt{\varphi_{\mathrm{NErk}}} \\ &= 20 + 2{,}05\cdot\sqrt{20} = 29{,}17 \end{aligned}$$

α	2,27%	0,13%	0	2%	1%	0,5%	0,2%	0,1%
$\Phi^{-1}\left(1-\alpha\right)$	2	3	4	2,05	2,33	2,57	2,88	3,10

- Erforderliche Modellfehleranzahl:

$$\varphi_{\mathrm{M}} = \frac{E\left(\varphi_{\mathrm{NErk}}\right)_{\max}}{1-FC_{\mathrm{M}}} = 100\cdot E\left(\varphi_{\mathrm{NErk}}\right)_{\max} = 2917$$

- Bei Abhängigkeiten im Fehlernachweis κ-facher Wert.

Zuverlässigkeitswachstum

Aufgabe 2.26: Zuverlässigkeitswachstum

Ein System wurde vor dem Einsatz mit $n_0 = 10^5$ Zufallswerten mit vergleichbarem Operationsprofil wie im Einsatz getestet und erkannte Fehler beseitigt.

Zum Nutzungsbeginn betrug die fehlerbezogene Teilzuverlässigkeit $Z_\mathrm{F} = 10^2$ korrekte Service-Leistungen je Fehlfunktion. Das System wird bei 100 Nutzern eingesetzt, die je im Mittel pro Tag 10^3 Service-Leistungen abarbeiten und im Mittel bei jeder 10. Fehlfunktion ein »Change-Request« an den Hersteller schicken.

Der Hersteller beseitigt im Mittel 0,2 Fehler je Change-Request.

Wie lange dauert es abschätzungsweise, bis sich die fehlerbezogene Zuverlässigkeit des Systems verhundetfacht hat? Der Exponent der FHNW-Funktion sei mindestens $k \geq 0{,}3$.

Zur Kontrolle

Zuverlässigkeitswachstum mit Potenz-FHNW-Funktion:

$$\boxed{Z_{\mathrm{F}}(n) = Z_{\mathrm{F}}(n_0) \cdot \left(\frac{n}{a \cdot n_0} + 1\right)^{k+1} \Rightarrow n = a \cdot n_0 \cdot \left(\left(\frac{Z_{\mathrm{F}}(n)}{Z_{\mathrm{F}}(n_0)}\right)^{\frac{1}{k+1}} - 1\right)}$$

- Exponent: $k = 0{,}3$ (ungünstigster Fall)
- Testanzahl zum Nutzungsbeginn: $n_0 = 10^5$
- Fehlerbez. TZ zum Nutzungsbeginn: $Z_{\mathrm{F}}(n_0) = 10^2$
- Anzahl der Service-Versagen je beseitigter Fehler: $a = 50$
- Umrechnung Anzahl Service-Anforderungen in Reifedauer:

$$t = 10^{-5} \frac{\mathrm{Tage}}{\mathrm{Servic\_Anforderung}} \cdot n$$

$$t = 10^{-5} \cdot 50 \cdot 10^5 \cdot \left((100)^{\frac{1}{1{,}3}} - 1\right) \mathrm{Tage} = 1678\,\mathrm{Tage}$$