Elektronik II Foliensatz 4: Halbleiter, Dioden

G. Kemnitz

12. Juli 2021

Contents

1 Halbleiter

1.1 Stromfluss in Halbleitern

Lernziel

Entwicklung eines quantitativen Verständnisses für

- die Leitungsvorgänge in undotierten und dotierten Halbleitern und
- die Strom-Spannungs-Beziehung an pn-Übergängen.

Die Leitungsvorgänge in Halbleitern und an pn-Übergängen bilden die Grundlage für das Verständnis der Verhaltens- und Simulationsmodelle für

- Dioden
- Bipolartransistoren,
- MOS-Transistoren und
- weitere Halbleiterbauteile.

Die betrachteten physikalischen Größen

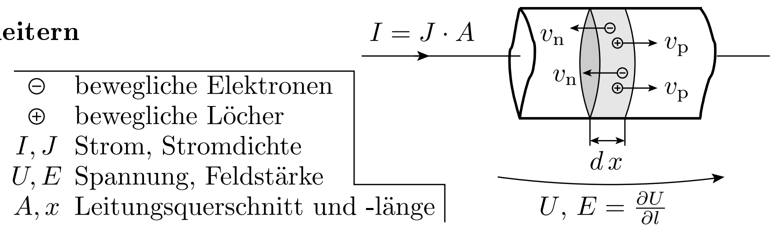
	Symbol	Maßeinheit
Energie$^{(1)}$, Fermienergie$^{(2)}$, chemisches Potential	W, W_{F}, ζ	J (Joule) eV=$1{,}6\cdot 10^{-19}$J
mittlere thermische Energie	$k_{\mathrm{B}}\cdot T$	(eV – Elektronenvolt)
Temperatur	T	K (Kelvin)
Boltzmannkonstante	k_{B}	$1{,}38\cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} = 8{,}62\cdot 10^{-5}\,\frac{\mathrm{eV}}{\mathrm{K}}$
Potential$^{(3)}$, Spannung$^{(4)}$	$\varphi=\frac{W}{q}$, U	V (Volt)
Elementarladung	q	$1{,}6\cdot 10^{-19}C$
Temperaturspannung	$U_{\mathrm{T}}=\frac{k_{\mathrm{B}}\cdot T}{q}$	bei $300\,\mathrm{K}\approx 26\,\mathrm{mV}$

(1)Energiedifferenz der Ladungsträger zu einem Bezugspotential; (2)Energie, bis zu der die Elektronenzustände bei $T = 0$ besetzt sind; (3)Energie der Ladungsträger pro Ladung; (4)Potentialdifferenz.

Dichte der beweglichen Ladungsträger	p (der Löcher(1)), n (der bew. Elektr.(2))	m^{-3}
Driftgeschwindigkeit	$v_{\mathrm{p/n.drift}} = (-)\mu_{\mathrm{p/n}} \cdot E$	$\frac{m}{s}$
Beweglichkeit	$\mu_{\mathrm{n}},\ \mu_{\mathrm{p}}$	$\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{Vs}}$
Diffusionsgeschwindigkeit	$v_{\mathrm{p/n.diff}} = D_{\mathrm{p/n}} \cdot \frac{\partial p/n}{p/n \cdot \partial x}$	$\frac{m}{s}$
Diffusionskoeffizient(3)	$D_{\mathrm{p/n}} = U_{\mathrm{T}} \cdot \mu_{\mathrm{p/n}}$	$\frac{m^2}{s}$
Strom(4)	$I = \frac{d\,Q}{d\,t} = \frac{d\,Q}{d\,l} \cdot v$	A
Leitungsquerschnitt	A	m^2
Stromdichte	$J = \frac{I}{A} = q \cdot (p \cdot v_{\mathrm{p}} - n \cdot v_{\mathrm{n}})$	$\mathrm{A/m}^2$
Raumladungsdichte	$\rho,\ \left(\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon}\right)^{(5)}$	$\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{m}^3}$
Dielektrizitätskonstante (Si)	$\varepsilon,\ \ \varepsilon_{\mathrm{Si}} \approx 100\,\frac{\mathrm{pF}}{m}$	$\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$

(1)freie Zustände im Valenzband; (2)besetzte Zustände im Leitungsband; (3)Einsteingleichung; (4)bewegte Ladung pro Zeit, bewegte Ladungsdichte mal Fläche mal Geschwindigkeit. (5)Poissongleichung

Ströme in Halbleitern



$$J = \frac{I}{A} = q \cdot p \cdot v_{\mathrm{p}} - q \cdot n \cdot v_{\mathrm{n}}$$

Die Stromdichte ist das Produkt aus der Elementarladung, den Dichten der beweglichen Ladungsträger n und p sowie deren Geschwindigkeiten. Die Geschwindigkeiten setzen sich zusammen aus den Driftgeschwindigkeiten

$$v_{\mathrm{p.drift}} = \mu_{\mathrm{p}} \cdot E, \quad v_{\mathrm{n.drift}} = \mu_{\mathrm{n}} \cdot E$$

und den Diffusionsgeschwindigkeiten:

$$v_{\mathrm{p.diff}} = D_{\mathrm{n}} \cdot \frac{\partial p}{p \cdot \partial x}, \quad v_{\mathrm{n.diff}} = D_{\mathrm{n}} \cdot \frac{\partial n}{n \cdot \partial x}$$

Die Diffussionskoeffizienten $D_{\mathrm{p/n}}$ sind nach Einsteingleichung das Produkt aus Temperaturspannung U_{T} und Beweglichkeit $\mu_{\mathrm{p/n}}$:

$$v_{\mathrm{p.diff}} = U_{\mathrm{T}} \cdot \mu_{\mathrm{p}} \cdot \frac{\partial p}{p \cdot \partial x}, \quad v_{\mathrm{n.diff}} = U_{\mathrm{T}} \cdot \mu_{\mathrm{n}} \cdot \frac{\partial n}{n \cdot \partial x}$$

Eingesetzt in die Gleichung der Stromdichte:

$$J = q \cdot \left(\mu_{\mathrm{p}} \cdot \left(p \cdot E + U_{\mathrm{T}} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \mu_{\mathrm{n}} \cdot \left(n \cdot E + U_{\mathrm{T}} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right) \tag{1}$$

Die Feldstärkeänderung in Stromflussrichtung ist nach der Poissongleichung proportional zur Raumladungsdichte aus beweglichen und ortsfesten Ladungen:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{2}$$

(ρ – Raumladung; ε – Dielektrizitätskonstante).

Zusammenfassung

Die Stromdichte in einem Halbleiter

$$J = q \cdot \left(\mu_\mathrm{p} \cdot \left(p \cdot E + U_\mathrm{T} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}\right) - \mu_\mathrm{n} \cdot \left(n \cdot E + U_\mathrm{T} \cdot \frac{\partial n}{\partial x}\right)\right)$$

Abhängig von:

- der Feldstärke E, der Temperaturspannung U_T sowie
- den Dichten und Gradienten der beweglichen Ladungsträger.

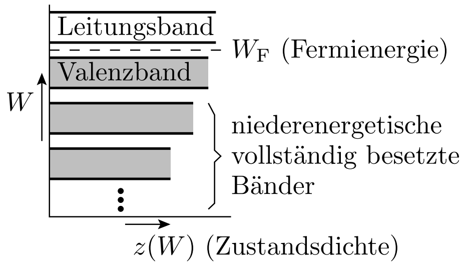
Der Gleichgewichtszustand für die Dichten und Gradienten der beweglichen Ladungen wird durch Dotierung eingestellt. Ungleichgewichte durch zu- und abfließende Ströme bauen sich innerhalb von µs bis ms ab.

Feldstärken E entstehen durch Aufladung und äußere Spannungen.

Empfohlene Literatur: Cordes, Waag und Heuck: Integrierte Schaltungen. Grundlagen - Prozesse - Design - Layout. Pearson Studium, 2011.

1.2 Undotiert (intrinsisch)

Bewegliche Ladungsträger



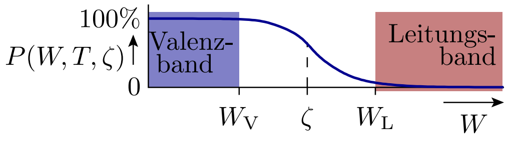
- Elektronen besitzen im Quantenmodell einen Zustand, dem eine Energie zugeordnet ist.
- Teilen sich Elektronen wie in einem Festkörper einen Raum, kann jeder Zustand nur mit einem Elektron besetzt sein.
- Der Zustandsraum ist in Bänder unterteilt und füllt sich bei $T = 0$ von der niedrigsten Energie bis zur Fermienergie W_F.
- Das äußerste voll besetzte Band heißt Valenzband und das darauf folgende Leitungsband.
- Beweglichkeit von Ladungsträgern verlangt freie Elektronenstände in der energetischen Nachbarschaft. Bei $T = 0$ nur für Elektronen im Leitungsband erfüllt.
- Halbleiter sind Materialien mit bei $T = 0$ vollem Valenz- und leerem Leitungsband. Bandlücke ca. $1 \ldots 2\,\mathrm{eV}$.

Undotierte Halbleiter bei Raumtemperatur

Bei $T > 0$ sind auch Zustände oberhalb der Fermienergie besetzt und Zustände unterhalb der Fermienergie frei. Die Besetztwahrscheinlichkeit gehorcht der Fermi-Verteilung:

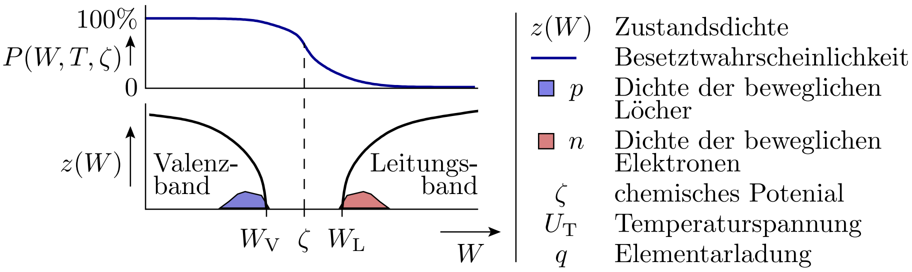
$$P\left(W, T, \zeta\right) = \left(e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_\mathrm{T}}} + 1\right)^{-1}$$

(q – Elementarladung; $U_\mathrm{T} = k_\mathrm{B} \cdot T$ – Temperaturspannung; $q \cdot U_\mathrm{T}$ – mittlere thermisch Energie der Elektronen. Für Si bei 300 K ca. 26 meV.



Das chemische Potential ζ stellt sich so ein, dass die Anzahl der freien Zustände im Valenzband gleich der Anzahl der besetzten Zustände im Leitungsband ist. Ladungsneutralität.

Dichte der beweglichen Ladungsträger



Löcher: Zustandsdichte Valenzband mal $1 - P(...)$

$$p = \int_0^{W_V} (1 - P(W, T, \zeta)) \cdot z(W) \cdot dW$$

Bewegliche Elektronen: Zustandsdichte Leitungsband mal $P(...)$

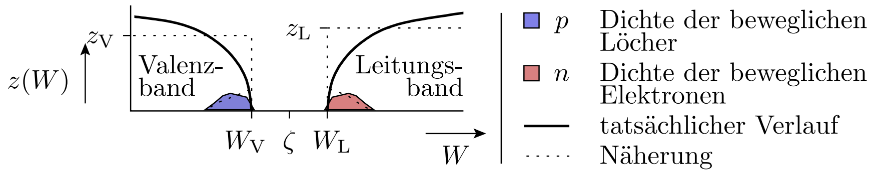
$$n = \int_{W_L}^{\infty} P(W, T, \zeta) \cdot z(W) \cdot dW$$

Boltzmannnäherung

Wenn das chemische Potential um mehr als die doppelte mittlere thermische Energie von den Bandkanten entfernt ist:

$$P(W, T, \zeta) = \left(e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} + 1\right)^{-1} \approx \begin{cases} 1 - e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} & \frac{W-\zeta}{q \cdot U_T} < -2 \\ e^{-\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} & \frac{W-\zeta}{q \cdot U_T} > 2 \end{cases}$$

Überschlag für konstante Zustandsdichten in den Bändern:



$$\begin{array}{lllllll} p & = & z_V \cdot \int_0^{W_V} e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} \cdot dW & \quad & n & = & z_L \cdot \int_{W_L}^{\infty} e^{\frac{\zeta - W}{q \cdot U_T}} \cdot dW \\ p & = & z_V \cdot q \cdot U_T \cdot e^{\frac{W_V-\zeta}{q \cdot U_T}} & & n & = & z_L \cdot q \cdot U_T \cdot e^{\frac{\zeta - W_L}{q \cdot U_T}} \\ p & = & N_V \cdot e^{\frac{W_V-\zeta}{q \cdot U_T}} & & n & = & N_L \cdot e^{\frac{\zeta - W_L}{q \cdot U_T}} \end{array}$$

Silizium bei Raumtemperatur ($U_T \approx 26\,\mathrm{meV}$)

$$\begin{array}{lrcl} \text{Löcherdichte:} & p & = & N_V \cdot e^{\frac{W_V-\zeta}{q \cdot U_T}} \\ \text{bewegl. Elektr.:} & n & = & N_L \cdot e^{\frac{\zeta - W_L}{q \cdot U_T}} \end{array} \tag{3}$$

- Die Boltzmannnäherung für 300K ($U_T \approx 26\,\mathrm{meV}$) verlangt:

$$W_V + 50\,\mathrm{meV} < \zeta < W_L - 50\,\mathrm{meV}$$

- Für Si und 300K: $N_V \approx 15 \cdot 10^{18} \cdot \mathrm{cm}^{-3}$, $N_L \approx 24 \cdot 10^{18} \cdot \mathrm{cm}^{-3}$
- Daraus folgt, Näherung gilt für $n, p < 10^{18} \cdot \mathrm{cm}^{-3}$.

Das Produkt $n \cdot p$ ist unabhängig vom chemischen Potential ζ

$$n \cdot p = n_i^2 = N_V \cdot N_L \cdot e^{\frac{W_V - W_L}{q \cdot U_T}} \tag{4}$$

(n_i – intrinsische Ladungsträgerdichte). Mit unserem Überschlag nehmen N_V und N_L proportional mit der Temperatur zu, in Wirklichkeit eher mit Exponent 1,5. n_i^2 ist sehr temperaturabhängig.

Generation und Rekombination

Generation: Durch Energieaufnahme wird eine Valenzbandelektron zu einem Leitungsbandelektron und hinterlässt einen unbesetzten Zustand (Loch).

Rekombination: Wechsel eines besetzten Leitungsbandelektrons in ein Loch durch Energieabgabe.

$$\text{Valenzbandelektronen} \underset{\text{Rekombination}}{\overset{\text{Generation}}{\rightleftarrows}} \text{Leitungsbandelektronen} + \text{Löcher}$$

Im Gleichgewicht:

$$n \cdot p = n_{\mathrm{i}}^2$$

ist die Generations- gleich der Rekombinationsgeschwindigkeit.

Für Silizium beträgt die intrinsische Ladungsträgerdichte bei 300 K $n_{\mathrm{i}} \approx 2 \cdot 10^9 \mathrm{cm}^{-3}$ und nimmt mit $\approx 7\%/\mathrm{K}$ zu.

Nettorekombinationsrate

Ungleichgewichte, z.B. durch Ladungszu- oder Abfluss bauen sich mit den Relaxationszeiten $\tau_{\mathrm{p/n}}$ ab:

$$\begin{aligned} p(t) &= p_0 - (p(t_0) - p_0) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau_{\mathrm{p}}}} \\ n(t) &= n_0 - (n(t_0) - n_0) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau_{\mathrm{n}}}} \end{aligned}$$

Die Nettorekombinationsraten ist die Differenzen zum stationären Zustand geteilt durch die Zeitkonstante:

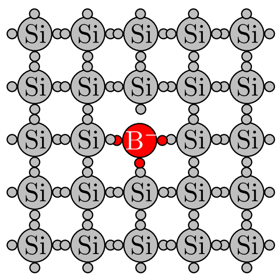
$$r_{\mathrm{p}} = \frac{dp}{dt} = \frac{p - p_0}{\tau_{\mathrm{p}}}; \quad r_{\mathrm{n}} = \frac{dn}{dt} = \frac{n - n_0}{\tau_{\mathrm{n}}} \tag{5}$$

sind im Gleichgewichtszustand null und ansonsten proportional zur Größe der Gleichgewichtsstörung $p - p_0$ bzw. $n - n_0$.

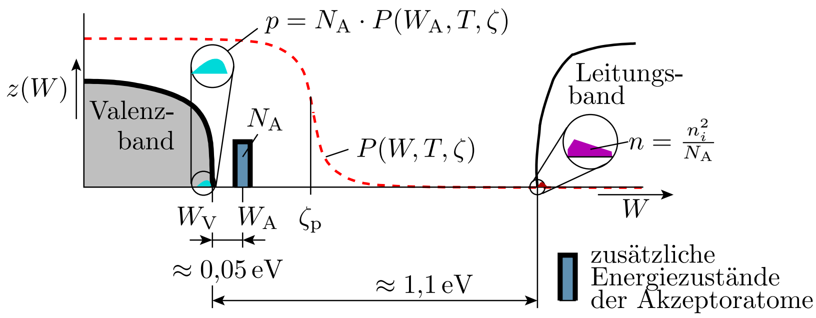
Für $p < p_0$ bzw. $n < n_0$ ist die Nettorekombinationsrate negativ und eigentlich eine Generationsrate.

1.3 Dotiert (extrinsisch)

Dotierung mit Akzeptoren (p-Gebiete)



Einbau von Atomen mit drei Außenelektronen, z.B. Bor, in das Diamantgitter von Silizium. Die Energie, ein viertes Außenelektron aufzunehmen, ist $\approx 2 \cdot q \cdot U_{\mathrm{T}}$ größer als die max. Energie im Valenzband W_{V}.



Ladungsdichten und ζ_p in p-Gebieten

Das chemische Potential stellt sich so ein, dass die Löcheranzahl im Valenzband gleich der Anzahl der besetzten Akzeptor- und Leitungsbandzustände ist:

$$\begin{aligned} p &= N_\mathrm{V}\cdot e^{\frac{W_\mathrm{V}-\zeta_\mathrm{P}}{q\cdot U_\mathrm{T}}} = N_\mathrm{A}\cdot P\left(W_\mathrm{A},T,\zeta_\mathrm{p}\right)+n \\ &\approx N_\mathrm{A}\cdot\left(1-e^{\frac{W_\mathrm{A}-\zeta_\mathrm{P}}{q\cdot U_\mathrm{T}}}\right) \quad \text{wegen } n\ll N_\mathrm{A}\cdot\left(1-e^{\frac{W_\mathrm{A}-\zeta_\mathrm{P}}{q\cdot U_\mathrm{T}}}\right) \\ &\approx N_\mathrm{A} \quad \left(\text{Boltzmannnäherung für } \frac{W_\mathrm{A}-\zeta_\mathrm{P}}{q\cdot U_\mathrm{T}}<-2\right. \end{aligned}$$

Chemisches Potential für die Boltzmannnäherung:

$$\zeta_\mathrm{p}\approx W_\mathrm{V}+q\cdot U_\mathrm{T}\cdot\ln\left(\frac{N_\mathrm{V}}{N_\mathrm{A}}\right) \qquad N_\mathrm{A}\ll N_\mathrm{V} \tag{6}$$

In einem mit Akzeptoren dotierten (p-) Gebiet sind Löcher die Majoritätsladungsträger.

Die Dichte der Minoritätsladungsträger strebt durch Generation bzw. Rekombination gegen Gl. 4:

$$n=\frac{n_\mathrm{i}^2}{p}$$

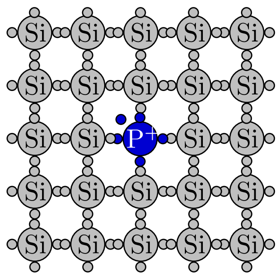
Richtwerte Si 300K:

Akzeptordichte in cm^{-3}	10^{14}	10^{16}	10^{18}
Majoritätsladungsträgerdichte (p) in cm^{-3}	10^{14}	10^{16}	$5\cdot10^{17}$
Minoritätsladungsträgerdichte (n) in cm^{-3}	$4\cdot10^{4}$	$4\cdot10^{2}$	8

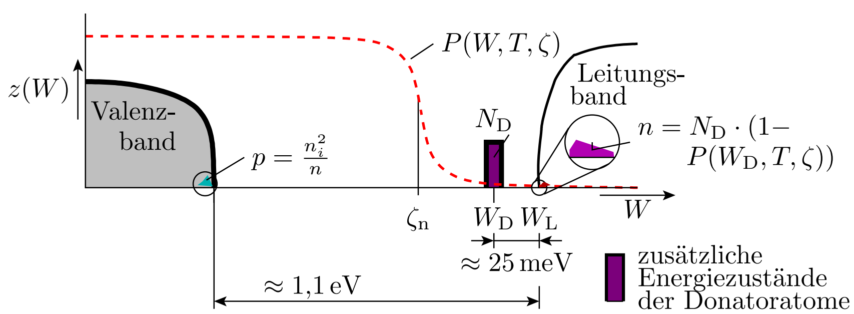
Für hohe Dotierung (ab $10^{18}\mathrm{cm}^{-3}$) sind die zusätzlichen Akzeptorzustände nur teilweise besetzt und p kleiner als die Akzeptordichte

$$p=N_\mathrm{A}\cdot\left(1-e^{\frac{W_\mathrm{A}-\zeta_\mathrm{P}}{q\cdot U_\mathrm{T}}}\right)<N_\mathrm{A}$$

Dotierung mit Donatoren (n-Gebiete)



Einbau von Atomen mit fünf Außenelektronen, z.B. Phosphor, in das Diamantgitter von Silizium. Die Energie, das fünfte Außenelektron abzugeben, ist $\approx q\cdot U_\mathrm{T}$ kleiner als die min. Energie im Leitungsband W_L.



Ladungsdichten und ζ_n in n-Gebieten

Das chemische Potential stellt sich so ein, dass die Elektronenanzahl im Leitungsband gleich der Anzahl der freien Donator- und Valenzbandzustände ist:

$$\begin{aligned} n &= N_\mathrm{L} \cdot e^{\frac{\zeta_\mathrm{n} - W_\mathrm{L}}{q \cdot U_\mathrm{T}}} = N_\mathrm{D} \cdot (1 - P(W_\mathrm{D}, T, \zeta_\mathrm{n})) + p \\ &\approx N_\mathrm{D} \cdot \left(1 - e^{-\frac{W_\mathrm{D} - \zeta_\mathrm{n}}{q \cdot U_\mathrm{T}}}\right) \quad \text{wegen } p \ll N_\mathrm{D} \cdot \left(1 - e^{-\frac{W_\mathrm{D} - \zeta_\mathrm{n}}{q \cdot U_\mathrm{T}}}\right) \\ &\approx N_\mathrm{D} \quad \left(\text{Boltzmannnäherung für } \frac{W_\mathrm{D} - \zeta_\mathrm{n}}{q \cdot U_\mathrm{T}} > 2\right. \end{aligned}$$

Chemisches Potential für die Boltzmannnäherung:

$$\zeta_n \approx W_\mathrm{L} - q \cdot U_\mathrm{T} \cdot \ln\left(\frac{N_\mathrm{L}}{N_\mathrm{D}}\right) \tag{7}$$

In einem mit Donatoren dotierten (n-) Gebiet sind bewegliche Elektronen die Majoritätsladungsträger.

Die Dichte der Minoritätsladungsträger strebt durch Generation bzw. Rekombination gegen Gl. 4:

$$p = \frac{n_\mathrm{i}^2}{n}$$

Richtwerte Si 300K:

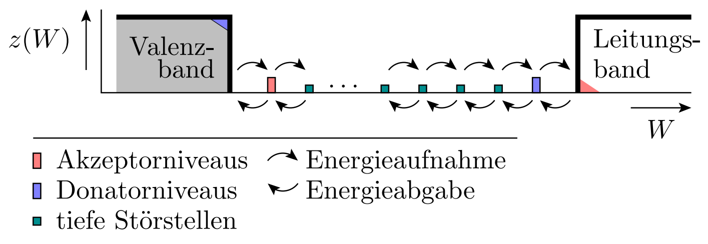
Donatordichte in cm^{-3}	10^{14}	10^{16}	10^{18}
Majoritätsladungsträgerdichte (n) in cm^{-3}	10^{14}	10^{16}	10^{18}
Minoritätsladungsträgerdichte (p) in cm^{-3}	$4 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^2$	4

Für hohe Dotierung (ab $10^{18}\mathrm{cm}^{-3}$) sind die zusätzlichen Donatorzustände nur teilweise unbesetzt und n kleiner als die Donatordichte

$$n = N_\mathrm{D} \cdot \left(1 - e^{-\frac{W_\mathrm{D} - \zeta_\mathrm{n}}{q \cdot U_\mathrm{T}}}\right) < N_\mathrm{A}$$

Tiefe Störstellen

Gleichmäßig in der Bandlücke verteile zusätzliche Energiezustände durch Gitterfehler und Verunreinigungen.



- In der Regel erfolgt die Energieaufnahme und -abgabe in kleinen Schritten über die tiefen Störstellen.
- Je reiner ein Halbleiter, desto größer sind die Relaxationszeiten τ_p und τ_n, mit denen die Gleichgewichtsstörungen abgebaut werden.

Zusammenfassung

Mit der Boltzmannnäherung für Si und 300K ($U_{\mathrm{T}} \approx 26\,\mathrm{meV}$, $W_{\mathrm{V}} + 50\,\mathrm{meV} < \zeta < W_{\mathrm{L}} + 50\,\mathrm{meV}$, $N_{\mathrm{V}} \approx 15 \cdot 10^{18} \cdot \mathrm{cm}^{-3}$ und $N_{\mathrm{L}} \approx 24 \cdot 10^{18} \cdot \mathrm{cm}^{-3}$) betragen im undotierten Halbleiter die Dichten der Löcher und der beweglichen Elektronen:

$$\begin{aligned} p &= N_{\mathrm{V}} \cdot e^{\frac{W_{\mathrm{V}}-\zeta}{q \cdot U_{\mathrm{T}}}} \\ n &= N_{\mathrm{L}} \cdot e^{\frac{\zeta-W_{\mathrm{L}}}{q \cdot U_{\mathrm{T}}}} \end{aligned}$$

Im Gleichgewichtszustand:

$$n \cdot p = n_{\mathrm{i}}^2 = N_{\mathrm{V}} \cdot N_{\mathrm{L}} \cdot e^{\frac{W_{\mathrm{V}}-W_{\mathrm{L}}}{q \cdot U_{\mathrm{T}}}} = n_{\mathrm{i}}^2$$

n_{i} – intrinsische Ladungsträgerdichte, für Si bei 300 K $n_{\mathrm{i}} \approx 2 \cdot 10^9 \mathrm{cm}^{-3}$. Abnahme mit etwa 7% pro Kelvin zu.

Eine Akzeptordichte $N_{\mathrm{A}} \ll N_{\mathrm{V}}$ ändert das Gleichgewicht in:

$$\begin{aligned} p &= N_{\mathrm{A}}; \quad n = \frac{n_{\mathrm{i}}^2}{N_{\mathrm{A}}} \\ \zeta_{\mathrm{p}} &\approx W_{\mathrm{V}} + q \cdot U_{\mathrm{T}} \cdot \ln\left(\frac{N_{\mathrm{V}}}{N_{\mathrm{A}}}\right) \end{aligned}$$

Eine Donatordichte $N_{\mathrm{D}} \ll N_{\mathrm{L}}$ ändert das Gleichgewicht in:

$$\begin{aligned} n &= N_{\mathrm{D}}; \quad p = \frac{n_{\mathrm{i}}^2}{N_{\mathrm{D}}} \\ \zeta_{\mathrm{n}} &\approx W_{\mathrm{L}} - q \cdot U_{\mathrm{T}} \cdot \ln\left(\frac{N_{\mathrm{L}}}{N_{\mathrm{D}}}\right) \end{aligned}$$

Gleichgewichtsstörungen werden mit den Nettorekombinationsraten

$$r_{\mathrm{n}} = \frac{dn}{dt} = \frac{n - n_0}{\tau_{\mathrm{n}}}; \quad r_{\mathrm{p}} = \frac{dp}{dt} = \frac{p - p_0}{\tau_{\mathrm{p}}}$$

abgebaut ($\tau_{\mathrm{p/n}}$ – Relaxionszeiten, bis zu Millisekunden).

1.4 Stromloser pn-Übergang

Suchen Sie die Gleichungen zusammen

Stromdichte für Halbleiter nach Gl. 1:

$$J = q \cdot (\mu_{\mathrm{p}} \cdot (\ldots\ldots\ldots\ldots) - \mu_{\mathrm{n}} \cdot (\ldots\ldots\ldots\ldots))$$

Die Poisson-Gleichung, Gl. 2:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Die Boltzmannnäherung für p und n als Funktion von ζ nach Gl. 3

$$\begin{aligned} p &\approx N_{\mathrm{V}} \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots \\ n &\approx N_{\mathrm{L}} \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Die Nettorekombinationsraten nach Gl. 5:

$$\mathrm{p-Gebiet}: r_{\mathrm{p}} = \frac{dp}{dt} = \ldots\ldots\ldots, \quad \mathrm{n-Gebiet}: r_{\mathrm{n}} = \frac{dn}{dt} = \ldots\ldots\ldots$$

Zur Kontrolle

Stromdichte für Halbleiter nach Gl. 1:

$$J = q \cdot \left(\mu_{\mathrm{p}} \cdot \left(p \cdot E + U_{\mathrm{T}} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \mu_{\mathrm{n}} \cdot \left(n \cdot E + U_{\mathrm{T}} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right)$$

Die Boltzmannnäherungen für die Elektronen- und die Löcherdichten nach Folie 4:

$$\begin{aligned} p &= N_{\mathrm{V}} \cdot e^{\frac{W_{\mathrm{V}} - \zeta}{q \cdot U_{\mathrm{T}}}} \\ n &= N_{\mathrm{L}} \cdot e^{\frac{\zeta - W_{\mathrm{L}}}{q \cdot U_{\mathrm{T}}}} \end{aligned}$$

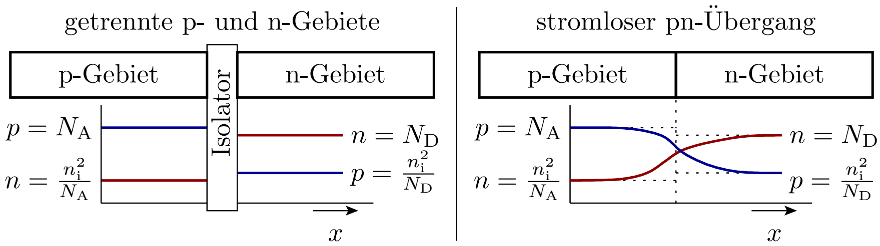
Die Poisson-Gleichung, Gl. 2:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

Die Nettorekombinationsraten nach Gl. 5:

$$\mathrm{p-Gebiet}: r_{\mathrm{p}} = \frac{dp}{dt} = \frac{p - p_0}{\tau_{\mathrm{p}}}, \quad \mathrm{n-Gebiet}: r_{\mathrm{n}} = \frac{dn}{dt} = \frac{n - n_0}{\tau_{\mathrm{n}}}$$

Verbindung eines p- und eines n-Gebiets



- Der Dichtegradient an der Übergangsstelle bewirkt, das aus dem p-Gebiet Elektronen und aus dem n-Gebiet Löcher in das andere Gebiet diffundieren.
- Es entsteht ein elektrisches Feld, das einen Driftstrom verursacht, der den Diffusionsstrom kompensiert.
- Die im Verbindungsmoment durch Diffusion verursache Erhöhung von $n \cdot p \gg n_{\mathrm{i}}^{\mathbf{2}}$ wird innerhalb weniger Millisekunden durch Rekombination abgebaut.

Feldstärke und Ladungsdichte

Im stationären Gleichgewicht heben sich überall die Elektronen- und Löcherströme auf. Elektronenstromdichte nach Gl. 1:

$$J_{\mathrm{n}} = 0 = -q \cdot \mu_{\mathrm{n}} \cdot \left(n \cdot E + U_{\mathrm{T}} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \tag{8}$$

Die Änderung der Elektronendichte ergibt sich aus der Änderung des Abstands des chemischen Potentials zum Leitungsband:

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial \left(N_{\mathrm{L}} \cdot e^{\frac{\zeta_{\mathrm{n}} - W_{\mathrm{L}}}{q \cdot U_{\mathrm{T}}}} \right)}{\partial x} = \frac{n}{q \cdot U_{\mathrm{T}}} \cdot \left(\frac{\partial \zeta_{\mathrm{n}}}{\partial x} - \frac{\partial W_{\mathrm{L}}}{\partial x} \right) = -\frac{n}{q \cdot U_{\mathrm{T}}} \cdot \frac{\partial W_{\mathrm{L}}}{\partial x}^{*}$$

(*mit Festlegung ζ = konst.). Eingesetzt in Gl. 8 ergibt sich, dass die Feldstärke im stromlosen pn-Übergang proportional zur Änderung der Leitungsbandenergie abnimmt:

$$0 = n \cdot E - U_{\mathrm{T}} \cdot \frac{n}{q \cdot U_{\mathrm{T}}} \cdot \frac{\partial W_{\mathrm{L}}}{\partial x}, \quad E = \frac{1}{q} \cdot \frac{\partial W_{\mathrm{L}}}{\partial x}$$

Diffusionsspannung und Raumladung

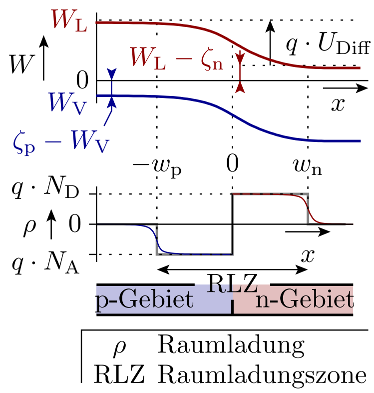
Die Diffusionsspannung

$$U_{\mathrm{Diff}} = -\int_{-w_{\mathrm{p}}}^{w_{\mathrm{n}}} E \cdot dx = -\frac{1}{q} \cdot \int_{-w_{\mathrm{p}}}^{w_{\mathrm{n}}} \frac{\partial W_{\mathrm{L}}}{\partial x} \cdot dx = \frac{\zeta_{\mathrm{n}} - \zeta_{\mathrm{p}}}{q}$$

ist das Intergral über die Feldstärke am stromlosen pn-Übergang.

In dem Bereich, in dem das chemische Potential von den Bandkanten weiter entfernt ist, ist die Dichte der beweglichen Ladungsträger klein gegenüber den ortsfesten Störstellenatomen. Näherungsweise konstante Raumladung:

- p-Gebiet: $\rho \approx -q \cdot N_{\mathrm{A}}$
- n-Gebiet: $\rho \approx q \cdot N_{\mathrm{D}}$.



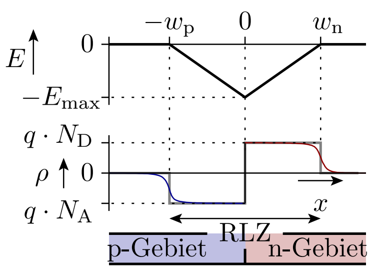
Feldstärke und Sperrschichtbreite

Bei konstanter Raumladung nimmt nach Gl. 2 (Poisson-Gl.):

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

die Feldstärke im p-Gebiet proportional mit $-q \cdot N_{\mathrm{A}}$ ab und im n-Gebiet mit $q \cdot N_{\mathrm{D}}$ zu (Dreieckverlauf) .

- Abfall p-Gebiet: $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{-q \cdot N_{\mathrm{A}}}{\varepsilon} = \frac{-E_{\max}}{w_{\mathrm{p}}}$
- Anstieg n-Gebiet: $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{q \cdot N_{\mathrm{D}}}{\varepsilon} = \frac{E_{\max}}{w_{\mathrm{n}}}$
- Ladungsneutralität: $N_{\mathrm{A}} \cdot w_{\mathrm{p}} = N_{\mathrm{D}} \cdot w_{\mathrm{n}}$
- Diffusionsspannung: $U_{\mathrm{Diff}} = \frac{1}{2} \cdot E_{\max} \cdot (w_{\mathrm{p}} + w_{\mathrm{n}})$



Auflösung des Gleichungssystems nach den Breiten der Raumladungszonen:

$$w = w_{\mathrm{p}} + w_{\mathrm{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot U_{\mathrm{Diff}}}{q} \cdot \left(\frac{1}{N_{\mathrm{A}}} + \frac{1}{N_{\mathrm{D}}}\right)} \tag{9}$$

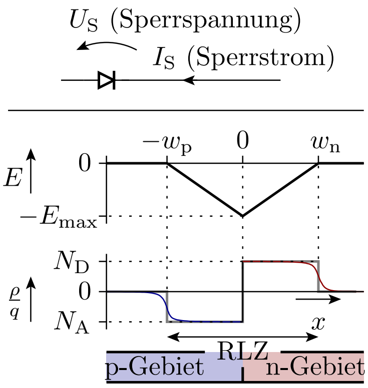
$$w_{\mathrm{p}} = \frac{w \cdot N_{\mathrm{D}}}{N_{\mathrm{D}} + N_{\mathrm{A}}}, \quad w_{\mathrm{n}} = \frac{w \cdot N_{\mathrm{A}}}{N_{\mathrm{D}} + N_{\mathrm{A}}}$$

Maximale Feldstärke:

$$E_{\max} = \frac{w_{\mathrm{p}} \cdot q \cdot N_{\mathrm{A}}}{\varepsilon} = \frac{w_{\mathrm{n}} \cdot q \cdot N_{\mathrm{D}}}{\varepsilon} = \frac{2 \cdot U_{\mathrm{Diff}}}{w}$$

- Bei gleicher Dotierung: $w_{\mathrm{p}} = w_{\mathrm{n}}$.
- Je schwächer dotiert, desto breiter die Sperrschicht.
- Bei ungleicher Dotierung breitet sich die Raumladungszone hauptsächlich im niedriger dotierten Gebiet aus.
- Über $C = \varepsilon \cdot \frac{A}{w}$ verhält sich die Sperrschichtkapazität umgekehrt proportional zur Sperrschichtbreite w.

1.5 pn-Übergang, Sperrbereich



Sperrbereich

Eine Sperrspannung $U_S > 0$ verbreitert die mit $\rho = q \cdot N_A$ bzw. $\rho = q \cdot N_D$ aufgeladene Raumladungszohne und E_{max}. Das Integral über die Feldstärke ist jetzt die Summe aus Diffusions- und Sperrspannung:

$$U_{Diff} + U_S = \frac{1}{2} \cdot E_{max} \cdot (w_p + w_n)$$

In den Gleichungen zur Bestimmung von w, w_p, w_n und E_{max} ist die Diffusionsspannung durch $U_{Diff} + U_S$ zu ersetzen:

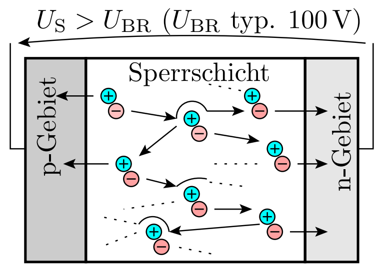
$$E_{max} = \frac{2 \cdot (U_{Diff} + U_S)}{w}$$

$$E_{max} = \frac{2 \cdot (U_{Diff} + U_S)}{w} = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot (U_{Diff} + U_S)}{\varepsilon \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)}} \tag{10}$$

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot (U_{Diff} + U_S)}{q} \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)} \tag{11}$$

$$w_p = \frac{w \cdot N_D}{N_D + N_A}, \quad w_n = \frac{w \cdot N_A}{N_D + N_A}$$

Lawinendurchbruch



Häufigste Durchbruchart. Bei hohen Feldstärken nehmen die bewegten Ladungsträger auf ihrem Weg bis zum nächsten Gitterzusammenstoß so viel Energie auf, das es für die Generierung eines Elektronen-Lochpaars ausreicht. Die Dichte der beweglichen Ladungsträger in der Raumladungszone steigt mit weiterer Erhöhung der Sperrspannung exponentiell an.

Spannungsfestigkeit

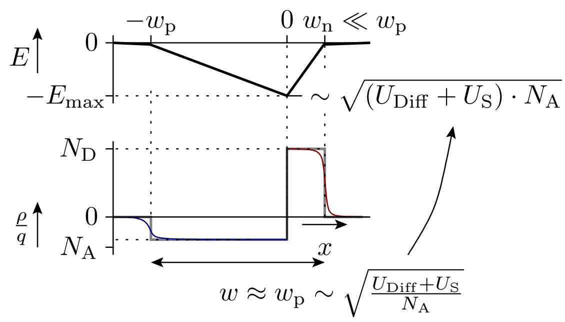
Die maximale Feldstärke E_{max} muss unterhalb des Wertes für den Durchbruch E_{BR} bleiben:

$$E_{max} = \frac{2 \cdot (U_{Diff} + U_S)}{w} = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot (U_{Diff} + U_S)}{\varepsilon \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)}} < E_{BR}$$

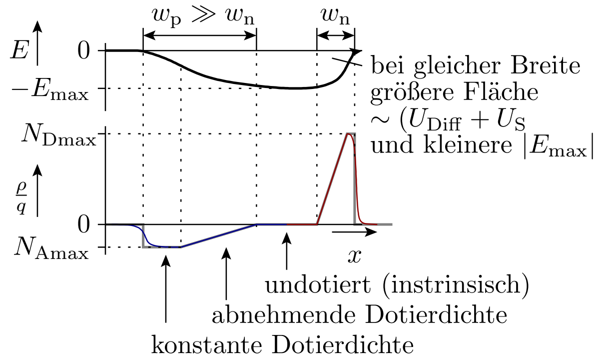
Für gegebene U_S

- große Breite
- niedrige Dotierung.

Einseitig niedrige Dotierung reicht, weil sich die Sperrschicht hauptsächlich im niedrig dotierten Gebiet ausbreitet.



Sanfte Dotierprofile und intrinsischer Übergang



Aus der Poisson-Gl. 2 $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon}$ folgt, dass bei abnehmender Raumladung, die in der Verarmungszone gleich der Dotierdichte ist, E schwächer und in einer intrinsischen Zwischenschicht gar nicht zunimmt. Bei gleicher Sperrschichtbreite und Sperrspannung geringeres Feldstärkemaximum.

Sperrstrom

Der Sperrstrom ist ein Generierungsstrom mit der Stromdichte:

$$J_S = \frac{I_S}{A} \approx q \cdot (w_n \cdot r_n + w_p \cdot r_p)$$

mit der Generationsrate[1] im p-Gebiet:

$$-r_p = -\frac{dp_p}{dt} = \frac{N_A - p_p}{\tau_p} \approx \frac{N_A}{\tau_p}$$

und im n-Gebiet:

$$-r_n = -\frac{dn_n}{dt} = \frac{N_D - n_n}{\tau_n} \approx \frac{N_D}{\tau_n}$$

($\ldots_p$ – im p-Gebiet; $\ldots_p$; im n-Gebiet; τ – Relaxionszeit; Näherungsannahmen: Majoritätsdichte viel kleiner Dotierdichten). Zusammen:

$$J_S = \frac{I_S}{A} \approx q \cdot \left(\frac{w_n \cdot N_D}{\tau_n} + \frac{w_p \cdot N_A}{\tau_p}\right) \tag{12}$$

Für einen abrupten Übergang mit sprunghafter Überrung der Änderung der Dotiertichte von N_A nach N_D nehmen die Breiten w_p und w_n der Raumladungszonen und damit auch der Sperrstom mit $\sqrt{U_{Diff} + U_S}$ zu:

$$J_S \sim \sqrt{U_{Diff} + U_S}$$

Für die meisten Anwendungen ist der Sperrstrom vernachlässigbar klein.

Zusammenfassung

- Sperrschichtbreite:

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot (U_{Diff} + U_S)}{q} \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)}$$

- Maximale Feldstärke:

$$E_{max} = \frac{2 \cdot (U_{Diff} + U_S)}{w} = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot (U_{Diff} + U_S)}{\varepsilon \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)}}$$

- Bei zu hoher Feldstärke Durchbruch.
- Erhöhung der Spannungsfestigkeit durch einseitig niedrige Dotierung, sanfte Dotierprofile und/oder eine intrinsische Schicht zwischen den dotierten Gebieten.
- Sperrstrom vernachlässigbar.

[1] Die Generierungsrate für $n \cdot p < n_i^2$ ist minus Nettorekombinationsrate.

1.6 pn-Übergang Durchlassbereich

Suchen Sie die Gleichungen zusammen

1. Stromdichte für Halbleiter nach Gl. 1:

$$J = q \cdot (\mu_p \cdot (\ldots\ldots\ldots\ldots) - \mu_n \cdot (\ldots\ldots\ldots\ldots))$$

2. Die Boltzmannnäherungen für die Elektronen- und die Löcherdichten Gl. 3:

$$\begin{aligned} p &\approx N_V \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots \\ n &\approx N_L \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

3. Die Gleichgewichtsverscheibung des Produkts $n \cdot p$ unter der Annahme, dass sich die chemischen Potentiale für Löcher und Elektronen um $\zeta_n - \zeta_p = q \cdot U_D$ unterscheiden ($\zeta_{p/n}$ – chemisches Potential zur Löcher- / Elektronendichte; U_D – Spannung in Durchlassrichtung; q – Elemetarladung):

$$n \cdot p = n_i^2 \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Zur Kontrolle

1. Stromdichte für Halbleiter nach Gl. 1:

$$J = q \cdot \left(\mu_p \cdot \left(p \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial p}{\partial x}\right) - \mu_n \cdot \left(n \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial n}{\partial x}\right)\right)$$

2. Die Boltzmannnäherungen für die Elektronen- und die Löcherdichten Gl. 3:

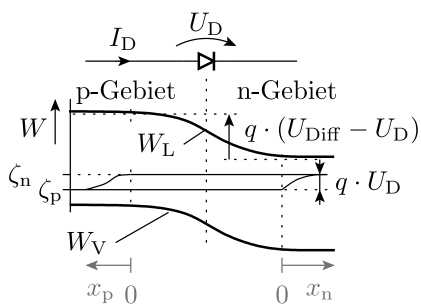
$$\begin{aligned} p &\approx N_V \cdot e^{\frac{W_V - \zeta_p}{q \cdot U_T}} \quad \text{für } \mathrm{e}^{\frac{W_V - \zeta_p}{q \cdot U_T}} < \mathrm{e}^{-2} \approx 0{,}1^* \\ n &\approx N_L \cdot e^{\frac{\zeta_n - W_L}{q \cdot U_T}} \quad \text{für } \mathrm{e}^{\frac{\zeta_n - W_L}{q \cdot U_T}} < \mathrm{e}^{-2} \approx 0{,}1^* \end{aligned}$$

(*– Gültigkeitsvoraussetzung).

3. Gleichgewichtsverschiebung des Produkts $n \cdot p$ für $\zeta_n - \zeta_p = q \cdot U_D$

$$n \cdot p = \underbrace{N_V \cdot N_L \cdot e^{-\frac{W_L - W_V}{q \cdot U_T}}}_{n_i^2} \cdot \underbrace{e^{\frac{\zeta_n - \zeta_p}{q \cdot U_T}}}_{e^{\frac{U_D}{U_T}}}$$

Durchlassbereich



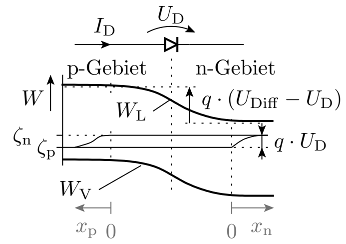
Eine Durchlassspannung $U_D > 0$ verringert nach Gl. 11 das elektrische Feld und die Breite der Raumladungszone. Der Diffusionsstrom wird nicht mehr durch den Driftstrom kompensiert.

Unter der Annahme, keine Rekombination in der Sperrschicht[2], behalten die chemisches Potentiale der in das andere Gebiet diffundierenden Ladungsträger die Differenz $\zeta_n - \zeta_p = q \cdot U_D$. Vergrößerung von $n \cdot p$ bis zum Ende der Sperrschicht:

$$n \cdot p \approx n_i^2 \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$$

[2]Aufgrund der großen Dichtegradienten diffundieren die Ladungsträger sehr schnell durch die Sperrschicht.

Hinter der Raumladungszone



Majoritätsdichte:
$$p_p(x_p \ge 0) = N_A$$
$$n_n(x_n \ge 0) = N_D$$

Minoritätsdichteerhöhung am Ende der Raumladungszone:

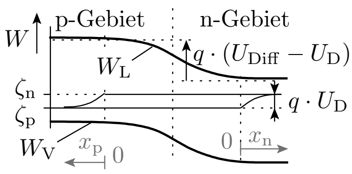
$$n_p(x_p = 0) = n_{p0}\cdot e^{\frac{U_D}{U_T}} \text{ mit } n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A}$$
$$p_n(x_n = 0) = p_{n0}\cdot e^{\frac{U_D}{U_T}} \text{ mit } p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D}\cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$$

Weiterdiffusion der Minioritätsladungsträger im Bahngebiet:

- Elektronen im p-Gebiet: $J_n = q\cdot\mu_n\cdot U_T\cdot\frac{d\,n_p(x_p)}{d\,x_p}$
- Löcher im n-Gebiet: $J_p = q\cdot\mu_p\cdot U_T\cdot\frac{d\,p_n(x_n)}{d\,x_n}$

Die Dichtegradienten $\neq 0$ entstehen durch Rekombination.

Minoritätendichten $x_{p/n} \ge 0$



Diffussionsstromdichten:

$$J = J_n + J_p$$

	Diffusionsstromdichte	Abnahme durch Rekombination
p	$J_n = q\cdot\mu_n\cdot U_T\cdot\left.\frac{\partial\,n_p(x_p)}{\partial\,x_p}\right\|_{x_p=0}$	$\frac{\partial\,J_n}{\partial\,x_p} = q\cdot r_p = q\cdot\frac{n_p(x_p)-n_{p0}}{\tau_p}$
n	$J_p = q\cdot\mu_p\cdot U_T\cdot\left.\frac{\partial\,p_n(x_n)}{\partial\,x_n}\right\|_{x_n=0}$	$\frac{\partial\,J_p}{\partial\,x_n} = q\cdot r_n = q\cdot\frac{p_n(x_n)-p_{n0}}{\tau_n}$

1. DGL Min.-Dichte p-Gebiet: $\frac{\partial^2\,n_p(x_p)}{\partial\,x_p^2} = \frac{n_p(x_p)-n_{p0}}{\mu_n\cdot U_T\cdot\tau_p}$
2. DGL Min.-Dichte n-Gebiet: $\frac{\partial^2\,p_n(x_n)}{\partial\,x_n^2} = \frac{p_n(x_n)-p_{n0}}{\mu_p\cdot U_T\cdot\tau_n}$

Lösung der DGLs für die Minoritätendichten:

1. p-Gebiet: $n_p(x_p) = k_p\cdot e^{[-]\frac{x_p}{L_n}} + n_{p0}$ mit $L_n = \sqrt{\mu_n\cdot U_T\cdot\tau_p}$
2. n-Gebiet: $p_n(x_p) = k_n\cdot e^{[-]\frac{x_n}{L_p}} + p_{n0}$ mit $L_p = \sqrt{\mu_p\cdot U_T\cdot\tau_n}$

(L_n – Diffusionslänge Elektronen im p-Gebiet; L_p – ... Löcher im n-Gebiet).

L_p, L_n – Diffusionslängen, Wege, bis zur Verringerung der Minoritätsüberschüsse auf das $1/e$-fache.

Probe mit der Minioritätendichte im p-Gebiet:

$$\frac{\partial^2\left(k_p\cdot e^{[-]\frac{x_p}{L_p}} + n_{p0}\right)}{\partial\,x_n^2} = \frac{k_p\cdot e^{[-]\frac{x_p}{L_p}}}{L_p^2} \stackrel{!}{=} \frac{k_p\cdot e^{[-]\frac{x_p}{L_p}}}{L_p^2} + n_{p0} - n_{p0}\checkmark$$

$\ldots e^{-\frac{x_n}{\cdots}}$ physikalisch richtig, weil $p_n(x_n)$ mit x_n abnimmt.

$n_p(x_p)$, $p_n(x_n)$	Minoritätendichte im p- bzw- n-Bahngebiet
k_p, k_n	noch zu bestimmende Parameter
τ_p, τ_n	Relaxionszeit im p- bzw- n-Gebiet
μ_p, μ_p	Beweglichkeit im p- bzw- n-Gebiet
L_n	Diffusionslänge Elektronen im p-Gebiet
L_p	Diffusionslänge Löcher im n-Gebiet

Bestimmung k_{p} aus Randbedingung $n_{\mathrm{p}}(x_{\mathrm{p}}=0)=n_{\mathrm{p0}}\cdot e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{U_{\mathrm{T}}}}$:

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{p0}}\cdot e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{U_{\mathrm{T}}}} &= k_{\mathrm{p}}\cdot e^{-\frac{x_{\mathrm{p}}=0}{L_{\mathrm{n}}}}+p_{\mathrm{n0}} \\ k_{\mathrm{p}} &= n_{\mathrm{p0}}\cdot\left(e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{U_{\mathrm{T}}}}-1\right) \\ n_{\mathrm{p}}(x_{\mathrm{p}}) &= n_{\mathrm{p0}}\cdot\left(e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{U_{\mathrm{T}}}}-1\right)\cdot e^{-\frac{x_{\mathrm{p}}}{L_{\mathrm{n}}}}+n_{\mathrm{p0}} \end{aligned}$$

Bestimmung k_{n} aus Randbedingung $p_{\mathrm{n}}(x_{\mathrm{n}}=0)=p_{\mathrm{n0}}\cdot e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{U_{\mathrm{T}}}}$:

$$p_{\mathrm{n}}(x_{\mathrm{n}})=p_{\mathrm{n0}}\cdot\left(e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{U_{\mathrm{T}}}}-1\right)\cdot e^{-\frac{x_{\mathrm{n}=0}}{L_{\mathrm{p}}}}+p_{\mathrm{n0}}$$

Durchlassstrom gleich Summe der Diffusionsströme bei $x_{\mathrm{p/n}}=0$:

$$\begin{aligned} J &= J_{\mathrm{n}}+J_{\mathrm{p}}=q\cdot\left(\mu_{\mathrm{n}}\cdot U_{\mathrm{T}}\cdot\left.\frac{\partial\, n_{\mathrm{p}}(x_{\mathrm{p}})}{\partial\, x_{\mathrm{p}}}\right|_{x_{\mathrm{p}}=0}+\mu_{\mathrm{p}}\cdot U_{\mathrm{T}}\cdot\left.\frac{\partial\, p_{\mathrm{n}}(x_{\mathrm{n}})}{\partial\, x_{\mathrm{n}}}\right|_{x_{\mathrm{n}}=0}\right) \\ &= \left(\frac{n_{\mathrm{p0}}\cdot q\cdot\mu_{\mathrm{n}}\cdot U_{\mathrm{T}}}{L_{\mathrm{n}}}+\frac{p_{\mathrm{n0}}\cdot q\cdot\mu_{\mathrm{p}}\cdot U_{\mathrm{T}}}{L_{\mathrm{p}}}\right)\cdot\left(e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{U_{\mathrm{T}}}}-1\right) \end{aligned}$$

Shockley-Gleichung

Durchlassstromdichte (Shockley-Gleichung):

$$J_{\mathrm{D}}=J_{\mathrm{s}}\cdot\left(e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{U_{\mathrm{T}}}}-1\right) \tag{13}$$

mit der Sättigungsstromdichte

$$J_{\mathrm{s}}=\left(\frac{n_{\mathrm{p0}}\cdot q\cdot\mu_{\mathrm{n}}\cdot U_{\mathrm{T}}}{L_{\mathrm{n}}}+\frac{p_{\mathrm{n0}}\cdot q\cdot\mu_{\mathrm{p}}\cdot U_{\mathrm{T}}}{L_{\mathrm{p}}}\right)$$

Gleichgewichts-minoritätendichten	$n_{\mathrm{p0}}=\frac{n_{\mathrm{i}}^2}{N_{\mathrm{A}}}$	$p_{\mathrm{n0}}=\frac{n_{\mathrm{i}}^2}{N_{\mathrm{D}}}$
Diffusionslängen:	$L_{\mathrm{n}}=\sqrt{U_{\mathrm{T}}\cdot\mu_{\mathrm{n}}\cdot\tau_{\mathrm{p}}}$	$L_{\mathrm{p}}=\sqrt{U_{\mathrm{T}}\cdot\mu_{\mathrm{p}}\cdot\tau_{\mathrm{n}}}$

die wegen $U_{\mathrm{T}}=\frac{k_{\mathrm{B}}\cdot T}{q}$ und $n_{\mathrm{i}}^2\sim T^{2..3}\cdot e^{-\frac{15000\,\mathrm{K}}{T}}$ sehr stark von der Temperatur T abhängt:

$$J_{\mathrm{s}}\sim T^{2,5..3,5}\cdot e^{-\frac{15000\,\mathrm{K}}{T}}$$

(U_{D} – Spannung in Durchlassrichtung; U_{T} – Temperaturspannung; n_{i} – instrinsische Ladungsträgerdichte).

Zusammenfassung Durchlassstromdichte

$$\begin{aligned} J_{\mathrm{D}} &= J_{\mathrm{s}}\cdot\left(e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{U_{\mathrm{T}}}}-1\right) \\ J_{\mathrm{s}} &= q\cdot U_{\mathrm{T}}\cdot n_{\mathrm{i}}^2\cdot\left(\frac{1}{N_{\mathrm{D}}}\cdot\sqrt{\frac{\mu_{\mathrm{p}}}{\tau_{\mathrm{n}}}}+\frac{1}{N_{\mathrm{A}}}\cdot\sqrt{\frac{\mu_{\mathrm{n}}}{\tau_{\mathrm{p}}}}\right) \\ n_{\mathrm{i}}^2 &= N_{\mathrm{V}}\cdot N_{\mathrm{L}}\cdot e^{\frac{W_{\mathrm{V}}-W_{\mathrm{L}}}{q\cdot U_{\mathrm{T}}}} \end{aligned}$$

Die Faktoren U_{T} und n_i^2 bewirken, dass die Sättigungsstromdichte J_{S} stark temperaturabhängig ist.

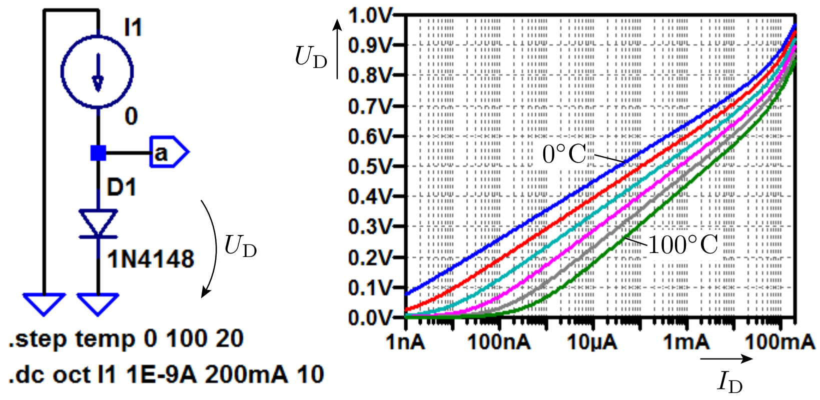
τ_{p}, τ_{n}	Relaxionszeit im p- bzw- n-Gebiet
μ_{p}, μ_{p}	Beweglichkeit im p- bzw- n-Gebiet
N_{A}, N_{D}	Akzeptor- und Donatordichte im p- bzw- n-Gebiet
$U_{\mathrm{T}}=\frac{k_{\mathrm{B}}\cdot T}{q}$	Temperaturspannung
q	Elementarladung
n_{i}^2	instrinsische Ladungsträgerdichte

2 Dioden

2.1 Spice-Modell

Einführendes Beispiel

Das mit LT-Spice mitgelieferte Modell der Diode 1N4148 hat im Durchlassbereich folgende Strom-Spannungs-Beziehung:



Im Sperrbereich ist der simulierte Strom null.

Die Beschreibung dieser Diode lautet:

```
.model 1N4148 D(Is=2.52n Rs=.568,
       N=1.752 Cjo=4p M=.4 Iave=200m
       Tt=20n Vpk=75 mfg=OnSemi
       type=silicon)
```

Alle anderen Parameter haben die Standardwerte.

- Was bedeuten diese Parameter?
- Wie bestimmen Sie das Simulationsergebnis?
- Wie gut stimmt das Modellverhalten mit der Wirklichkeit überein?

Das Lernziel in diesem und den nächsten Abschnitten ist das Kennenlernen der Spice-Modelle und Spice-Parameter

- ihren Zusammenhang zu den physikalischen Modellen und
- ihre praktische Bedeutung in Schaltungen.

Spice-Parameter einer Diode

Berkeley-Spice-Modell für Halbleiterdioden, erweitert um eine genauere Modellierung des Durchbruchverhaltens und des Rekombinationsstroms. Letzte Spalte Diode aus dem Beispiel.

Param.	Spice	Bezeichnung	Std-W+ME	1N4148
I_S	`Is`	Sättigungsstrom	10^{14} A	2,52nA
R_S	`Rs`	Bahnwiderstand	0 Ω	0.568 Ω
	`N`	Emissionskoeffizient	1	1,75
	`Tt`	Transitzeit	0 ns	20ns
C_{S0}	`Cjo`	Kapazität für U_D =0	0 pF	4pF
U_{Diff}	`Vj`	Diffusionsspannung	1 V	
	`M`	Kapazitätskoeffizient	1	.4
W_g	`Eg`	Bandabstand	1,11* eV	

(Std-W+ME Standardwert + Maßeinheit; *– Wert für Silizium)

Param.	Spice	Bezeichnung	Std-W+E	1N4148
X_{TI}	`Xti`	Is-Temperaturkoeff.	3.0	
k_{F}	`KF`	Funkelrauschkoeff.	0	
A_{F}	`Af`	Funkelrauschexp.	1	
f_{S}	`FC`	Koeff. Bereichswechs. C_{S}	0.5	
	`BV`	Durchbruchspannung	∞, V	
	`Ibv`	Strom bei U_{BR}	10^{-10} A	
	`Tnom`	Bezugstemperatur	27°C	
	`Isr`	Rekomb.-Stromparam.	0 A	
	`Nr`	I_{SR}-Emmisionskoeff.	2	
	`Ikf`	Wechsel Hochstromber.	∞ A	
	`Tikf`	Ikf-Temperaturkoeff.	0/°C	
	`Trs1`	lin. Rs Temp.-Koeff.	0/°C	
	`Trs2`	quad. Rs Temp.-Koeff.	0/°C	

Grenzwerte

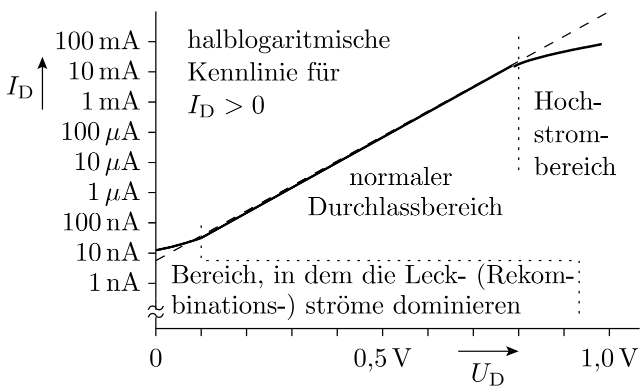
Zulässige Maximalwerte zur Kontrolle, dass die Diode im zulässigen Bereich betrieben wird.

Param.	Spice	Bezeichnung	Einheit	1N4148
	Vpk	Spitzensperrspannung (peak voltage)	V	75 V
	Ipk	Spitzenstrom	A	
	Iave	mittlerer Strom (average current)	A	200 mA
	Irms	Strom RMS	A	
	diss	max. Verlustleistung	W	
	mfg	Hersteller		onSemi
	type	Diodenart		silicon

Weitere Angaben siehe [scad3.pdf]. Das Beispielmodell verwendet überwiegend die Standardwerte, z.B. Durchbruchspannung ∞.

2.2 Durchlassbereich

Strom-Spannungsbeziehung im Durchlassbereich



- Normaler Durchlassbereich: Näherungsweise Gültigkeit der Shockley-Gl. 13.
- Niedrigstrombereich: Hier dominieren die winzigen Rekombinationsströme in der Sperrschicht.
- Hochstrombereich: Halbierter logarithmischer Anstieg.

Annäherung durch parametrierte Gleichungen

- Shockley-Gleichung mit Korrekturfaktor `N` für den log. Anstieg (normaler Durchlassbereich):

$$I_{\mathrm{DD}} = \mathtt{Is} \cdot \left(e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}}}} - 1 \right) \tag{14}$$

- Der zusätzliche Rekombinationsstrom in der Sperrschicht:

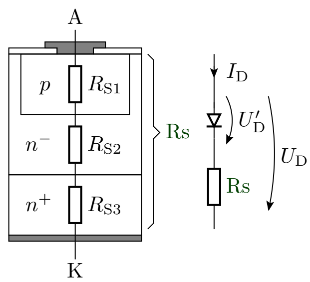
$$I_{\mathrm{DR}} = \mathtt{Isr} \cdot \left(e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{\mathtt{Nr} \cdot U_{\mathrm{T}}}} - 1 \right)$$

- Halbierung des logarithmischen Anstiegs im Hochstrombereich:

$$I_{\mathrm{DDH}} = \frac{I_{\mathrm{DD}}}{\sqrt{1 + \frac{I_{\mathrm{DD}}}{\mathtt{Ikf}}}} \approx \begin{cases} I_{\mathrm{DD}} & I_{\mathrm{DD}} \ll \mathtt{Ikf} \\ \sqrt{I_{\mathrm{DD}} \cdot \mathtt{Ikf}} & I_{\mathrm{DD}} \gg \mathtt{Ikf} \end{cases}$$

(I_{DD} – Diffusionsstrom nach Gl. 14; I_{KF} – Strom für den Übergang zum Hochstrombereich).

Zusätzliche Berücksichtigung der Bahnwiderstände



Bahnwiderstand `Rs`:

- typ. $10\,\mathrm{m}\Omega$ (Leistungsdioden) bis 10Ω (Kleinsignaldioden).
- Modellierung durch einen zusätzlichen Spannungsabfall:

$$U_{\mathrm{D}} = U'_{\mathrm{D}} + \mathtt{Rs} \cdot I_{\mathrm{D}}$$

(U'_{D} – Spannungsabfall pn-Übergang; n^-– niedrig dotiertes n-Gebiet; n^+– hoch dotiertes n-Gebiet).

Temperaturverhalten

In der angepassten Shockley-Gl. 13

$$I_{\mathrm{D}}(U_{\mathrm{D}}, T) = I_{\mathrm{S}}(T) \cdot \left(e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}}(T)}} - 1 \right)$$

sind die Temperaturspannung (eingeführt auf S. 2)

$$U_{\mathrm{T}}(T) = \frac{k_{\mathrm{B}} \cdot T}{q} = 86,142 \frac{\mu\mathrm{V}}{\mathrm{K}} \cdot T$$

und nach Gl. 13 und 4 die Sättigungsstromdichte

$$I_{\mathrm{S}} \sim n_{\mathrm{i}}^2(T) = N_{\mathrm{V}} \cdot N_{\mathrm{L}} \cdot e^{\frac{W_{\mathrm{L}} - W_{\mathrm{V}}}{q \cdot U_{\mathrm{T}}}}$$

(k – Boltzmannkonstante, q – Elementarladung) und darin wieder N_{V} und N_{L} stark temperaturabhängig.
Empirisches Modell:

$$I_{\mathrm{S}}(U_{\mathrm{D}}, T) = \mathtt{Is}(\mathtt{Tnom})\, e^{\left(\frac{T}{\mathtt{Tnom}} - 1\right) \cdot \frac{\mathtt{Eg}}{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}}(T)}} \cdot \left(\frac{T}{\mathtt{Tnom}} \right)^{\frac{\mathtt{Xti}}{\mathtt{N}}}$$

(`Is` – Sättigungsstrom; `Eg` – Bandabstand; `Tnom` – Bezugstemperatur, `Xti` – Temperaturkoeffizient von `Is`).

Temperaturverhalten für Überschläge

Relative Stromzunahme mit der Temperatur:

$$\frac{1}{I_\mathrm{D}} \cdot \frac{\mathrm{d}\,I_\mathrm{D}}{\mathrm{d}\,T}\bigg|_{U_\mathrm{D}=\mathrm{const.}} \approx 0{,}04\ldots0{,}08\,\mathrm{K}^{-1} \tag{15}$$

- Bei einer Temperaturerhöhung von $\approx 11\,\mathrm{K}$ verdoppelt sich der Strom bei gleicher Spannung.

Spannungsabnahme bei konstantem Strom:

$$\frac{\mathrm{d}\,U_\mathrm{D}}{\mathrm{d}\,T}\bigg|_{I_\mathrm{D}=\mathrm{const.}} \approx -1{,}7\,\mathrm{mV/K}$$

- Bei einer Temperaturerhöhung von $\approx 60\,\mathrm{K}$ verringert sich die Durchlassspannung bei gleichem Strom um $100\,\mathrm{mV}$.

Bei höherem Leistungsumsatz sind Halbleitertemperaturen von 50...100°C normal.

Parameterbeispiele

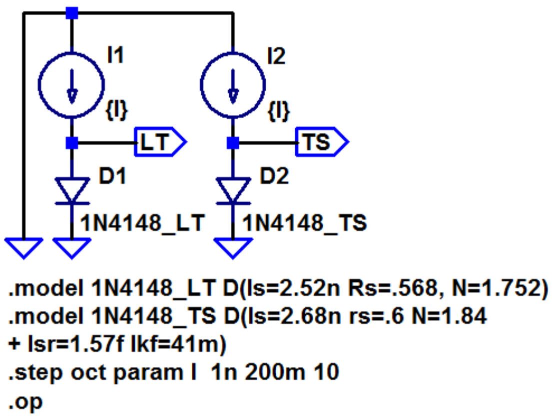
Die nachfolgenden Werte sind aus [1] und nicht von den Modellen aus dem Simulator.

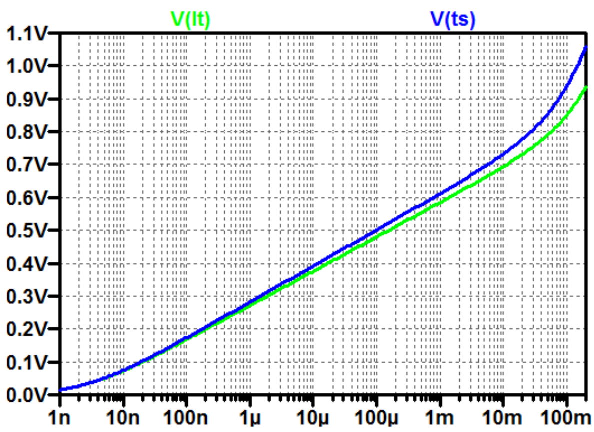
Param.	Bezeichnung	1N4148	1N4001
`Is`	Sättigungsstrom	2,68 nA	14,1 nA
`N`	Emissionskoeffizient	1,84	1,99
`Isr`	Rekomb.-Stromparam.	1,57 fA	0
`Nr`	Isr-Emissionskoeffizient	2	2
`Ikf`	Wechsel Hochstromber.	0,041 A	94,8 A
`Rs`	Bahnwiderstand	0,6 Ω	0,034 Ω

Der Temperaturkoeffizient `Xti` von I_S, der Temperaturkoeffizient `Tikf` des Hochstromübergangs und die Temperaturkoeffizienten `Trs1` und `Trs2` des Bahnwiderstands haben die Standardwerte.

Simulation mit zwei Modellen desselben Bauteils

Für die Diode 1N4148, die auch im Praktikum eingesetzt wird, hat der Simulator andere Parameter, als in [1] angegeben sind.





Das Modell des Simulators »_LT« und das Modell »_TS« aus [1] verhalten sich auch unterschiedlich. Fertigungsstreuungen? Schaltungen so entwerfen, dass die Unterschiede nicht stören.

2.3 Sperr- und Durchbruchbereich

Sperrstrom

Der Sperrstrom ist ein Generierungsstrom, der proportional zur Sperrschichtbreite zunimmt. Für einen abrupten Übergang Zunahme mit der Wurzel der Sperrspannung $U_{\mathrm{S}} = -U_{\mathrm{D}}$:

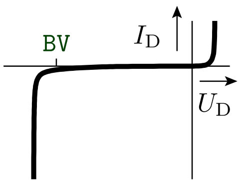
$$I_{\mathrm{S}} \sim \sqrt{\mathtt{Vj} + U_{\mathrm{S}}}$$

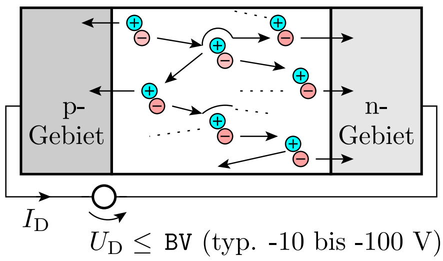
(vergl. Gl. 12). Empirische Spice-Annäherung:

$$I_{\mathrm{S}} = -\mathtt{Isr} \cdot \left(\left(1 + \frac{U_{\mathrm{S}}}{\mathtt{Vj}} \right)^2 + 0,005 \right)^{\frac{\mathtt{M}}{2}} \tag{16}$$

Param.	Bezeichnung	1N4148	1N4001
`Isr`	Rekomb.-Stromparam.	1,57 fA	0
`Vj`	Diffusionsspannung	0,5 V	0,325 V
`M`	Kapazitätskoeffizient	0,333	0,44

(Lawinen-) Durchbruch





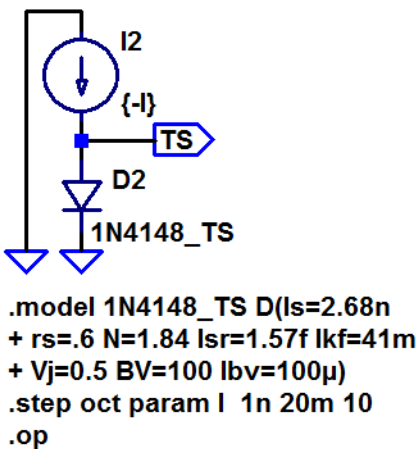
Modellierung als exponentielle Stromzunahme mit zunehmender Sperrspannung $-U_{\mathrm{D}}$ abzüglich der Durchbruchspannung `BV`:

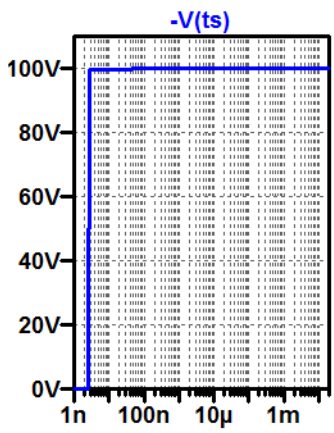
$$I_{\mathrm{BR}} = \mathtt{Ibv} \cdot e^{\frac{U_{\mathrm{S}} - \mathtt{BV}}{U_{\mathrm{T}}}} \tag{17}$$

Param.	Bezeichnung	1N4148	1N4001
`BV`	Durchbruchspannung	100 V	75 V
`Ibv`	Strom bei `BV`	100 µA	10 µA

Für den Sperrbereich vervollständigtes Modell mit den Parametern aus [1]:

```
.model 1N4148_TS D(Is=2.68n Rs=.6, N=1.84 Isr=1.57f
       Ikf=41m Vj=0.5 M=0.333 BV=100 Ibv=100µ)
```





2.4 Sperrschicht- und Diffusionskapazität

Sperrschichtkapazität

Die Sperrschichtkapazität leitet sich aus dem Modell des Plattenkondensators ab:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{w}$$

Der Abstand ist die Sperrschichtbreite w. Für den abrupten pn-Übergang gilt nach Gl. 11:

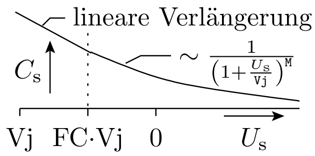
$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot (U_{\mathrm{Diff}} + U_{\mathrm{S}})}{q} \cdot \left(\frac{1}{N_{\mathrm{A}}} + \frac{1}{N_{\mathrm{D}}} \right)}$$

Das angelehnte Spice-Modell versteckt die Parameter ε, A, q, N_{A} und N_{D} in der Kapazität `Cjo` für $U_{\mathrm{S}}=0$:

$$C_{\mathrm{S}} = \mathtt{Cjo} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{U_{\mathrm{S}}}{\mathtt{Vj}}\right)^{\mathtt{M}}} \tag{18}$$

Der Kapazitätskoeffizient `M` hängt vom Dotierverlauf ab. In Gl. 11 für den abrupten Übergang Quadratwurzel (`M`=0,5).

Bei zur Sperrschicht abnehmender Dotierung und instrischer Zwischenschicht ist `M`<0,5. Gl. 18 gilt auch im schwach durchlässigen Bereich bis $U_{\mathrm{S}} > -\mathtt{FC} \cdot \mathtt{Vj}$.



Für größere Durchlassspannungen $U_{\mathrm{S}} = -U_{\mathrm{S}} > -\mathtt{FC} \cdot \mathtt{Vj}$ lineare Annäherung:

$$C_{\mathrm{S}} = \mathtt{Cjo} \cdot \begin{cases} \frac{1}{\left(1+\frac{U_{\mathrm{S}}}{\mathtt{Vj}}\right)^{\mathtt{M}}} & \text{für } U_{\mathrm{S}} > -\mathtt{FC} \cdot \mathtt{Vj} \\ \frac{1-\mathtt{FC}\cdot(1-\mathtt{M})-\frac{\mathtt{M}\cdot U_{\mathrm{S}}}{\mathtt{Vj}}}{(1-\mathtt{FC})^{(1+\mathtt{M})}} & \text{für } U_{\mathrm{S}} \leq -\mathtt{FC} \cdot \mathtt{Vj} \end{cases} \tag{19}$$

Param.	Spice	Bezeichnung	1N4148	1N4001
C_{S0}	`Cjo`	Kapazität für $U_{\mathrm{D}}=0$	4 pF	25,9 pF
U_{Diff}	`Vj`	Diffusionsspannung	0,5 V	0,325 V
	`M`	Kapazitätskoeffizient	0,333	0,44
	`FC`	Koeff. Bereichswechsel C_{S}	0,5	0,5

1N4148 – Kleinsignaldiode; 1N4001 – Gleichrichterdiode aus [1].

Diffusionskapazität

Im Durchlassbereich befindet sich in der Verarmungszone eine vom Strom abhängige Diffusionsladung:

$$Q_{\mathrm{D}} = \mathtt{Tt} \cdot I_{\mathrm{DD}} \text{ mit } I_{\mathrm{DD}} \approx I_{\mathrm{S}} \cdot \left(e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}}}} \right)$$

(I_{DD} – Diffusionsstrom nach Gl. 14; τ_{T} – Transitzeit). Die Diffusionskapazität beschreibt die Änderung der Diffusionsladung mit der Diodenspannung U_{D}:

$$C_{\mathrm{D}} = \frac{d\,Q_{\mathrm{D}}}{d\,U_{\mathrm{D}}} \approx \frac{\mathtt{Tt} \cdot I_{\mathrm{D}}}{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}}}$$

Parameter	Bezeichnung	1N4148	1N4001	
`Tt`	Transitzeit	11,5	5700	ns
`N`	Emissionskoeffizient	1,84	1,99	

Formen Sie selbst um

$$Q_{\mathrm{D}} = \mathtt{Tt} \cdot I_{\mathrm{DD}} \text{ mit } I_{\mathrm{DD}} = I_{\mathrm{S}} \cdot \left(e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}}}} \right)$$

1. Wie groß ist die Diffusionskapazität in Abhängigkeit von der Durchlassspannung:

$$C_{\mathrm{D}} = \frac{d\,Q_{\mathrm{D}}}{d\,U_{\mathrm{D}}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

2. Wie groß ist die Durchlassspannung in Abhängigkeit vom Durchlassstrom I_{DD}:

$$U_{\mathrm{D}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

3. Wie groß ist die Diffusionskapazität in Abhängigkeit vom Durchlassstrom:

$$C_{\mathrm{D}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Zur Kontrolle

$$Q_{\mathrm{D}} = \mathtt{Tt} \cdot I_{\mathrm{DD}} \text{ mit } I_{\mathrm{DD}} = I_{\mathrm{S}} \cdot \left(e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}}}} \right)$$

1. Diffusionskapazität in Abhängigkeit von der Durchlassspannung:

$$C_{\mathrm{D}} = \frac{d\,Q_{\mathrm{D}}}{d\,U_{\mathrm{D}}} = \frac{\mathtt{Tt}}{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}}} \cdot I_{\mathrm{S}} \cdot \left(e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}}}} \right)$$

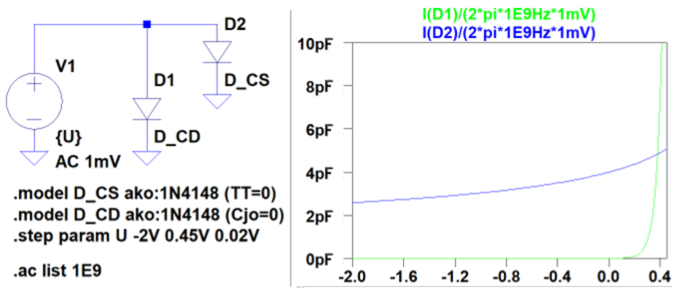
2. Durchlassspannung in Abhängigkeit vom Durchlassstrom I_{DD}:

$$U_{\mathrm{D}} = \mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}} \cdot \ln\left(\frac{I_{\mathrm{DD}}}{I_{\mathrm{S}}} \right)$$

3. Diffusionskapazität in Abhängigkeit vom Durchlassstrom:

$$C_{\mathrm{D}} = \frac{\mathtt{Tt}}{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}}} \cdot I_{\mathrm{DD}}$$

Simulierte Kapazitäten der Diode 1N4148

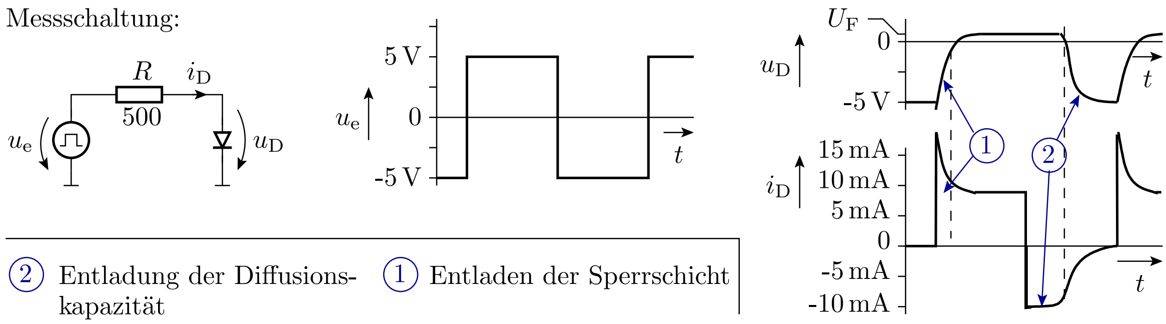


- Kapazität: AC-Strom/(2π·AC-Spannung)
- Nur Sperrschichtkapazität: Simulation mit Transitzeit $\mathtt{TT}=0$
- Nur Diffusionskapazität: Simulation mit $\mathtt{Cjo}=0$.

In späteren Überschlägen:

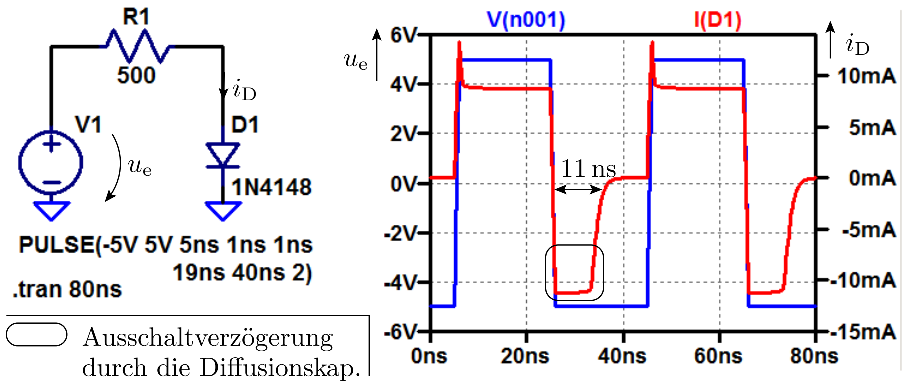
$$C \approx \begin{cases} \mathtt{Cjo} & \mathtt{Cjo} > \frac{\mathtt{Tt}}{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}}} \cdot I_{\mathrm{DD}} \\ \frac{\mathtt{Tt}}{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}}} \cdot I_{\mathrm{DD}} & \text{sonst} \end{cases}$$

Schaltverhalten mit Diffusionskapazität



Die proportionale Zunahme der Diffusionskapazität mit dem Strom verursacht den im Bild dargestellten nahezu konstanten Strom während der Entladung der Diffusionskapazität.

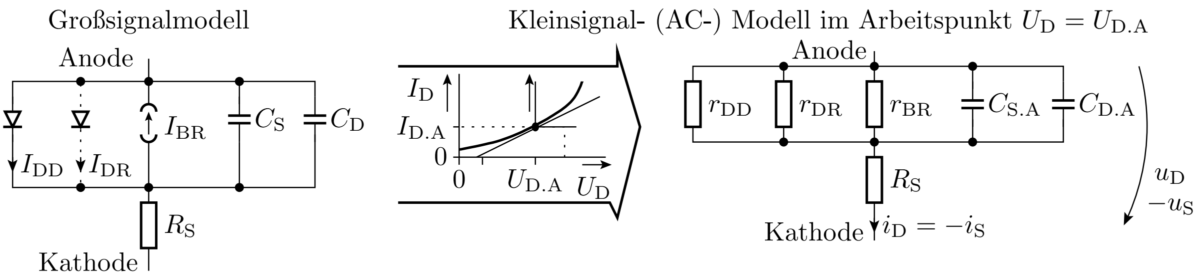
Kontrolle mittels Simulation



- Beim Einschalten Signalverlauf ähnlich wie geschaltetes RC-Glied.
- Beim Ausschalten benötigt die Diode zusätzlich TT=11 ns zum entladen der Diffusionskapazität (Stromschleife).

2.5 Kleinsignalmodell

Kleinsignalmodell, Ersatzwiderstände



D	$I_{DD} \approx \mathtt{Is} \cdot e^{\frac{U_D}{(2\cdot)^* \mathtt{N} \cdot U_T}} - 1$	$\frac{1}{r_{DD}} = \frac{d\,I_{DD}}{d\,U_D}\Big\vert_{U_{D.A}}$	$r_{DD} = \frac{(2\cdot)^* \mathtt{N} \cdot U_T}{I_{DD.A}}$
BR	$I_{BR} = \mathtt{Ibv} \cdot e^{\frac{U_S - \mathtt{BV}}{U_T}}$	$\frac{1}{r_{BR}} = \frac{d\,I_{BR}}{d\,U_S}\Big\vert_{U_{S.A}}$	$r_{BR} = \frac{U_T}{I_{BR.A}}$

D – Durchlassbereich; $(2\cdot)^*$ – Widerstandserhöhung im Hochstrombereich; BR – Durchbruchbereich; I_{DR}, r_{DR} – Rekombinationsstrom und zugehöriger Kleinsignalwiderstand (Berechnung analog zu r_{DD}); $C_{S.A}$, $C_{D.A}$ – Sperrschicht und Diffusionskapazität im Arbeitspunkt.

Formen Sie selbst um

Rekombinationsstrom in der Sperrschicht:

$$I_{\mathrm{DR}} = \mathtt{Isr} \cdot \left(e^{\frac{U_{\mathrm{D}}}{\mathtt{Nr} \cdot U_{\mathrm{T}}}} - 1 \right)$$

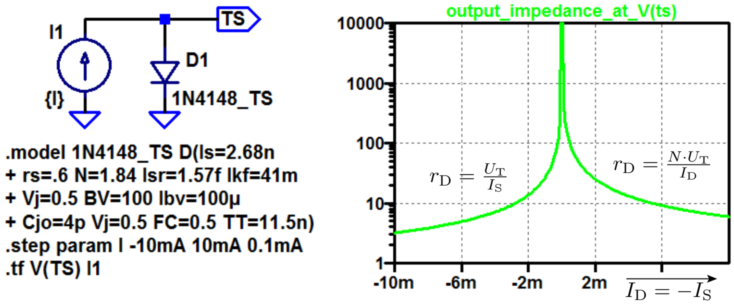
Kleinsignal- (AC-) Leitwertanteil:

$$\frac{1}{r_{\mathrm{DR}}} = \left. \frac{d\,I_{\mathrm{DR}}}{d\,U_{\mathrm{D}}} \right|_{U_{\mathrm{D.A}}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Kleinsignal- (AC-) Ersatzwiderstand:

$$r_{\mathrm{DR}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Ersatzwiderstand der Diode 1N4148



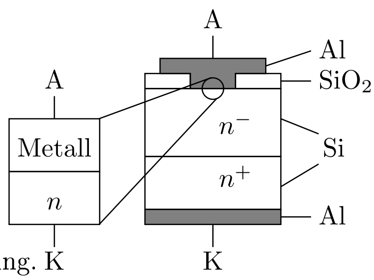
- Im Sperrbereich bei $I_{\mathrm{D}} \approx 0$ ist der Ersatzwiderstand $\approx 17\,\mathrm{M}\Omega$.
- Die Kapazität in Abhängigkeit von der Spannung über der Diode zeigt Seite 22.

3 Spezielle Dioden

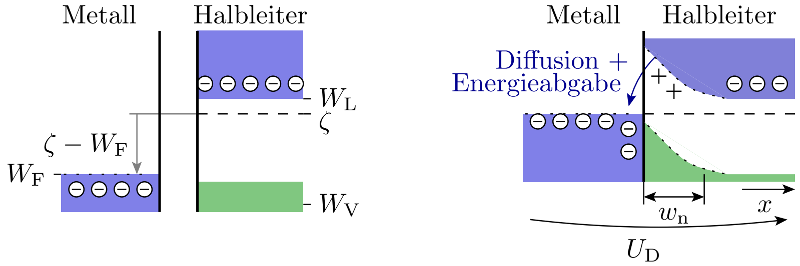
3.1 Schottky-Diode

Schottky-Diode

- Eine Schottky-Diode ist ein Metall-Halbleiter-Übergang, z.B. Aluminium zu einem niedrig dotierten n-Gebiet.
- Dasselbe Grundmodell wie eine pn-Diode mit
- geringerer Flussspannungen,
- ohne Diffusionskapazität und damit kürzerer Ausschaltverzögerung.

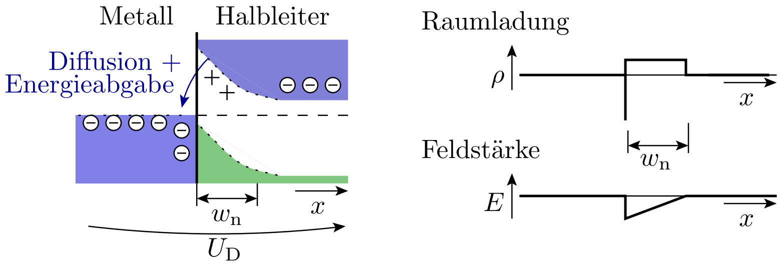


Physik an Metall-Halbleiter-Kontakten

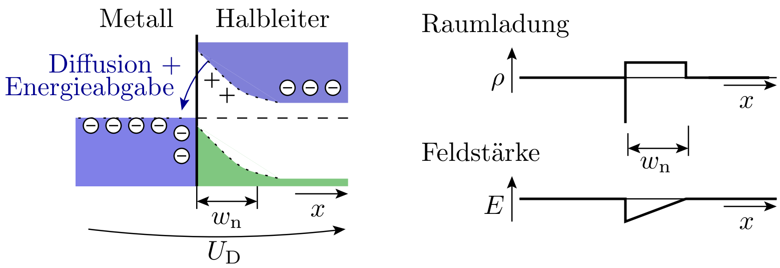


Bei Verbindung eines Metalls mit einer Fermi-Energie W_{F} mit einem n-dotierten Halbleiter mit einem chemischen Potential $\zeta > W_{\mathrm{F}}$

- verbiegt sich das Leitungsband des Halbleiters nach oben,
- die Leitungsbandelektronen diffundieren in das Metall und geben Energie ab.



- Die Elektronen aus dem Halbleiter sammeln sich an der Metalloberfläche und hinterlassen über eine Breite w_n ortsfeste Donatorionen im Halbleiter.
- Eine positive Spannung U_D drängt Elektronen in die Verarmungszohne. Die Potentialbarriere $\zeta - W_F$ wird kleiner. Wie bei pn-Übergang exponentieller Stromanstieg mit der Spannung.
- Eine negative Spannung U_D erhöht die Potentialbarriere und die Sperrschichtbreite. Es fließt ein geringer Sperrstrom.



- Bei zu hohen Sperrspannungen Durchbruch.

Im Vergleich zu pn-Übergängen:

- kleinere Flusspannungen.
- wesentlich kürzere Ausschaltzeiten[3].

Verhaltensmodell

Gleiches Spice-Grundmodell wie pn-Übergang:

Spice	Bezeichnung	1N4148	BAS40	BAT43
`Is`	Sättigungsstrom	2,68 nA	0*	481 µA
`Rs`	Bahnwiderstand	0,6 Ω	0,1 Ω	40 mΩ
`N`	Emissionskoeffizient	1,84	1	5
`Tt`	Transitzeit	11,5 ns	0,025 ns	0
`Cjo`	Kapazität für U_D =0	4	4	14 pF
`M`	Kapazitätskoeffizient	0,333	0,333	0,5

(1N4148 – Kleinsignaldiode; BAS40, BAT43 – Schottky-Dioden). Schottky-Dioden haben nur

- etwa die halbe Flussspannung, simuliert durch kleinere Sättigungsströme und
- kurze Ausschaltzeiten, modelliert durch kleine Transitzeiten.

(* Modellierung durch die Rekombinationsstromparameter `Isr` und `Nr`.)

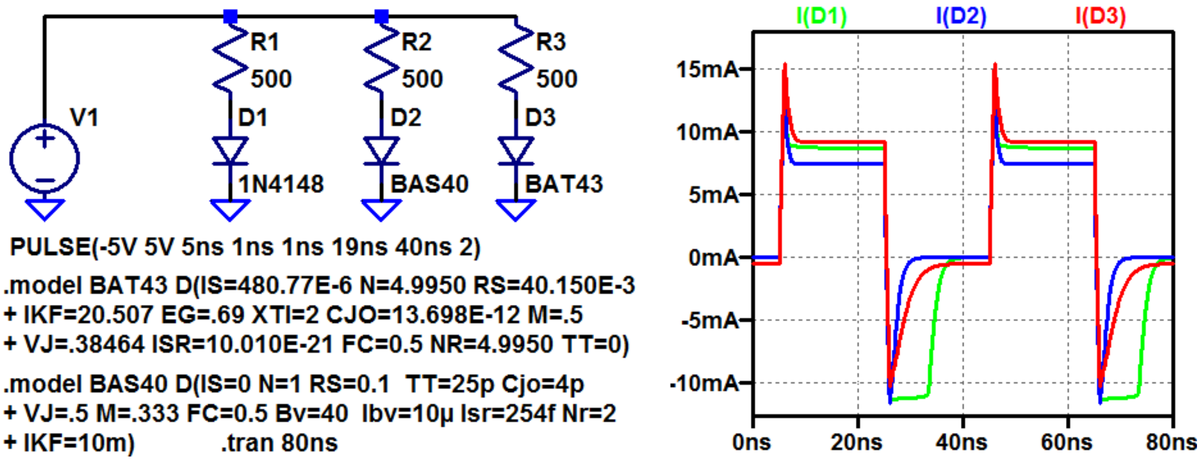
[3] Die Minoritätsladungsträger tragen nicht zum Ladungstransport bei. Die Majoritätsladungsträger folgen dem Feld sehr schnell.

Spice	Bezeichnung	1N4148	BAS40	BAT43
`Vj`	Diffusionsspannung	0,5 V	0,5 V	0,385 V
`FC`	Koeff. Bereichswechsel C_S	0,5	0,5	0,5
`BV`	Durchbruchspannung	100 V	40 V	∞
`Ibv`	Strom bei U_{BR}	100 µA	10 µA	10^{-10} A
`Isr`	Rekomb.-Stromparam.	1,57 fA	254 fA	10^{-21} A
`Nr`	I_{SR}-Emmisionskoeff.	2	2	4,995
`Ikf`	Wechsel Hochstr.	41 mA	10 mA	∞

Für die Dioden 1N4148 und BAS40 sind die Parameter aus [1] übernommen. Für die Dioden BAT43 wurde folgendes Modell aus dem Internet verwendet [http://www.ee.siue.edu/...]:

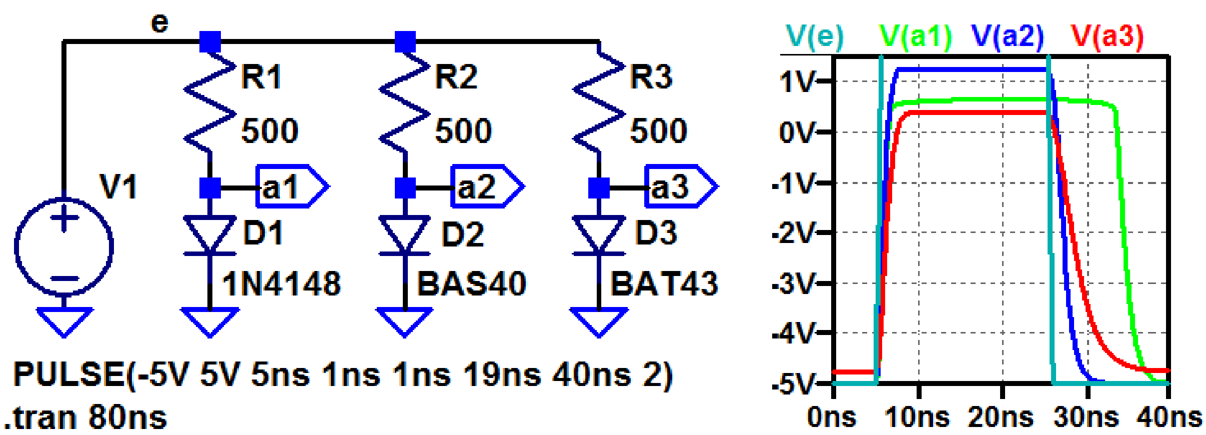
```
.MODEL BAT43 D( IS=480.77E-6 N=4.9950 RS=40.150E-3
+ IKF=20.507 EG=.69 XTI=2 CJO=13.698E-12 M=.50005
+ VJ=.38464 ISR=10.010E-21 FC=0.5 NR=4.9950 TT=0)
```

Simulation des Schaltverhaltens



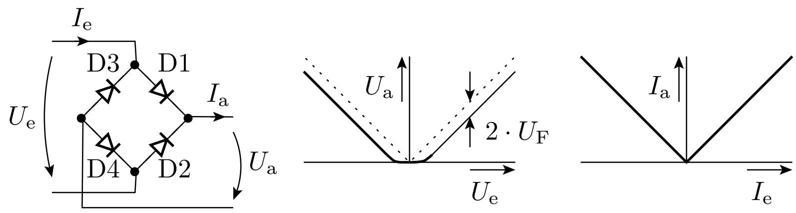
Schottky-Dioden haben nicht die charakteristische lange Ausschaltverzögerung von pn-Übergängen.

Spannungsverlauf über der geschalteten Diode



Die Simulationsergebnisse sind nicht vollständig plausibel. Die BAS40 hat eine Flussspannung größer 1 V (sollte nicht mehr als 0,5 V sein) und bei der BAT43 fließt laut Simulation ein Sperrstrom von 0,5 mA (sollte null sein). Nicht jedes Bauteilmodell, das man irgendwo findet, liefert glaubhafte Werte. Nachmessen!

Brückengleichrichter mit Schottky-Dioden



Mit dem vereinfachten Verhaltensmodell für Dioden aus Elektronik 1 und der Spannung als Ein- und Ausgabegröße:

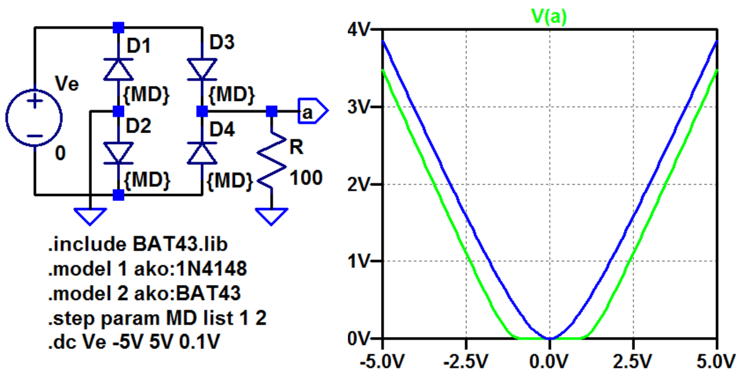
$$U_a \approx \begin{cases} 0 & \text{sonst} \\ |U_e| - 2 \cdot U_F & |U_e| > 2 \cdot U_F \end{cases}$$

(U_F – Flussspannung). Mit Strom als Ein- und Ausgabe:

$$I_a = |I_e|$$

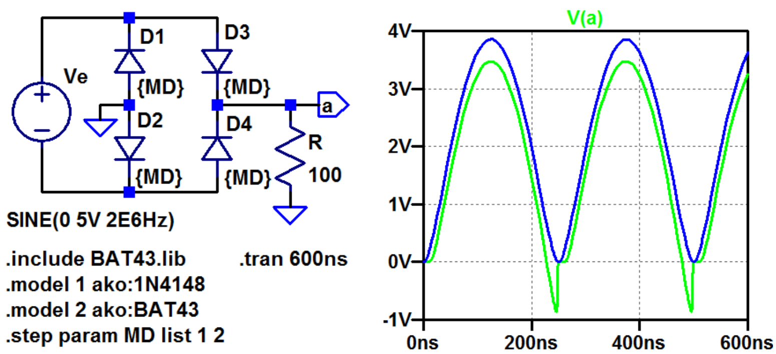
Exakte Betragsbildung, Einsatz als Messgleichrichter.

Simulation der Übertragungsfunktion



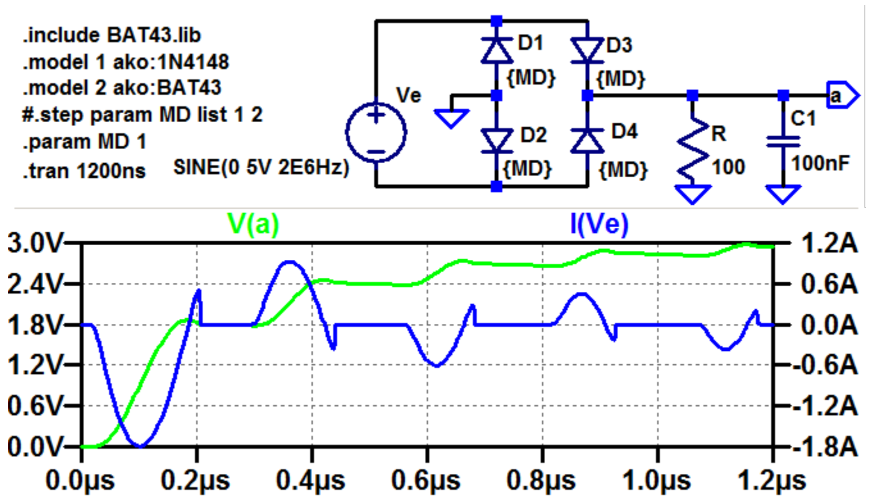
Über den Schottky-Dioden (BAT43) fällt weniger Spannung ab.

Zeitverhalten mit Schottky- und pn-Dioden



Bei hohen Frequenzen (hier 2 MHz) fließt durch die pn-Dioden nach jedem Polaritätswechsel aufgrund der Diffusionskapazität ein Strom in Sperrrichtung, bei Schottky-Dioden nicht.

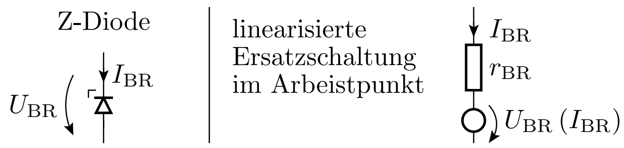
Brückengleichrichter mit Glättungskondensator



3.2 Z-Dioden

Z-Dioden

Dioden mit niedrigen Durchbruchspannungen zum Betrieb im Durchbruchbereich.



Die Durchbruchstom und-spannung im Durchbruchbereich: Kleinsignalersatzwiderstand:

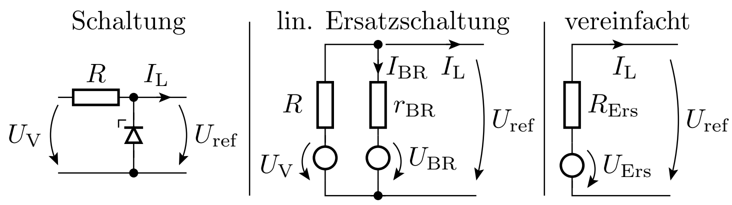
$$I_{BR} = \mathtt{Ibv} \cdot e^{\frac{U_{BR} - \mathtt{Rs} \cdot I_{BR} - \mathtt{BV}}{U_T}}$$

$$U_{BR} = \mathtt{BV} + \mathtt{Rs} \cdot I_{BR} + U_T \cdot \ln\left(\frac{I_{BR}}{\mathtt{Ibv}}\right)$$

Kleinsignalersatzwiderstand:

$$r_{BR} = \frac{U_T}{I_{BR}} + \mathtt{Rs}$$

Spannungsstabilisierung mit einer Z-Diode



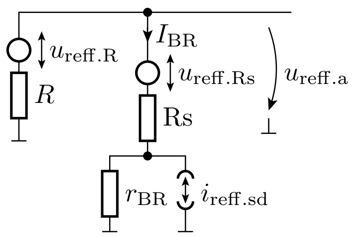
$$U_{Ers} = U_{BR} + \frac{r_{BR}}{R + r_{BR}} \cdot (U_V - U_{BR})$$

$$r_{Ers} = R \parallel r_{BR} = R \parallel \left(\frac{U_T}{I_{BR}} + \mathtt{Rs}\right)$$

- Hohe Konstanz der Ausgangsspannung verlangt kleinen r_{BR}.
- Kleiner r_{BR} verlangt einen Durchbruchstrom $I_{BR} \gg \frac{U_T}{\mathtt{Rs}}$.

Rauschen der stabilisierten Spannung

Effektivwerte der Rauschquellen:



- Wärmerauschen von Rs :

$$u_{\text{reff.Rs}} = \sqrt{2 \cdot k_{\text{B}} \cdot T \cdot \text{Rs} \cdot \Delta f}$$

- Stromrauschen der Z-Diode:

$$i_{\text{reff.sd}} = \sqrt{2 \cdot q \cdot I_{\text{BR}} \cdot \Delta f}$$

- äquivalentes Spannungsrauschen dazu:

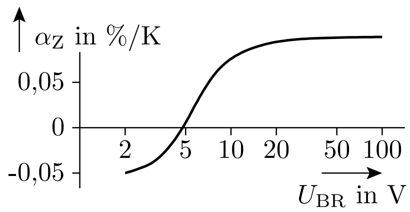
$$u_{\text{reff.sd}} = r_{\text{BR}} \cdot i_{\text{reff.sd}} = \frac{U_{\text{T}}}{I_{\text{BR}}} \cdot \sqrt{2 \cdot q \cdot I_{\text{BR}} \cdot \Delta f} = \frac{k_{\text{B}} \cdot T \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta f}}{\sqrt{q \cdot I_{\text{BR}}}}$$

- Äquivalente Rauschspannung am Ausgang für $R \gg r_{\text{BR}}$:

$$u_{\text{reff.a}} = u^2_{\text{reff.Rs}} + \left(r_{\text{BR}} \cdot i_{\text{reff.sd}}\right)^2$$
$$= \sqrt{2 \cdot k_{\text{B}} \cdot T \cdot \text{Rs} \cdot \Delta f + \frac{\left(k_{\text{B}} \cdot T\right)^2 \cdot 2 \cdot q \cdot \Delta f}{q \cdot I_{\text{BR}}}}$$

Auch gegen Rauschen hilft ausreichender Durchbruchstrom I_{BR}.

Durchbruchspannung abhängig von Temperatur

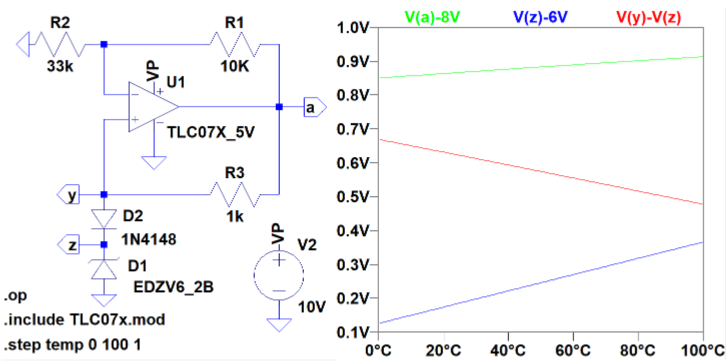


$$U_{\text{BR}} = U_{\text{BR}}\left(T_0\right) \cdot \left(1 + \alpha_{\text{Z}} \cdot \left(T - T_0\right)\right)$$

U_{BR} – Durchbruchspannung; T_0 – Bezugstemperatur; α_{Z} – Temperaturkoeffizient, für $U_{\text{BR}} < 5\,\text{V}$ negativ, sonst positiv. Die Flussspannung von pn-Übergängen hat einen negativen betragsmäßig viel größeren Temperaturkoeffizient:

$$\left.\frac{d\,U_{\text{D}}}{d\,T}\right|_{I_{\text{D}}=\text{const.}} \approx -1{,}7\,\text{mV/K}$$
$$\alpha_{\text{Z}} = \frac{\text{d}\,U_{\text{D}}}{U_{\text{D}} \cdot \text{d}\,T} \approx -0{,}25\%/\text{K}$$

Minderung der Temperaturabhängigkeit



Der OV hält den Strom durch D1 und D2 konstant und bildet

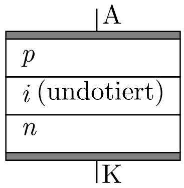
$$U_{\text{a}} = \left(U_{\text{BR.D1}} + U_{\text{F.D2}}\right) \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

$U_{\text{BR.D1}}$ nimmt mit der Temperatur T zu und $U_{\text{F.D2}}$ mit T ab.

3.3 PIN-Diode

PIN-Diode (Schichtfolge: p – intrinsisch – n)

Eine PIN-Diode hat eine undotierte Schicht zwischen dem p- und dem n-Gebiet. Diese erhöht die Transitzeit. Für Frequenzen $f \gg \mathtt{Tt}^{-1}$ verhält sich ein PIN-Diode wie ein gesteuerter Widerstand mit:



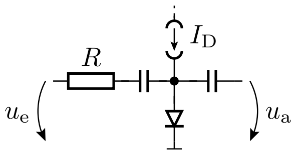
$$r_{\mathrm{D.Pin}} \approx \frac{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}}}{I_{\mathrm{D}}}$$

($\bar{I}_{\mathrm{D}}$ – Gleichstrom durch die Diode). Große Sperrschichtbreite bedeutet, geringe Sperrschichtkapazität.

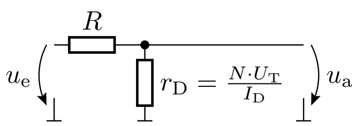
Beispielmodell:

```
.MODEL DRN142S⁴ D(IS=127pA N=1.7 RS=.16Ohm IKF=.14A
+ CJO=386fF M=.12 VJ=.79 ISR=139pA NR=3 BV=60 TT=275ns)
```

Spannungsteiler für Wechselspannungen

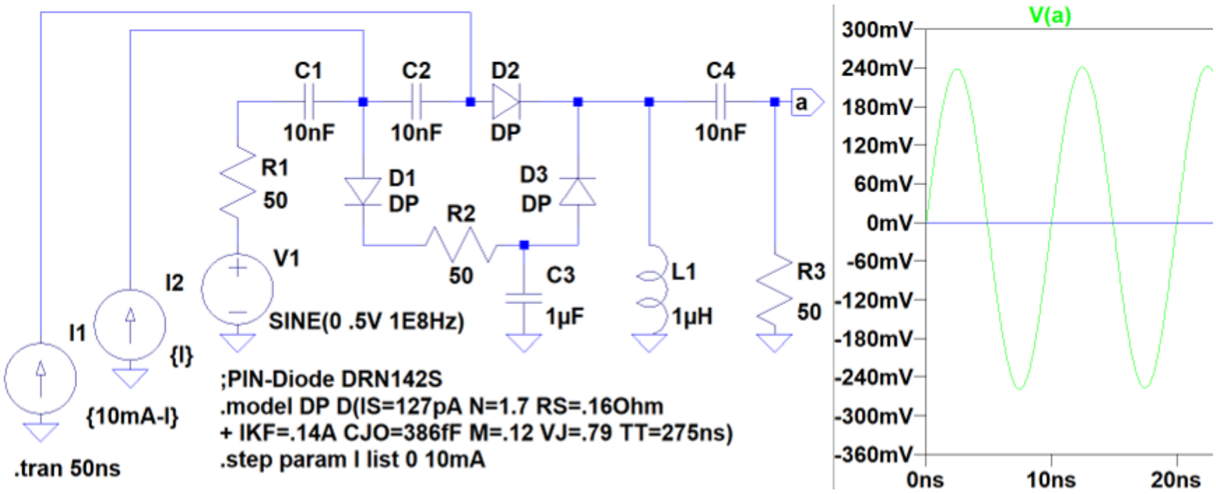


Ersatzschaltung



- Für hohe Frequenzen hat die PIN-Diode einen einstellbaren Widerstand. Mit I_{D} einstellbares Spannungsteilerverhältnis:
$$u_{\mathrm{a}} = \frac{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}}}{\mathtt{N} \cdot U_{\mathrm{T}} + I_{\mathrm{D}} \cdot R} \cdot u_{\mathrm{e}}$$
- Weniger diodentypische Verzerrung für größer u_{e}-Amplituden als bei Dioden mit kurzer Transitzeit.

π-Dämpfungsglied mit 3 PIN-Dioden



- Bei $I_1 = 10\,\mathrm{mA}$ und $I_2 = 0$ haben D1 und D3 $r_{\mathrm{D}} \approx \frac{1{,}7 \cdot 26\,\mathrm{mV}}{10\mathrm{mA}} = 4{,}4\,\Omega$ und D2 sperrt. Keine Signalweiterleitung.
- Bei $I_1 = 0$ und $I_2 = 10\,\mathrm{mA}$ umgekehrt. Signal wird weitergeleitet.n der Simulation

[4] http://w.rohem.vom/...

3.4 Kapazitätsdiode

Kapazitätsdiode

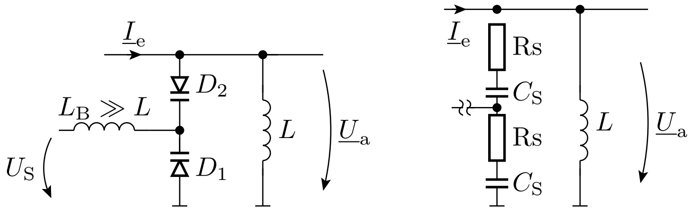
Ausnutzung der Sperrschichtkapazität:

$$C_{\mathrm{S}} = \mathtt{Cjo} \cdot \frac{1}{\left(1+\frac{U_{\mathrm{S}}}{\mathtt{Vj}}\right)^{\mathtt{M}}} \quad \text{für } U_{\mathrm{S}} \geq 0$$

Kapazitätsdioden haben

- hyperabrupte Dotierung ($\mathtt{M} \approx 0{,}3 \ldots 0{,}5$)
- geringe Bahnwiderstände

Anwendung: Frequenzabstimmung von LC-Bandpässen und -Oszillatoren.



$$\frac{\underline{U}_{\mathrm{a}}}{\underline{I}_{\mathrm{e}}} = \underline{X} = 2 \cdot \left(\mathtt{Rs} + \frac{1}{j\omega C_{\mathrm{s}}}\right) \parallel j\omega L$$

$$= \frac{j\omega L - \omega^2 \cdot \mathtt{Rs} \cdot LC_{\mathrm{s}}}{1 + j\omega \cdot \mathtt{Rs} \cdot C_{\mathrm{s}} - \omega^2 \frac{LC_{\mathrm{s}}}{2}}$$

mit $\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC_{\mathrm{s}}}}$ und $Q = \frac{1}{\mathtt{Rs}} \cdot \sqrt{\frac{L}{2 \cdot C_{\mathrm{s}}}}$:

$$\underline{X} = \frac{j\omega L \cdot \left(1 + j \cdot \frac{\omega}{Q \cdot \omega_0}\right)}{1 + j \cdot \frac{\omega}{Q \cdot \omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

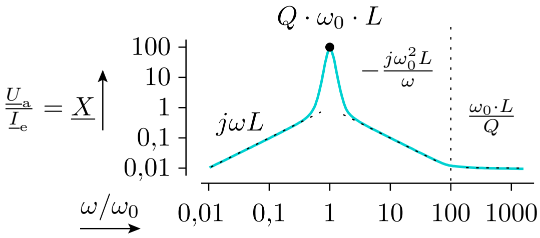
Abschätzung des Frequenzgangs für $Q \gg 1$ d.h. $R_{\mathrm{B}} \ll \sqrt{\frac{L}{2 \cdot C_{\mathrm{s}}}}$:

	$\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$	$\left(\frac{\omega}{\omega_0} = 1\right) \wedge (Q \gg 1)$	$\left(\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1\right) \wedge \left(\frac{\omega}{Q \cdot \omega_0} \gg 1\right)$	$\frac{\omega}{\omega_0} \gg Q$
$\frac{\underline{U}_{\mathrm{a}}}{\underline{I}_{\mathrm{e}}}$	$j\omega L$	$\omega_0 L \cdot Q$	$-\frac{j\omega_0^2 L}{\omega}$	$\frac{\omega_0 \cdot L}{Q}$

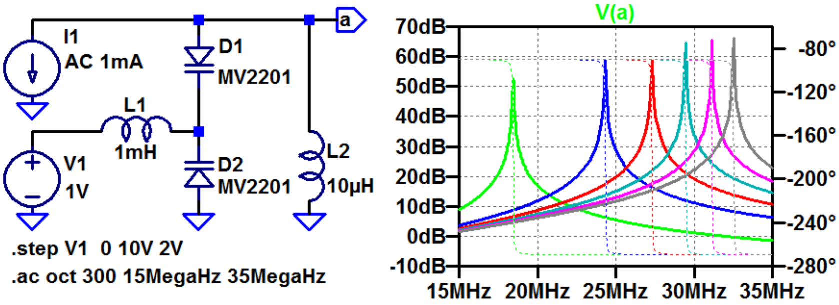
Resonanzfrequenz $\omega_0 = f(U_{\mathrm{S}})$:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC_{\mathrm{s}}}} \text{ mit } C_{\mathrm{S}} = \mathtt{Cjo} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{U_{\mathrm{s}}}{\mathtt{Vj}}\right)^{\mathtt{M}}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{L \cdot \mathtt{Cjo}}} \cdot \left(1 + \frac{U_{\mathrm{S}}}{\mathtt{Vj}}\right)^{\frac{\mathtt{M}}{2}}$$



Beispielsimulation



Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von der Steuerspannung:

V1 in V	0	2	4	6	8	10
f_0 in MHz	18,43	24,31	27,35	29,46	31,14	32,53

Literatur

References

[1] U. Tietze, Ch. Schenk, and L. Dümbgen. *Halbleiterschaltungstechnik.* Springer, 2002.