

Elektronik II Foliensatz 4: Halbleiter, Dioden

G. Kemnitz

12. Juni 2017

Inhaltsverzeichnis

1 Halbleiter	1
1.1 Stromfluss in Halbleitern	1
1.2 Undotiert (intrinsisch)	3
1.3 Dotiert (extrinsisch)	5
1.4 Stromloser pn-Übergang	8
1.5 pn-Übergang, Sperrbereich	11
1.6 pn-Übergang Durchlassbereich	13
2 Dioden	16
2.1 Spice-Modell	16
2.2 Durchlassbereich	17
2.3 Sperr- und Durchbruchbereich	20
2.4 Sperrschicht- und Diffusionskapazität	21
2.5 Kleinsignalmodell	23
3 Spezielle Dioden	24
3.1 Schottky-Diode	24
3.2 Z-Diode	28
3.3 PIN-Diode	30
3.4 Kapazitätsdiode	31

1 Halbleiter

1.1 Stromfluss in Halbleitern

Lernziel

Entwicklung eines quantitativen Verständnisses für

- die Leitungsvorgänge in undotierten und dotierten Halbleitern und
- die Strom-Spannungs-Beziehung an pn-Übergängen.

Die Leitungsvorgänge in Halbleitern und an pn-Übergängen bilden die Grundlage für das Verständnis der Verhaltens- und Simulationsmodelle für

- Dioden
- Bipolartransistoren,
- MOS-Transistoren und
- weitere Halbleiterbauteile.

Die betrachteten physikalischen Größen

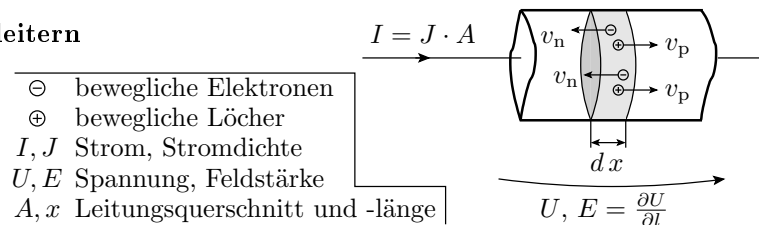
	Symbol	Maßeinheit
Energie ⁽¹⁾ , Fermienergie ⁽²⁾ , chemisches Potential	W, W_F, ζ	J (Joule) eV=1,6 · 10 ⁻¹⁹ J
mittlere thermische Energie	$k_B \cdot T$	(eV - Elektronenvolt)
Temperatur	T	K (Kelvin)
Boltzmannkonstante	k_B	1,38 · 10 ⁻²³ $\frac{J}{K} = 8,62 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K}$
Potential ⁽³⁾ , Spannung ⁽⁴⁾	$\varphi = \frac{W}{q}, U$	V (Volt)
Elementarladung	q	1,6 · 10 ⁻¹⁹ C
Temperaturspannung	$U_T = \frac{k_B \cdot T}{q}$	bei 300 K ≈ 26 mV

⁽¹⁾Energiedifferenz der Ladungsträger zu einem Bezugspotential; ⁽²⁾Energie, bis zu der die Elektronenzustände bei $T = 0$ besetzt sind; ⁽³⁾Energie der Ladungsträger pro Ladung; ⁽⁴⁾Potentialdifferenz.

Dichte der beweglichen Ladungsträger	p (der Löcher ⁽¹⁾), n (der bew. Elektr. ⁽²⁾)	m ⁻³
Driftgeschwindigkeit	$v_{p/n.drift} = (-)\mu_{p/n} \cdot E$	$\frac{m}{s}$
Beweglichkeit	μ_n, μ_p	$\frac{m^2}{Vs}$
Diffusionsgeschwindigkeit	$v_{p/n.diff} = D_{p/n} \cdot \frac{\partial p/n}{p/n \cdot \partial x}$	$\frac{m}{s}$
Diffusionskoeffizient ⁽³⁾	$D_{n/p} = U_T \cdot \mu_{p/n}$	$\frac{m^2}{s}$
Strom ⁽⁴⁾	$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dl} \cdot v$	A
Leitungsquerschnitt	A	m ²
Stromdichte	$J = \frac{I}{A} = q \cdot (p \cdot v_p - n \cdot v_n)$	A/m ²
Raumladung	ρ	$\frac{As}{m^3}$
Dielektrizitätskonstante (Si)	$\epsilon, \epsilon_{Si} \approx 100 \frac{pF}{m}$	$\frac{F}{m}$

⁽¹⁾freie Zustände im Valenzband; ⁽²⁾besetzte Zustände im Leitungsband; ⁽³⁾Einsteingleichung; ⁽⁴⁾bewegte Ladung pro Zeit, bewegte Ladungsdichte mal Fläche mal Geschwindigkeit.

Ströme in Halbleitern



$$J = \frac{I}{A} = q \cdot p \cdot v_p - q \cdot n \cdot v_n$$

Die Stromdichte ist das Produkt aus der Elementarladung, den Dichten der beweglichen Ladungsträger n und p sowie deren Geschwindigkeiten. Die Geschwindigkeiten setzen sich zusammen aus den Driftgeschwindigkeiten

$$v_{p.drift} = \mu_p \cdot E, \quad v_{n.drift} = \mu_n \cdot E$$

und den Diffusionsgeschwindigkeiten:

$$v_{p.diff} = D_n \cdot \frac{\partial p}{p \cdot \partial x}, \quad v_{n.diff} = D_n \cdot \frac{\partial n}{n \cdot \partial x}$$

Die Diffusionskoeffizienten $D_{p/n}$ sind nach Einsteingleichung das Produkt aus Temperaturspannung U_T und Beweglichkeit $\mu_{p/n}$:

$$v_{p.diff} = U_T \cdot \mu_p \cdot \frac{\partial p}{p \cdot \partial x}, \quad v_{n.diff} = U_T \cdot \mu_n \cdot \frac{\partial n}{n \cdot \partial x}$$

Eingesetzt in die Gleichung der Stromdichte:

$$J = q \cdot \left(\mu_p \cdot \left(p \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \mu_n \cdot \left(n \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right) \quad (1)$$

Die Feldstärkeänderung in Stromflussrichtung ist nach der Poissongleichung proportional zur Raumladungsdichte aus beweglichen und ortsfesten Ladungen:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (2)$$

(ρ – Raumladung; ε – Dielektrizitätskonstante).

Zusammenfassung

Die Stromdichte in einem Halbleiter

$$J = q \cdot \left(\mu_p \cdot \left(p \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \mu_n \cdot \left(n \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right)$$

Abhängig von:

- der Feldstärke E , der Temperaturspannung U_T sowie
- den Dichten und Gradienten der beweglichen Ladungsträger.

Der Gleichgewichtszustand für die Dichten und Gradienten der beweglichen Ladungen wird durch Dotierung eingestellt. Ungleichgewichte durch zu- und abfließende Ströme bauen sich innerhalb von μs bis ms ab.

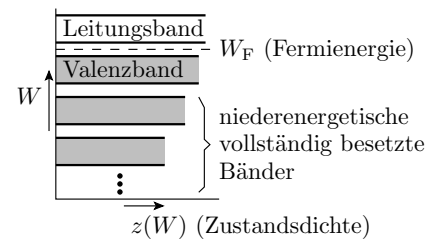
Feldstärken E entstehen durch Aufladung und äußere Spannungen.

Empfohlene Literatur: Cordes, Waag und Heuck: Integrierte Schaltungen. Grundlagen - Prozesse - Design - Layout. Pearson Studium, 2011.

1.2 Undotiert (intrinsisch)

Bewegliche Ladungsträger

- Elektronen besitzen im Quantenmodell einen Zustand, dem eine Energie zugeordnet ist.
- Teilen sich Elektronen wie in einem Festkörper einen Raum, kann jeder Zustand nur mit einem Elektron besetzt sein.
- Der Zustandsraum ist in Bänder unterteilt und füllt sich bei $T = 0$ von der niedrigsten Energie bis zur Fermienergie W_F .
- Das äußerste voll besetzte Band heißt Valenzband und das darauf folgende Leitungsband.
- Beweglichkeit von Ladungsträgern verlangt freie Elektronenstände in der energetischen Nachbarschaft. Bei $T = 0$ nur für Elektronen im Leitungsband erfüllt.
- Halbleiter sind Materialien mit bei $T = 0$ vollem Valenz- und leerem Leitungsband. Bandlücke ca. $1 \dots 2 \text{ eV}$.

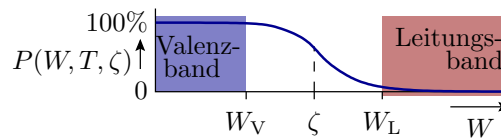


Undotierter Halbleiter bei Raumtemperatur

Bei $T > 0$ sind auch Zustände oberhalb der Fermienergie besetzt und Zustände unterhalb der Fermienergie frei. Die Besetzungswahrscheinlichkeit gehorcht der Fermi-Verteilung:

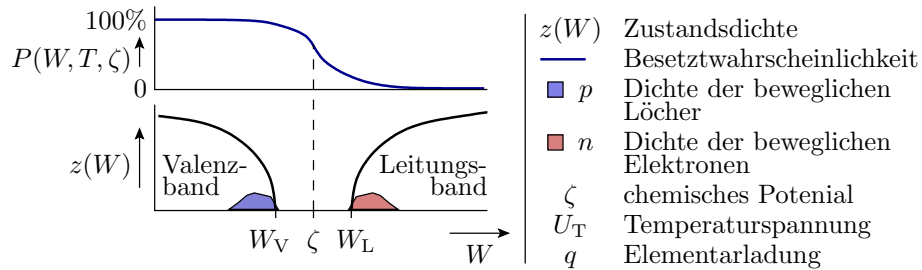
$$P(W, T, \zeta) = \left(e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} + 1 \right)^{-1}$$

(q – Elementarladung; $U_T = k_B \cdot T$ – Temperaturspannung; $q \cdot U_T$ – mittlere thermisch Energie der Elektronen. Für Si bei 300 K ca. 26 meV.



Das chemische Potential ζ stellt sich so ein, dass die Anzahl der freien Zustände im Valenzband gleich der Anzahl der besetzten Zustände im Leitungsband ist. Ladungsneutralität.

Dichte der beweglichen Ladungsträger



Löcher: Zustandsdichte Valenzband mal $1 - P(\dots)$

$$p = \int_0^\zeta (1 - P(W, T, \zeta)) \cdot z(W) \cdot dW$$

Bewegliche Elektronen: Zustandsdichte Leitungsband mal $P(\dots)$

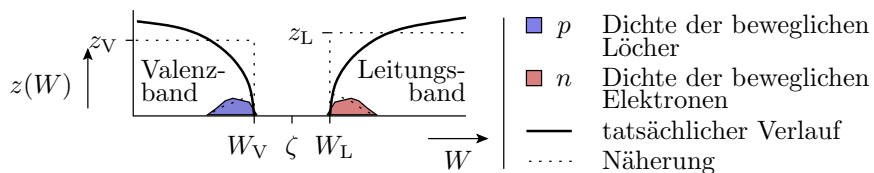
$$n = \int_\zeta^\infty P(W, T, \zeta) \cdot z(W) \cdot dW$$

Boltzmannnäherung

Wenn das chemische Potential um mehr als die doppelte mittlere thermische Energie von den Bandkanten entfernt ist:

$$P(W, T, \zeta) = \left(e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} + 1 \right)^{-1} \approx \begin{cases} 1 - e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} & \frac{W-\zeta}{q \cdot U_T} < -2 \\ e^{-\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} & \frac{W-\zeta}{q \cdot U_T} > 2 \end{cases}$$

Überschlag für konstante Zustandsdichten in den Bändern:



$$\begin{aligned} p &= z_V \cdot \int_0^\zeta e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} \cdot dW & n &= z_L \cdot \int_\zeta^\infty e^{\frac{\zeta-W}{q \cdot U_T}} \cdot dW \\ p &= z_V \cdot q \cdot U_T \cdot e^{\frac{W_V-\zeta}{q \cdot U_T}} & n &= z_L \cdot q \cdot U_T \cdot e^{\frac{\zeta-W_L}{q \cdot U_T}} \\ p &= N_V \cdot e^{\frac{W_V-\zeta}{q \cdot U_T}} & n &= N_L \cdot e^{\frac{\zeta-W_L}{q \cdot U_T}} \end{aligned}$$

Silizium bei Raumtemperatur ($U_T \approx 26 \text{ meV}$)

Löcherdichte : $p = N_V \cdot e^{\frac{W_V-\zeta}{q \cdot U_T}}$
 bewegl. Elektr. : $n = N_L \cdot e^{\frac{\zeta-W_L}{q \cdot U_T}}$

- Die Boltzmannnäherung für 300K ($U_T \approx 26 \text{ meV}$) verlangt:

$$W_V + 50 \text{ meV} < \zeta < W_L - 50 \text{ meV}$$

- Für Si und 300K: $N_V \approx 15 \cdot 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$, $N_L \approx 24 \cdot 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$

- Daraus folgt, Näherung gilt für $n, p < 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$.

Das Produkt $n \cdot p$ ist unabhängig vom chemischen Potential ζ

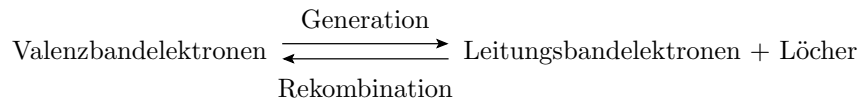
$$n \cdot p = n_i^2 = N_V \cdot N_L \cdot e^{\frac{W_V - W_L}{q \cdot U_T}} \quad (3)$$

(n_i – intrinsische Ladungsträgerdichte). Mit unserem Überschlag nehmen N_V und N_L proportional mit der Temperatur zu, in Wirklichkeit eher mit Exponent 1,5. n_i^2 ist sehr temperaturabhängig.

Generation und Rekombination

Generation: Durch Energieaufnahme wird eine Valenzbandelektron zu einem Leitungsbandelektron und hinterlässt einen unbesetzten Zustand (Loch).

Rekombination: Wechsel eines besetzten Leitungsbandelektrons in ein Loch durch Energieabgabe.



Im Gleichgewicht:

$$n \cdot p = n_i^2$$

ist die Generations- gleich der Rekombinationsgeschwindigkeit.

Für Silizium beträgt die intrinsische Ladungsträgerdichte bei 300 K $n_i \approx 2 \cdot 10^9 \text{cm}^{-3}$ und nimmt mit $\approx 7\%/K$ zu.

Nettorekombinationsrate

Ungleichgewichte, z.B. durch Ladungszu- oder Abfluss bauen sich mit den Relaxationszeiten $\tau_{p/n}$ ab:

$$p(t) = p_0 - (p(t_0) - p_0) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau_p}}$$

$$n(t) = n_0 - (n(t_0) - n_0) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau_n}}$$

Nettorekombinationsraten als Differenzen der Bruttorekombinations- und der Bruttogenerationsraten

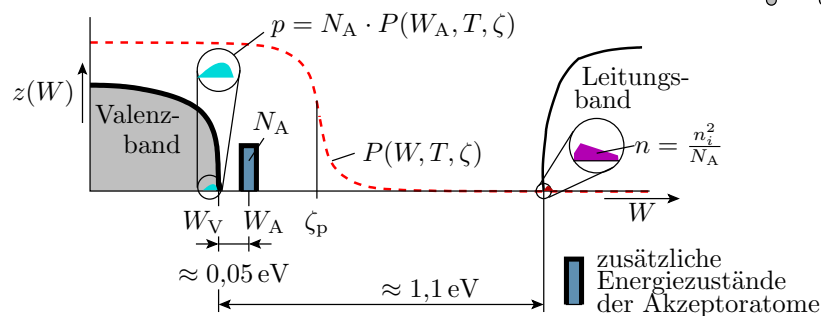
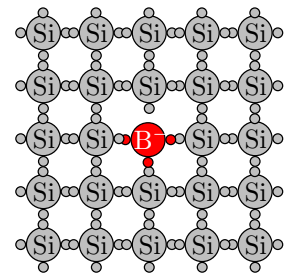
$$r_p = \frac{dp}{dt} = \frac{p - p_0}{\tau_p}; \quad r_n = \frac{dn}{dt} = \frac{n - n_0}{\tau_n} \quad (4)$$

sind im Gleichgewichtszustand null und ansonsten proportional zur Größe der Gleichgewichtsstörung $p - p_0$ bzw. $n - n_0$.

1.3 Dotiert (extrinsisch)

Dotierung mit Akzeptoren (p-Gebiete)

Einbau von Atomen mit drei Außenelektronen, z.B. Bor, in das Diamantgitter von Silizium. Die Energie, ein viertes Außenelektron aufzunehmen, ist $\approx 2 \cdot q \cdot U_T$ größer als die max. Energie im Valenzband W_V .



Ladungsdichten und ζ_p in p-Gebieten

Das chemische Potential stellt sich so ein, dass die Löcheranzahl im Valenzband gleich der Anzahl der besetzten Akzeptor- und Leitungsbandzustände ist:

$$\begin{aligned}
 p &= N_V \cdot e^{\frac{W_V - \zeta_p}{q \cdot U_T}} = N_A \cdot P(W_A, T, \zeta_p) + n \\
 &\approx N_A \cdot \left(1 - e^{\frac{W_A - \zeta_p}{q \cdot U_T}}\right) \quad \text{wegen } n \ll N_A \cdot \left(1 - e^{\frac{W_A - \zeta_p}{q \cdot U_T}}\right) \\
 &\approx N_A \quad \text{(Boltzmannnäherung für } \frac{W_A - \zeta_p}{q \cdot U_T} < -2)
 \end{aligned}$$

Chemisches Potential für die Boltzmannnäherung:

$$\zeta_p \approx W_V + q \cdot U_T \cdot \ln\left(\frac{N_V}{N_A}\right) \quad N_A \ll N_V \tag{5}$$

In einem mit Akzeptoren dotierten (p-) Gebiet sind Löcher die Majoritätsladungsträger.

Die Dichte der Minoritätsladungsträger strebt durch Generation bzw. Rekombination gegen Gl. 3:

$$n = \frac{n_i^2}{p}$$

Richtwerte Si 300K:

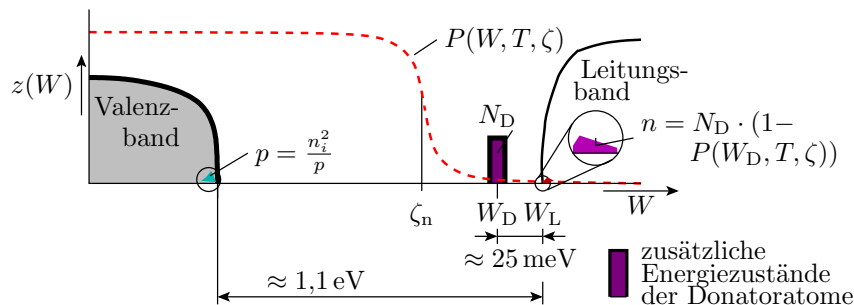
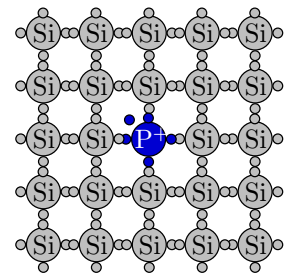
Akzeptordichte in cm^{-3}	10^{14}	10^{16}	10^{18}
Majoritätsladungsträgerdichte (p) in cm^{-3}	10^{14}	10^{16}	$5 \cdot 10^{17}$
Minoritätsladungsträgerdichte (n) in cm^{-3}	$4 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^2$	8

Für hohe Dotierung (ab 10^{18}cm^{-3}) sind die zusätzlichen Akzeptorzustände nur teilweise besetzt und p kleiner als die Akzeptordichte

$$p = N_A \cdot \left(1 - e^{\frac{W_A - \zeta_p}{q \cdot U_T}}\right) < N_A$$

Dotierung mit Donatoren (n-Gebiete)

Einbau von Atomen mit fünf Außenelektronen, z.B. Phosphor, in das Diamantgitter von Silizium. Die Energie, das fünfte Außenelektron abzugeben, ist $\approx q \cdot U_T$ kleiner als die min. Energie im Leitungsband W_L .



Ladungsdichten und ζ_n in n-Gebieten

Das chemische Potential stellt sich so ein, dass die Elektronenzahl im Leitungsband gleich der Anzahl der freien Donator- und Valenzbandzustände ist:

$$\begin{aligned} n &= N_L \cdot e^{\frac{\zeta_n - W_L}{q \cdot U_T}} = N_D \cdot (1 - P(W_D, T, \zeta_n)) + p \\ &\approx N_D \cdot \left(1 - e^{-\frac{W_D - \zeta_n}{q \cdot U_T}}\right) \quad \text{wegen } p \ll N_D \cdot \left(1 - e^{-\frac{W_D - \zeta_n}{q \cdot U_T}}\right) \\ &\approx N_D \quad (\text{Boltzmannnäherung für } \frac{W_D - \zeta_n}{q \cdot U_T} > 2) \end{aligned}$$

Chemisches Potential für die Boltzmannnäherung:

$$\zeta_n \approx W_L - q \cdot U_T \cdot \ln\left(\frac{N_L}{N_D}\right) \tag{6}$$

In einem mit Donatoren dotierten (n-) Gebiet sind bewegliche Elektronen die Majoritätsladungsträger.

Die Dichte der Minoritätsladungsträger strebt durch Generation bzw. Rekombination gegen Gl. 3:

$$p = \frac{n_i^2}{n}$$

Richtwerte Si 300K:

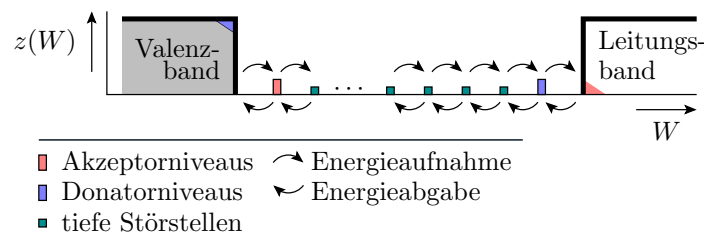
Donatordichte in cm^{-3}	10^{14}	10^{16}	10^{18}
Majoritätsladungsträgerdichte (n) in cm^{-3}	10^{14}	10^{16}	10^{18}
Minoritätsladungsträgerdichte (p) in cm^{-3}	$4 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^2$	4

Für hohe Dotierung (ab 10^{18}cm^{-3}) sind die zusätzlichen Donatorzustände nur teilweise unbesetzt und n kleiner als die Donatordichte

$$n = N_D \cdot \left(1 - e^{-\frac{W_D - \zeta_n}{q \cdot U_T}}\right) < N_A$$

Tiefe Störstellen

Gleichmäßig in der Bandlücke verteilte zusätzliche Energiezustände durch Gitterfehler und Verunreinigungen.



- In der Regel erfolgt die Energieaufnahme und -abgabe in kleinen Schritten über die tiefen Störstellen.
- Je reiner ein Halbleiter, desto größer sind die Relaxationszeiten τ_p und τ_n , mit denen die Gleichgewichtsstörungen abgebaut werden.

Zusammenfassung

Mit der Boltzmannnäherung für Si und 300K ($U_T \approx 26 \text{ meV}$, $W_V + 50 \text{ meV} < \zeta < W_L + 50 \text{ meV}$, $N_V \approx 15 \cdot 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$ und $N_L \approx 24 \cdot 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$) betragen im undotierten Halbleiter die Dichten der Löcher und der beweglichen Elektronen:

$$p = N_V \cdot e^{\frac{W_V - \zeta_p}{q \cdot U_T}}$$

$$n = N_L \cdot e^{\frac{\zeta_n - W_L}{q \cdot U_T}}$$

mit

$$n \cdot p = n_i^2 = N_V \cdot N_L \cdot e^{\frac{W_V - W_L}{q \cdot U_T}} = n_i^2$$

und der intrinsischen Ladungsträgerdichte n_i . Für Si bei 300 K beträgt $n_i \approx 2 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$ und nimmt etwa mit 7% je Kelvin zu.

Eine Akzeptordichte $N_A \ll N_V$ ändert das Gleichgewicht in:

$$p = N_A; \quad n = \frac{n_i^2}{N_A}$$

$$\zeta_p \approx W_V + q \cdot U_T \cdot \ln\left(\frac{N_V}{N_A}\right)$$

Eine Donatordichte $N_D \ll N_L$ ändert das Gleichgewicht in:

$$n = N_D; \quad p = \frac{n_i^2}{N_D}$$

$$\zeta_n \approx W_L - q \cdot U_T \cdot \ln\left(\frac{N_L}{N_D}\right)$$

Gleichgewichtsstörungen werden mit den Nettorekombinationsraten

$$r_n = \frac{dn}{dt} = \frac{n - n_0}{\tau_n}; \quad r_p = \frac{dp}{dt} = \frac{p - p_0}{\tau_p}$$

abgebaut ($\tau_{p/n}$ – Relaxionszeiten, bis zu Millisekunden).

1.4 Stromloser pn-Übergang

Suchen Sie die Gleichungen zusammen

Stromdichte für Halbleiter nach Gl. 1:

$$J = q \cdot (\mu_p \cdot (\dots\dots\dots)) - \mu_n \cdot (\dots\dots\dots)$$

Die Boltzmannnäherungen für die Elektronen- und die Löcherdichten nach Seite 5:

$$p = N_V \cdot \dots\dots\dots$$

$$n = N_L \cdot \dots\dots\dots$$

Die Poisson-Gleichung, Gl. 2:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \dots\dots\dots$$

Die Nettorekombinationsraten nach Gl. 4:

$$p - \text{Gebiet} : r_p = \frac{dp}{dt} = \dots\dots\dots, \quad n - \text{Gebiet} : r_n = \frac{dn}{dt} = \dots\dots\dots$$

Zur Kontrolle

Stromdichte für Halbleiter nach Gl. 1:

$$J = q \cdot \left(\mu_p \cdot \left(p \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \mu_n \cdot \left(n \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right)$$

Die Boltzmannnäherungen für die Elektronen- und die Löcherdichten nach Folie 5:

$$p = N_V \cdot e^{\frac{W_V - \zeta_p}{q \cdot U_T}}$$

$$n = N_L \cdot e^{\frac{\zeta_n - W_L}{q \cdot U_T}}$$

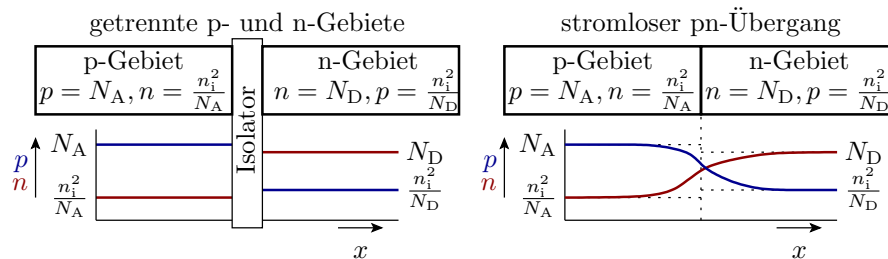
Die Poisson-Gleichung, Gl. 2:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

Die Nettorekombinationsraten nach Gl. 4:

$$p - \text{Gebiet} : r_p = \frac{dp}{dt} = \frac{p - p_0}{\tau_p}, \quad n - \text{Gebiet} : r_n = \frac{dn}{dt} = \frac{n - n_0}{\tau_n}$$

Verbindung eines p- und eines n-Gebiets



- Der Dichtegradient an der Übergangsstelle bewirkt, dass aus dem p-Gebiet Elektronen und aus dem n-Gebiet Löcher in das andere Gebiet diffundieren.
- Es entsteht ein elektrisches Feld, das einen Driftstrom verursacht, der den Diffusionsstrom kompensiert.
- Die im Verbindungsmoment durch Diffusion verursachte Erhöhung von $n \cdot p \gg n_i^2$ wird innerhalb weniger Millisekunden durch Rekombination abgebaut.

Feldstärke und Ladungsdichte

Im stationären Gleichgewicht heben sich überall die Elektronen- und Löcherströme auf. Elektronenstromdichte nach Gl. 1:

$$J_n = 0 = q \cdot \mu_n \cdot \left(n \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \tag{7}$$

Die Änderung der Elektronendichte ergibt sich aus der Änderung des Abstands des chemischen Potentials zum Leitungsband:

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial \left(N_L \cdot e^{\frac{\zeta_n - W_L}{q \cdot U_T}} \right)}{\partial x} = \frac{n}{q \cdot U_T} \cdot \left(\frac{\partial \zeta_n}{\partial x} - \frac{\partial W_L}{\partial x} \right) = -\frac{n}{q \cdot U_T} \cdot \frac{\partial W_L^*}{\partial x}$$

(*mit Festlegung $\zeta = \text{konst.}$). Eingesetzt in Gl. 7 ergibt sich, dass die Feldstärke im stromlosen pn-Übergang proportional zur Änderung der Leitungsbandenergie abnimmt:

$$0 = n \cdot E - U_T \cdot \frac{n}{q \cdot U_T} \cdot \frac{\partial W_L}{\partial x}, \quad E = \frac{1}{q} \cdot \frac{\partial W_L}{\partial x}$$

Diffusionsspannung und Raumladung

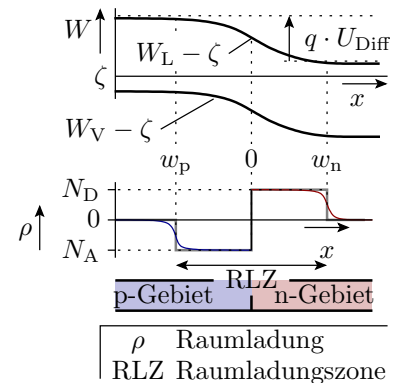
Die Diffusionsspannung

$$U_{\text{Diff}} = \int_{-w_p}^{w_n} E \cdot dx = \frac{1}{q} \cdot \int_{-w_p}^{w_n} \frac{\partial W_L}{\partial x} \cdot dx = \frac{\zeta_n - \zeta_p}{q}$$

ist das Intergral über die Feldstärke am stromlosen pn-Übergang.

In dem Bereich, in dem das chemische Potential von den Bandkanten weiter entfernt ist, ist die Dichte der beweglichen Ladungsträger klein gegenüber den ortsfesten Störstellenatomen. Näherungsweise konstante Raumladung:

- p-Gebiet: $\rho \approx -q \cdot N_A$
- n-Gebiet: $\rho \approx q \cdot N_D$.



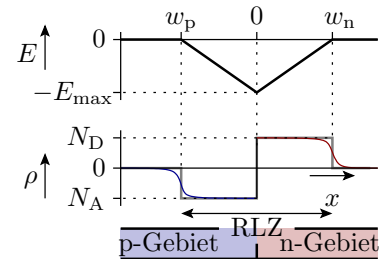
Feldstärke und Sperrschichtbreite

Bei konstanter Raumladung nimmt nach Gl. 2 (Poisson-Gl.):

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

die Feldstärkeänderung im p-Gebiet proportional mit $-q \cdot N_A$ ab und im n-Gebiet mit $q \cdot N_D$ zu (Dreieckverlauf).

- Anstieg p-Gebiet: $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{-q \cdot N_A}{\epsilon} = \frac{-E_{\text{max}}}{w_p}$
- Anstieg n-Gebiet: $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{q \cdot N_D}{\epsilon} = \frac{E_{\text{max}}}{w_n}$
- Ladungsneutralität: $N_A \cdot w_p = N_D \cdot w_n$
- Diffusionsspannung: $U_{\text{Diff}} = \frac{1}{2} \cdot E_{\text{max}} \cdot (w_p + w_n)$



Auflösung des Gleichungssystems nach den Breiten der Raumladungszonen:

$$w = w_p + w_n = \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon \cdot U_{\text{Diff}}}{q} \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)} \quad (8)$$

$$w_p = \frac{w \cdot N_D}{N_D + N_A}, \quad w_n = \frac{w \cdot N_A}{N_D + N_A}$$

Maximale Feldstärke:

$$E_{\text{max}} = \frac{w_p \cdot q \cdot N_A}{\epsilon} = \frac{w_n \cdot q \cdot N_D}{\epsilon} = \frac{2 \cdot U_{\text{Diff}}}{w}$$

- Bei gleicher Dotierung: $w_p = w_n$.
- Je schwächer dotiert, desto breiter die Sperrschicht.
- Bei ungleicher Dotierung breitet sich die Raumladungszone hauptsächlich im niedriger dotierten Gebiet aus.
- Über $C = \epsilon \cdot \frac{A}{w}$ verhält sich die Sperrschichtkapazität umgekehrt proportional zur Sperrschichtbreite w .

1.5 pn-Übergang, Sperrbereich

Sperrbereich

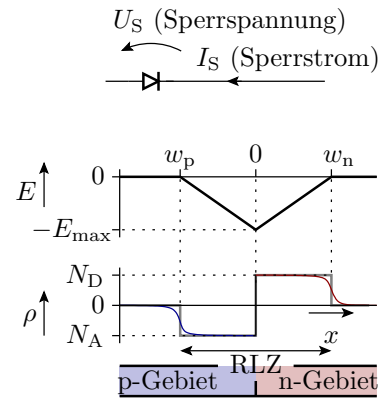
Eine Sperrspannung $U_S > 0$ vergrößert das elektrische Feld und die Breite der Raumladungszone gegenüber Gl. 8:

$$U_{\text{Diff}} + U_S = \frac{1}{2} \cdot E_{\text{max}} \cdot (w_p + w_n)$$

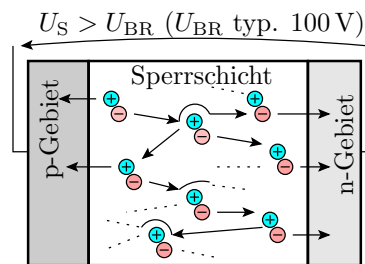
Die Anstiege sind weiterhin $-q \cdot N_A$ bzw. $q \cdot N_D$. aufgelöst nach der max. Feldstärke und Sperrschichtbreite:

$$E_{\text{max}} = \frac{2 \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{w} = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{\epsilon \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)}} \quad (9)$$

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{q} \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)} \quad (10)$$



Lawinendurchbruch



Häufigste Durchbruchart. Bei hohen Feldstärken nehmen die bewegten Ladungsträger auf ihrem Weg bis zum nächsten Gitterzusammenstoß so viel Energie auf, das es für die Generierung eines Elektronen-Lochpaars ausreicht. Die Dichte der beweglichen Ladungsträger in der Raumladungszone steigt mit weiterer Erhöhung der Sperrspannung exponentiell an.

Spannungsfestigkeit

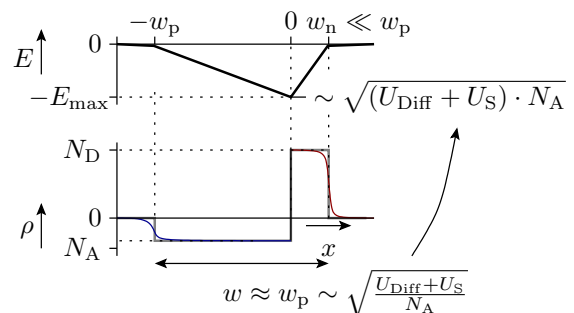
Die maximale Feldstärke E_{max} muss unterhalb dem Wert für den Durchbruch E_{BR} bleiben:

$$E_{\text{max}} = \frac{2 \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{w} = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{\epsilon \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)}} < E_{\text{BR}}$$

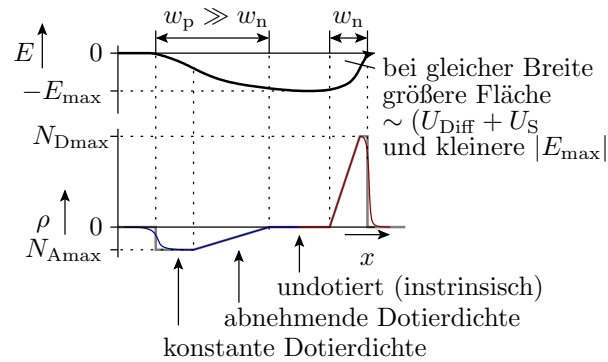
Für gegebene U_S

- große Breite
- niedrige Dotierung.

Einseitig niedrige Dotierung reicht, weil sich die Sperrschicht hauptsächlich im niedrig dotierten Gebiet ausbreitet.



Sanfte Dotierprofile und intrinsischer Übergang



Aus der Poisson-Gl. $2 \frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon}$ folgt, dass bei abnehmender Raumladung, die in der Verarmungszone gleich der Dotierdichte ist, E schwächer und in einer intrinsischen Zwischenschicht gar nicht zunimmt. Bei gleicher Sperrschichtbreite und Sperrspannung geringeres Feldstärkemaximum.

Sperrstrom

Der Sperrstrom ist ein Generierungsstrom. Summe der Produkte aus den Nettogenerationsrate

$$r_n = \frac{dn}{dt} = \frac{n - n_0}{\tau_n} \approx \frac{N_D}{\tau_n}$$

$$r_p = \frac{dp}{dt} = \frac{p - p_0}{\tau_p} \approx \frac{N_A}{\tau_p}$$

der Elementarladung q und dem Volumen der Verarmungszonen. Generierungsstromdichte als »Strom pro Querschnitt«:

$$J_S = \frac{I_S}{A} \approx q \cdot \left(\frac{w_n \cdot N_D}{\tau_n} + \frac{w_p \cdot N_A}{\tau_p} \right) \sim \sqrt{U_{\text{Diff}} + U_S}^* \quad (11)$$

(*- für einen abrupten Übergang¹). Für die meisten Anwendungen vernachlässigbar klein.

Zusammenfassung

- Sperrschichtbreite:

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{q} \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$$

- Maximale Feldstärke:

$$E_{\text{max}} = \frac{2 \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{w} = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{\epsilon \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}}$$

- Bei zu hoher Feldstärke Durchbruch.
- Erhöhung der Spannungsfestigkeit durch einseitig niedrige Dotierung, sanfte Dotierprofile und/oder eine intrinsische Schicht zwischen den dotierten Gebieten.
- Sperrstrom vernachlässigbar.

¹Sprunghafte Dotierungsänderung von N_A nach N_D .

1.6 pn-Übergang Durchlassbereich

Suchen Sie die Gleichungen zusammen

1. Stromdichte für Halbleiter nach Gl. 1:

$$J = q \cdot (\mu_p \cdot (\dots\dots\dots) - \mu_n \cdot (\dots\dots\dots))$$

2. Die Boltzmannnäherungen für die Elektronen- und die Löcherdichten nach Folie 5:

$$\begin{aligned} p &= N_V \cdot \dots\dots\dots \\ n &= N_L \cdot \dots\dots\dots \end{aligned}$$

3. Die Gleichgewichtsstörung des Produkts $n \cdot p$ unter der Annahme, dass sich die chemischen Potentiale für Löcher und Elektronen um $\zeta_n - \zeta_p = q \cdot U_D$ unterscheiden ($\zeta_{p/n}$ - chemisches Potential zur Löcher- / Elektronendichte; U_D - Spannung in Durchlassrichtung; q - Elementarladung:

$$n \cdot p = n_i^2 \cdot \dots\dots\dots$$

Zur Kontrolle

1. Stromdichte für Halbleiter nach Gl. 1:

$$J = q \cdot \left(\mu_p \cdot \left(p \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \mu_n \cdot \left(n \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right)$$

2. Die Boltzmannnäherungen für die Elektronen- und die Löcherdichten nach Folie 5:

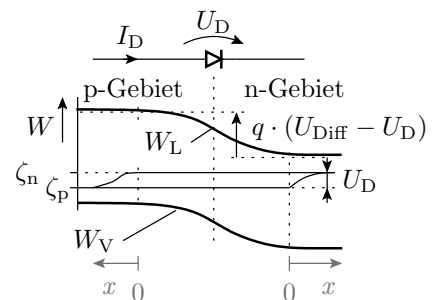
$$\begin{aligned} p &= N_V \cdot e^{\frac{W_V - \zeta_p}{q \cdot U_T}} \quad \text{für } e^{\frac{W_V - \zeta_p}{q \cdot U_T}} < e^{-2} \approx 0,1^* \\ n &= N_L \cdot e^{\frac{\zeta_n - W_L}{q \cdot U_T}} \quad \text{für } e^{\frac{\zeta_n - W_L}{q \cdot U_T}} < e^{-2} \approx 0,1^* \end{aligned}$$

(* - Boltzmannnäherung).

3. Gleichgewichtsstörung des Produkts $n \cdot p$ für $\zeta_n - \zeta_p = q \cdot U_D$:

$$n \cdot p = N_V \cdot N_L \cdot e^{-\frac{(W_L - W_V) + (\zeta_n - \zeta_p)}{q \cdot U_T}} = \underbrace{N_V \cdot N_L \cdot e^{-\frac{W_L - W_V}{q \cdot U_T}}}_{n_i^2} \cdot e^{-\frac{U_D}{U_T}}$$

Durchlassbereich



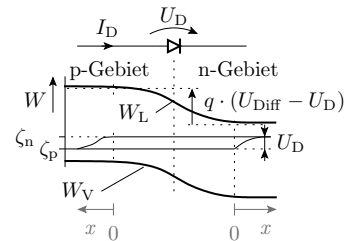
Eine Durchlassspannung $U_D > 0$ verringert nach Gl. 10 das elektrische Feld und die Breite der Raumladungzone. Der Diffusionsstrom wird nicht mehr durch den Driftstrom kompensiert.

Unter der Annahme, keine Rekombination in der Sperrschicht², behalten die chemische Potentiale der in das andere Gebiet diffundierenden Ladungsträger die Differenz $\zeta_n - \zeta_p = q \cdot U_D$. Vergrößerung von $n \cdot p$ bis zum Ende der Sperrschicht:

$$n \cdot p \approx n_i^2 \cdot e^{\frac{q \cdot U_D}{k \cdot T}} = n_i^2 \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$$

² Aufgrund der großen Dichtegradienten diffundieren die Ladungsträger sehr schnell durch die Sperrschicht.

Hinter der Raumladungszone



Konstante Majoritätsdichte: $p_p(x \geq 0) = N_A$
 $n_n(x \geq 0) = N_D$

Minoritätsdichteerhöhung am Ende der Raumladungszone:

$$n_p(x=0) = n_{p0} \cdot e^{-\frac{U_D}{U_T}}; p_n(x=0) = p_{n0} \cdot e^{-\frac{U_D}{U_T}}$$

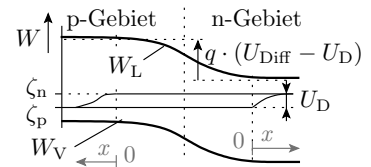
mit

$$n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_D}; p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

Weiterdiffusion der Minoritätsladungsträger in den Bahngebieten:

- Elektronen im p-Gebiet: $J_n = q \cdot D_n \cdot \frac{dn_p(x)}{dx}$
- Löcher im n-Gebiet: $J_p = q \cdot D_p \cdot \frac{dp_n(x)}{dx}$

Dichtegradienten $\frac{dn_p(x)}{dx} \neq 0$ und $\frac{dp_n(x)}{dx} \neq 0$ durch Rekombination.



Shockley-Gleichung

Diffusionsstromdichten $J = J_n + J_p$ über die Differentialgleichungssysteme

$$\begin{aligned} J_n &= q \cdot D_n \cdot \frac{dn_p(x)}{dx} & J_p &= q \cdot D_p \cdot \frac{dp_n(x)}{dx} \\ \frac{dJ_n}{dx} &= q \cdot r_p = q \cdot \frac{n_p(x) - n_{p0}}{\tau_p} & \frac{dJ_p}{dx} &= q \cdot r_n = q \cdot \frac{p_n(x) - p_{n0}}{\tau_n} \end{aligned}$$

- $n_p(x), p_n(x)$ Minoritätendichte im p- bzw- n-Gebiet
- r_p, r_n Nettorekombinationsrate im p- bzw- n-Gebiet
- τ_p, τ_n Relaxionszeit p- bzw- n-Gebiet

am Anfang der Bahngebiete ($x = 0$):

$$n_p(0) = n_{p0} \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}; p_n(0) = p_{n0} \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$$

mit den Gleichgewichtsminoritätendichten:

$$n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A}; p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D}$$

Formen Sie selbst um

$$J_p = q \cdot D_p \cdot \frac{dp_n(x)}{dx}; \frac{dJ_p}{dx} = q \cdot r_n = q \cdot \frac{p_n(x) - p_{n0}}{\tau_n}$$

Leiten Sie die erste Gleichung nach x ab. Ersetzen Sie die Änderung der Stromdichte mit dem Weg durch die zweite Gleichung. Umstellung in die Form:

$$\frac{d^2 p_n(x)}{dx^2} = \dots\dots\dots$$

Lösung der DGL für mit x abnehmende $p_n(x)$:

$$p_n(x) = \dots\dots\dots$$

DGL: $\frac{d^2 p_n(x)}{dx^2} = \frac{p_n(x) - p_{n0}}{D_p \cdot \tau_n}$
 Lösung: $p_n(x) = k \cdot e^{-\frac{x}{\sqrt{D_p \cdot \tau_n}}} + p_{n0}$

DGL: $\frac{d^2 p_n(x)}{dx^2} = \frac{p_n(x) - p_{n0}}{D_p \cdot \tau_n}$
 Lösung: $p_n(x) = k \cdot e^{-\frac{x}{\sqrt{D_p \cdot \tau_n}}} + p_{n0}$

- Probe:

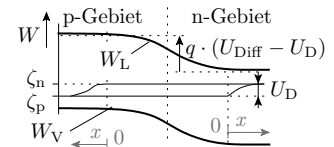
$$\frac{\partial^2 \left(k \cdot e^{-\frac{x}{\sqrt{D_p \cdot \tau_n}}} + p_{n0} \right)}{\partial x^2} = \frac{k \cdot e^{-\frac{x}{\sqrt{D_p \cdot \tau_n}}}}{D_p \cdot \tau_n} = \frac{k \cdot e^{-\frac{x}{\sqrt{D_p \cdot \tau_n}}} + p_{n0} - p_{n0}}{D_p \cdot \tau_n} \checkmark$$

(... $e^{+\frac{x}{\dots}}$ wäre auch eine Lösung, nimmt aber mit x zu).

- Mit der Randbedingung $p_n(0) = p_{n0} \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$:

$$\begin{aligned} p_{n0} \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}} &= k \cdot e^{-\frac{0}{\sqrt{D_p \cdot \tau_n}}} + p_{n0} \\ k &= p_{n0} \cdot \left(e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right) \\ p_n(x) &= k \cdot e^{-\frac{x}{\sqrt{D_p \cdot \tau_n}}} + p_{n0} \\ p_n(x) &= p_{n0} \cdot \left(e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{x}{\sqrt{D_p \cdot \tau_n}}} + p_{n0} \end{aligned}$$

Minoritäts- und Stromdichten



Minoritätsdichten in den Bahngebieten:

$$\begin{aligned} n_p(x) &= n_{p0} \cdot \left(\left(e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{x}{L_n}} + 1 \right) \text{ mit } L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_p} \\ p_n(x) &= p_{n0} \cdot \left(\left(e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{x}{L_p}} + 1 \right) \text{ mit } L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_n} \end{aligned}$$

(L_n, L_p – Diffusionslänge, Weg, bis zur Verringerung der Minoritätsüberschüsse auf das $1/e$ -fache.)

Durchlassstrom ist der Diffusionsstrom bei $x = 0$:

$$\begin{aligned} J &= J_n + J_p = q \cdot \left(D_n \cdot \frac{\partial n_p(x)}{\partial x} + D_p \cdot \frac{\partial p_n(x)}{\partial x} \right) \\ &= \underbrace{\left(\frac{n_{p0} \cdot q \cdot D_n}{L_n} + \frac{p_{n0} \cdot q \cdot D_p}{L_p} \right)}_{J_S - \text{Sättigungsstromdichte}} \cdot \left(e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{x}{L_p}} \end{aligned}$$

Sättigungsstromdichte J_S

$$J_S = \frac{p_{n0} \cdot q \cdot D_p}{L_p} + \frac{n_{p0} \cdot q \cdot D_n}{L_n}$$

Gleichgewichtsminoritätendichten	$n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A}$	$p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D}$
Einsteingleichung:	$D_p = U_T \cdot \mu_p$	$D_n = U_T \cdot \mu_n$
Diffusionslängen:	$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_n}$	$L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_p}$

$$J_s = q \cdot U_T \cdot n_i^2 \cdot \left(\frac{1}{N_D} \cdot \sqrt{\frac{\mu_p}{\tau_n}} + \frac{1}{N_A} \cdot \sqrt{\frac{\mu_n}{\tau_p}} \right)$$

μ – Beweglichkeiten; τ – Relaxionszeiten; N – Dotierdichten, $U_T = \frac{k_B \cdot T}{q}$ – Temperaturspannung; k_B – Boltzmannkonstante; $n_i^2 = N_V \cdot N_L \cdot e^{\frac{W_V - W_L}{q \cdot U_T}}$ – intrinsische Leitfähigkeit.

J_S ist ein stark temperaturabhängiger Bauteilparameter.

Zusammenfassung

Stromdichte in Durchlassrichtung (Shockley-Gleichung):

$$J_D = J_s \cdot \left(e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right) \quad (12)$$

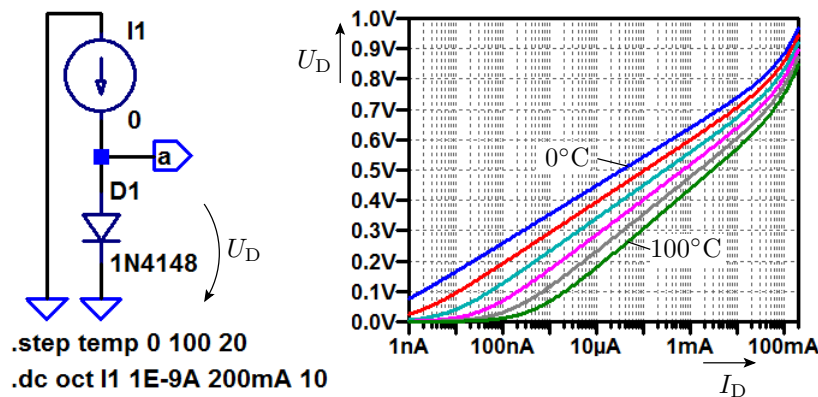
(U_D Spannung in Durchlassrichtung, $U_T = \frac{k_B \cdot T}{q}$ Temperaturspannung und J_s stark temperaturabhängiger Bauteilparameter.

2 Dioden

2.1 Spice-Modell

Einführendes Beispiel

Das mit LT-Spice mitgelieferte Modell der Diode 1N4148 hat im Durchlassbereich folgende Strom-Spannungs-Beziehung:



Im Sperrbereich ist der simulierte Strom null.

Die Beschreibung dieser Diode lautet:

```
.model 1N4148 D(Is=2.52n Rs=.568,
N=1.752 Cj0=4p M=.4 Iave=200m
Tt=20n Vpk=75 mfg=0nSemi type=silicon)
```

Alle anderen Parameter haben die Standardwerte.

- Was bedeuten diese Parameter?
- Wie bestimmen Sie das Simulationsergebnis?
- Wie gut stimmt das Modellverhalten mit der Wirklichkeit überein?

Das Lernziel in diesem und den nächsten Abschnitten ist das Kennenlernen der Spice-Modelle und Spice-Parameter

- ihren Zusammenhang zu den physikalischen Modellen und
- ihre praktische Bedeutung in Schaltungen.

Spice-Parameter einer Diode

Berkeley-Spice-Modell für Halbleiterdioden, erweitert um eine genauere Modellierung des Durchbruchverhaltens und des Rekombinationsstroms. Letzte Spalte Diode aus dem Beispiel.

Param.	Spice	Bezeichnung	Std-W+ME	1N4148
I_S	Is	Sättigungsstrom	10^{14} A	2,52nA
R_S	Rs	Bahnwiderstand	0 Ω	0.568 Ω
	N	Emissionskoeffizient	1	1,75
	Tt	Transitzeit	0 ns	20ns
C_{S0}	Cjo	Kapazität für $U_D = 0$	0 pF	4pF
U_{Ddiff}	Vj	Diffusionsspannung	1 V	
	M	Kapazitätskoeffizient	1	.4
W_g	Eg	Bandabstand	1,11* eV	

(Std-W+ME Standardwert + Maßeinheit; *- Wert für Silizium)

Param.	Spice	Bezeichnung	Std-W+E	1N4148
X_{TI}	Xti	Is-Temperaturkoeff.	3.0	
k_F	KF	Funkelrauschkoeff.	0	
A_F	Af	Funkelrauschexp.	1	
f_s	FC	Koeff. Bereichswechs. C_S	0.5	
	BV	Durchbruchspannung	∞ , V	
	Ibv	Strom bei U_{BR}	10^{-10} A	
	Tnom	Bezugstemperatur	27°C	
	Isr	Rekomb.-Stromparam.	0 A	
	Nr	I_{SR} -Emmissionskoeff.	2	
	Ikf	Wechsel Hochstromber.	∞ A	
	Tikf	Ikf-Temperaturkoeff.	0/°C	
	Trs1	lin. Rs Temp.-Koeff.	0/°C	
	Trs2	quad. Rs Temp.-Koeff.	0/°C	

Grenzwerte

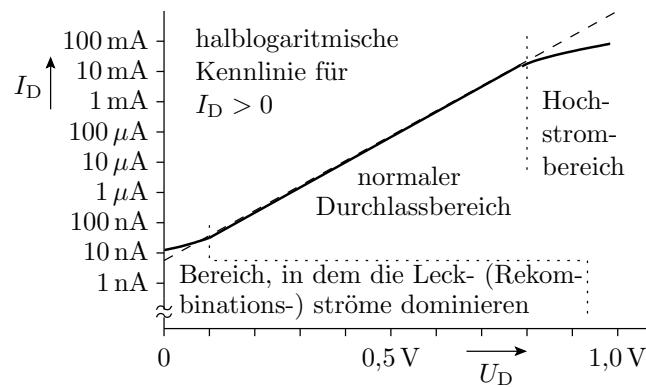
Zulässige Maximalwerte zur Kontrolle, dass die Diode im zulässigen Bereich betrieben wird.

Param.	Spice	Bezeichnung	Einheit	1N4148
	Vpk	Spitzensperrspannung	V	75 V
	Ipk	Spitzensperrstrom	A	
	Iave	mittlerer Strom	A	200 mA
	Irms	Strom RMS	A	
	diss	max. Verlustleistung	W	
	mfg	Hersteller		onSemi
	type	Bauteilart		silicon

Weitere Angaben siehe [scad3.pdf]. Das Beispielmodell verwendet überwiegend die Standardwerte, z.B. Durchbruchspannung ∞ .

2.2 Durchlassbereich

Strom-Spannungsbeziehung im Durchlassbereich



- Normaler Durchlassbereich: Näherungsweise Gültigkeit der Shockley-Gl. 12.
- Niedrigstrombereich: Hier dominieren die winzigen Rekombinationsströme in der Sperrschicht.
- Hochstrombereich: Halbierter logarithmischer Anstieg.

Annäherung durch parametrisierte Gleichungen

- Shockley-Gleichung mit Korrekturfaktor N für den log. Anstieg (normaler Durchlassbereich):

$$I_{DD} = I_S \cdot \left(e^{\frac{U_D}{N \cdot U_T}} - 1 \right) \tag{13}$$

- Der zusätzliche Rekombinationsstrom in der Sperrschicht:

$$I_{DR} = I_{SR} \cdot \left(e^{\frac{U_D}{N_R \cdot U_T}} - 1 \right)$$

- Halbierung des logarithmischen Anstiegs im Hochstrombereich:

$$I_{DDH} = \frac{I_{DD}}{\sqrt{1 + \frac{I_{DD}}{I_{KF}}}} \approx \begin{cases} I_{DD} & I_{DD} \ll I_{KF} \\ \sqrt{I_{DD} \cdot I_{KF}} & I_{DD} \gg I_{KF} \end{cases}$$

(I_{DD} - Diffusionsstrom nach Gl. 13; I_{KF} - Strom für den Übergang zum Hochstrombereich).

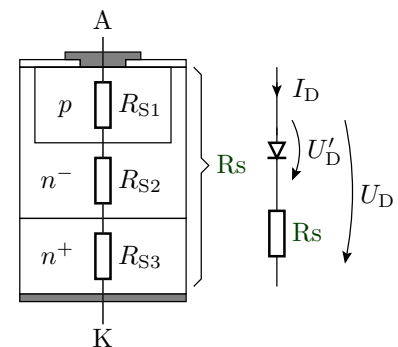
Zusätzliche Berücksichtigung der Bahnwiderstände

Bahnwiderstand R_S :

- typ. 10 mΩ (Leistungsdioden) bis 10Ω (Kleinsignaldioden).
- Modellierung durch einen zusätzlichen Spannungsabfall:

$$U_D = U'_D + R_S \cdot I_D$$

(U'_D - Spannungsabfall pn-Übergang)



Temperaturverhalten

In der angepassten Shockley-Gl. 12

$$I_D(U_D, T) = I_S(T) \cdot \left(e^{\frac{U_D}{n \cdot U_T(T)}} - 1 \right)$$

sind die Temperaturspannung (eingeführt auf S. 2)

$$U_T(T) = \frac{k \cdot T}{q} = 86,142 \frac{\mu\text{V}}{\text{K}}$$

und nach Gl. 12 und 3 die Sättigungsstromdichte

$$I_S \sim n_i^2(T) = N_V \cdot N_L \cdot e^{-\frac{W_L - W_V}{q \cdot U_T}}$$

(k – Boltzmannkonstante, q – Elementarladung) und darin wieder N_V und N_L stark temperaturabhängig. Empirisches Modell:

$$I_D(U_D, T) = I_S(T_{\text{nom}}) e^{\left(\frac{T}{T_{\text{nom}}} - 1\right) \cdot \frac{E_g}{n \cdot U_T(T)}} \cdot \left(\frac{T}{T_{\text{nom}}}\right)^{\frac{\chi_{ti}}{n}}$$

(I_S – Sättigungsstrom; E_g – Bandabstand; T_{nom} – Bezugstemperatur, χ_{ti} – Temperaturkoeffizient von I_S).

Temperaturverhalten für Überschläge

Relative Stromzunahme mit der Temperatur:

$$\frac{1}{I_D} \cdot \frac{dI_D}{dT} \Big|_{U_D=\text{const.}} \approx 0,04 \dots 0,08 \text{ K}^{-1} \quad (14)$$

- Bei einer Temperaturerhöhung von $\approx 11 \text{ K}$ verdoppelt sich der Strom bei gleicher Spannung.

Spannungsabnahme bei konstantem Strom:

$$\frac{dU_D}{dT} \Big|_{I_D=\text{const.}} \approx -1,7 \text{ mV/K}$$

- Bei einer Temperaturerhöhung von $\approx 60 \text{ K}$ verringert sich die Durchlassspannung bei gleichem Strom um 100 mV .

Bei höherem Leistungsumsatz sind Halbleitertemperaturen von $50 \dots 100^\circ\text{C}$ normal.

Parameterbeispiele

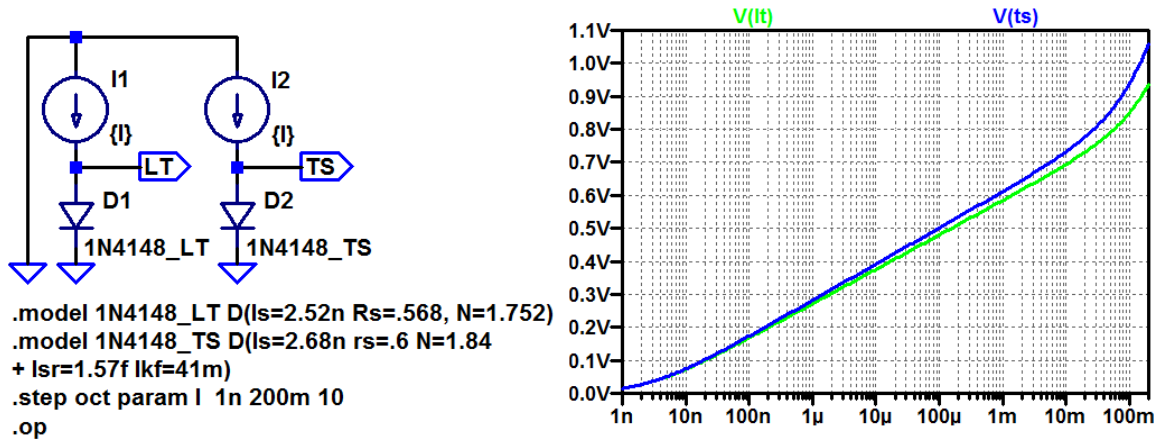
Die nachfolgenden Werte sind aus [1] und nicht von den Modellen aus dem Simulator.

Param.	Bezeichnung	1N4148	1N4001
I_S	Sättigungsstrom	2,68 nA	14,1 nA
N	Emissionskoeffizient	1,84	1,99
I_{sr}	Rekomb.-Stromparam.	1,57 fA	0
N_r	I_{sr} -Emissionskoeffizient	2	2
I_{kf}	Wechsel Hochstromber.	0,041 A	94,8 A
R_s	Bahnwiderstand	0,6 Ω	0,034 Ω

Der Temperaturkoeffizient χ_{ti} von I_S , der Temperaturkoeffizient χ_{ikf} des Hochstromübergangs und die Temperaturkoeffizienten χ_{rs1} und χ_{rs2} des Bahnwiderstands haben die Standardwerte.

Simulation mit zwei Modellen desselben Bauteils

Für die Diode 1N4148, die auch im Praktikum eingesetzt wird, hat der Simulator andere Parameter, als in [1] angegeben sind.



Das Modell des Simulators »_LT« und das Modell »_TS« aus [1] verhalten sich auch unterschiedlich. Fertigungsstreuungen? Schaltungen so entwerfen, dass die Unterschiede nicht stören.

2.3 Sperr- und Durchbruchbereich

Sperrstrom

Der Sperrstrom ist ein Generierungsstrom, der proportional zur Sperrschichtbreite zunimmt. Für einen abrupten Übergang Zunahme mit der Wurzel der Sperrspannung $U_S = -U_D$:

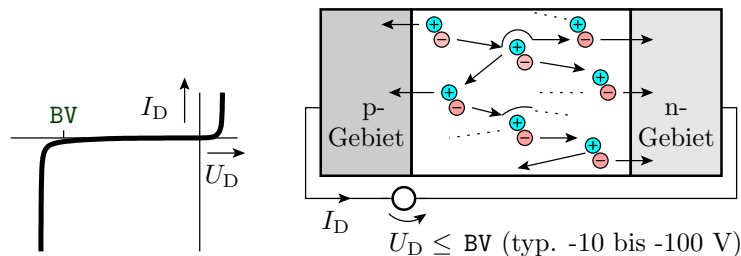
$$I_S \sim \sqrt{V_j + U_S}$$

(vergl. Gl. 11). Empirische Spice-Annäherung:

$$I_S = -I_{sr} \cdot \left(\left(1 + \frac{U_S}{V_j} \right)^2 + 0,005 \right)^{\frac{M}{2}} \quad (15)$$

Param.	Bezeichnung	1N4148	1N4001
I _{sr}	Rekomb.-Stromparam.	1,57 fA	0
V _j	Diffusionsspannung	0,5 V	0,325 V
M	Kapazitätskoeffizient	0,333	0,44

(Lawinen-) Durchbruch



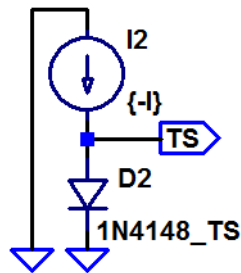
Modellierung als exponentielle Stromzunahme mit zunehmender Sperrspannung $-U_D$ abzüglich der Durchbruchspannung BV:

$$I_S = I_{bv} \cdot e^{\frac{U_S - BV}{U_T}} \quad (16)$$

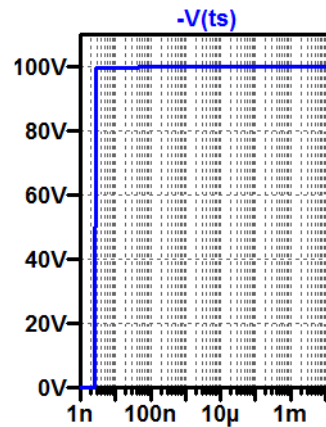
Param.	Bezeichnung	1N4148	1N4001
BV	Durchbruchspannung	100 V	75 V
I _{bv}	Strom bei BV	100 μA	10 μA

Für den Sperrbereich vervollständigtes Modell mit den Parametern aus [1]:

```
.model 1N4148_TS D(Is=2.68n Rs=.6, N=1.84 Isr=1.57f
Ikf=41m Vj=0.5 M=0.333 BV=100 Ibv=100µ)
```



```
.model 1N4148_TS D(Is=2.68n
+ rs=.6 N=1.84 Isr=1.57f lkf=41m
+ Vj=0.5 BV=100 lbv=100µ)
.step oct param I 1n 20m 10
.op
```



2.4 Sperrschicht- und Diffusionskapazität

Sperrschichtkapazität

Die Sperrschichtkapazität leitet sich aus dem Modell des Plattenkondensators ab:

$$C = \epsilon \cdot \frac{A}{w}$$

Der Abstand ist die Sperrschichtbreite w . Für den abrupten pn-Übergang gilt nach Gl. 10:

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{q} \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$$

Das angelehnte Spice-Modell fasst die Parameter ϵ , A , q , N_A und N_D in der Kapazität C_{j0} für $U_S = 0$ zusammen:

$$C_S = C_{j0} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{U_S}{V_j}\right)^M} \tag{17}$$

Der Kapazitätskoeffizient M hängt vom Dotierverlauf ab. In Gl. 10 für den abrupten Übergang Quadratwurzel ($M=0,5$).

Bei zur Sperrschicht abnehmender Dotierung und instrischer Zwischenschicht ist $M < 0,5$. Gl. 17 gilt auch im schwach durchlässigen Bereich bis $U_S > -FC \cdot V_j$. Für größere Durchlassspannungen $U_S = -U_S > -FC \cdot V_j$ lineare Annäherung:

$$C_S = C_{j0} \cdot \begin{cases} \frac{1}{\left(1 + \frac{U_S}{V_j}\right)^M} & \text{für } U_S > -FC \cdot V_j \\ \frac{1 - FC \cdot (1 - M) - \frac{M \cdot U_S}{V_j}}{(1 - FC)^{(1 + M)}} & \text{für } U_S \leq -FC \cdot V_j \end{cases} \tag{18}$$

Param.	Spice	Bezeichnung	1N4148	1N4001
C_{S0}	C_{j0}	Kapazität für $U_D = 0$	4 pF	25,9 pF
U_{Diff}	V_j	Diffusionsspannung	0,5 V	0,325 V
	M	Kapazitätskoeffizient	0,333	0,44
	FC	Koeff. Bereichswechsel C_S	0,5	0,5

1N4148 – Kleinsignaldiode; 1N4001 – Gleichrichterdiode aus [1].

Diffusionskapazität

Im Durchlassbereich befindet sich in der Verarmungszone eine vom Strom abhängige Diffusionsladung:

$$Q_D = \tau_t \cdot I_{DD} \text{ mit } I_{DD} \approx I_S \cdot \left(e^{\frac{U_D}{N \cdot U_T}} \right)$$

(I_{DD} – Diffusionsstrom nach Gl. 13; τ_t – Transitzeit). Die Diffusionskapazität beschreibt die Änderung der Diffusionsladung mit der Diodenspannung U_D :

$$C_D = \frac{dQ_D}{dU_D} \approx \frac{\tau_t \cdot I_D}{N \cdot U_T}$$

Parameter	Bezeichnung	1N4148	1N4001	
τ_t	Transitzeit	11,5	5700	ns
N	Emissionskoeffizient	1,84	1,99	

Formen Sie selbst um:

- Wie groß ist die Diffusionskapazität in Abhängigkeit vom Durchlassstrom $I_D \approx I_{DD}$ (I_{DR} sei vernachlässigbar)?

$$C_D = f(I_D) =$$

- Wie groß ist die Diffusionskapazität in Abhängigkeit vom Durchlassspannung U_D ?

$$C_D = f(U_D) =$$

Zur Kontrolle

$$Q_D = \tau_t \cdot I_{DD} \text{ mit } I_{DD} = I_S \cdot \left(e^{\frac{U_D}{N \cdot U_T}} \right)$$

1. Diffusionskapazität in Abhängigkeit von der Durchlassspannung:

$$C_D = \frac{dQ_D}{dU_D} = \frac{\tau_t}{N \cdot U_T} \cdot I_S \cdot \left(e^{\frac{U_D}{N \cdot U_T}} \right)$$

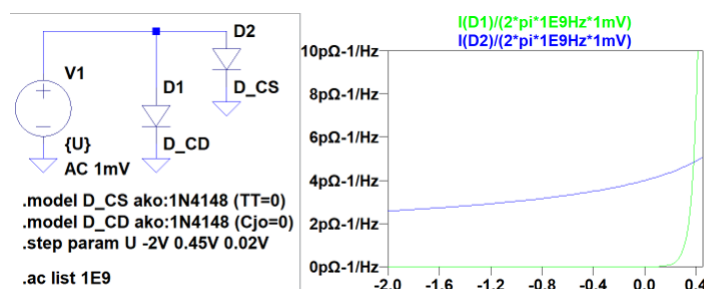
2. Durchlassspannung in Abhängigkeit vom Durchlassstrom I_{DD} :

$$U_D = N \cdot U_T \cdot \ln \left(\frac{I_{DD}}{I_S} \right)$$

3. Diffusionskapazität in Abhängigkeit vom Durchlassstrom:

$$C_D = \frac{\tau_t}{N \cdot U_T} \cdot I_{DD}$$

Simulierte Kapazität der Diode 1N4148



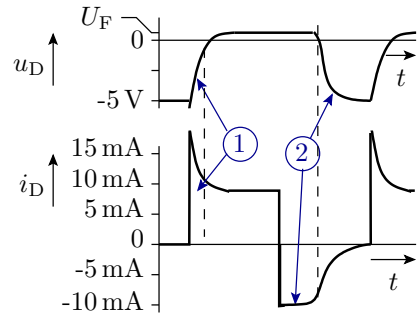
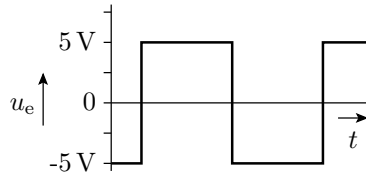
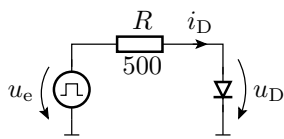
- Kapazität: $AC\text{-Strom}/(2\pi \cdot AC\text{-Spannung})$
- Nur Sperrschichtkapazität: Simulation mit Transitzeit $TT=0$
- Nur Diffusionskapazität: Simulation mit $C_{j0}=0$.

In späteren Überschlügen:

$$C = \begin{cases} C_{j0} & C_{j0} > \frac{\tau_t}{N \cdot U_T} \cdot I_{DD} \\ \frac{\tau_t}{N \cdot U_T} \cdot I_{DD} & \text{sonst} \end{cases}$$

Schaltverhalten mit Diffusionskapazität

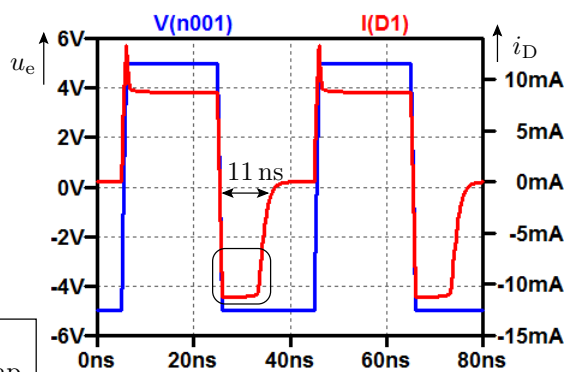
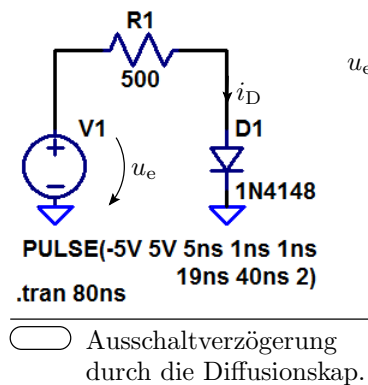
Messschaltung:



- ② Entladung der Diffusionskapazität ① Entladen der Sperrschichtkapazität

Die proportionale Zunahme der Diffusionskapazität mit dem Strom verursacht den im Bild dargestellten nahezu konstanten Strom während der Entladung der Diffusionskapazität.

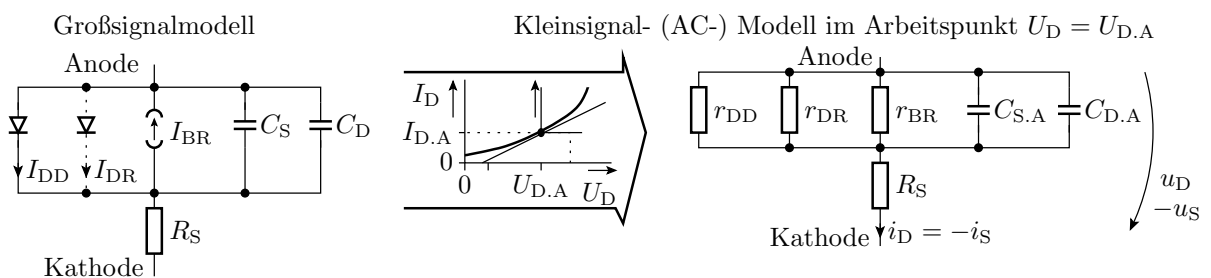
Kontrolle mittels Simulation



- Beim Einschalten Signalverlauf ähnlich wie geschaltetes RC-Glied.
- Beim Ausschalten benötigt die Diode zusätzlich $TT=11\text{ ns}$ zum entladen der Diffusionskapazität (Stromschleife).

2.5 Kleinsignalmodell

Kleinsignalmodell, AC-Ersatzwiderstände



D	$I_{DD} \approx I_S \cdot e^{\frac{U_D}{(2 \cdot)^* N \cdot U_T}} - 1$	$\frac{1}{r_{DD}} = \left. \frac{dI_{DD}}{dU_D} \right _{U_{D,A}}$	$r_{DD} = \frac{(2 \cdot)^* N \cdot U_T}{I_{DD,A}}$
BR	$I_{BR} = I_{bv} \cdot e^{\frac{U_S - BV}{U_T}}$ BR	$\frac{1}{r_{BR}} = \left. \frac{dI_{D,BR}}{dU_S} \right _{U_{S,A}}$	$r_{BR} = \frac{U_T}{I_{D,BR,A}}$

D – Durchlassbereich; $(2 \cdot)^*$ – Widerstandserhöhung im Hochstrombereich; BR – Durchbruchbereich; I_{DR} , r_{DR} – Rekombinationsstrom und zugehöriger Kleinsignalwiderstand (Berechnung analog zu r_{DD}); $C_{S,A}$, $C_{D,A}$ – Sperrschicht und Diffusionskapazität im Arbeitspunkt.

Formen Sie selbst um

Rekombinationsstrom in der Sperrschicht:

$$I_{DR} = I_{sr} \cdot \left(e^{\frac{U_D}{N \cdot U_T}} - 1 \right)$$

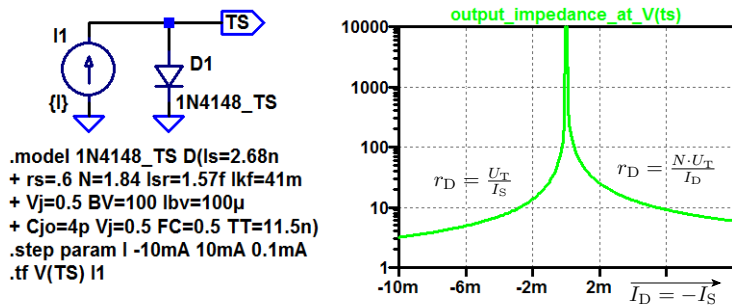
Kleinsignal- (AC-) Leitwertanteil:

$$\frac{1}{r_{DR}} = \left. \frac{dI_{DR}}{dU_D} \right|_{U_{D,A}} = \dots\dots\dots$$

Kleinsignal- (AC-) Ersatzwiderstand:

$$r_{DR} = \dots\dots\dots$$

Ersatzwiderstand der Diode 1N4148



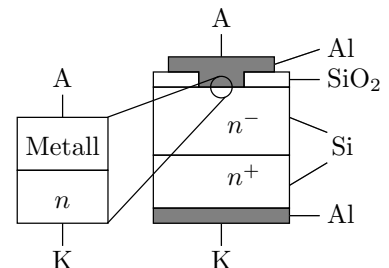
- Im Sperrbereich bei $I_D \approx 0$ ist der Ersatzwiderstand $\approx 17 \text{ M}\Omega$.
- Die Kapazität in Abhängigkeit von der Spannung über der Diode zeigt Seite ??.

3 Spezielle Dioden

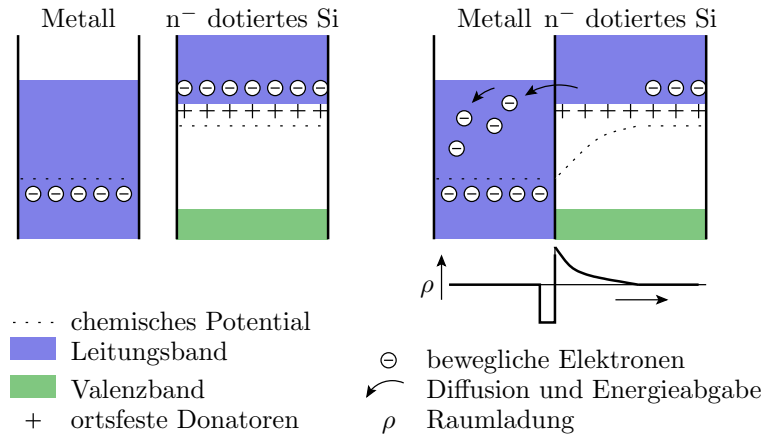
3.1 Schottky-Diode

Schottky-Diode

- Eine Schottky-Diode ist ein Metall-Halbleiterübergang, z.B. Aluminium zu einem niedrig dotierten n-Gebiet.
- Kleinere Einschaltspannungen.
- Kürzere Verzögerungszeiten.



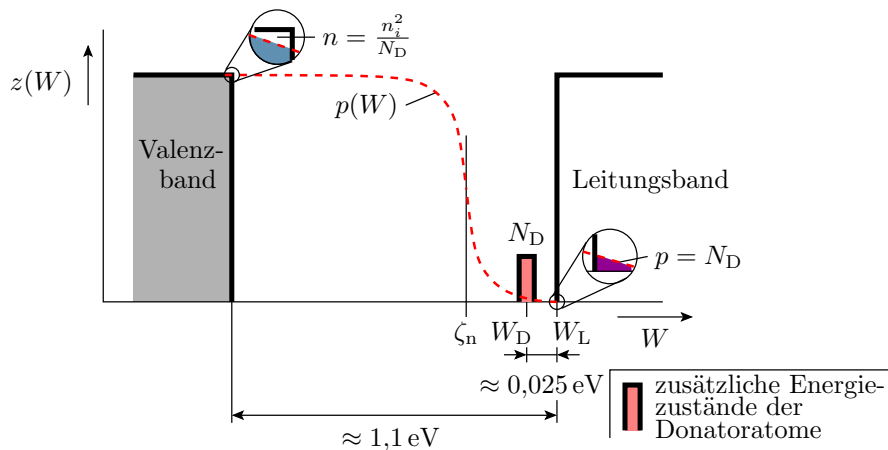
Physik an Metall-Halbleiter-Kontakten



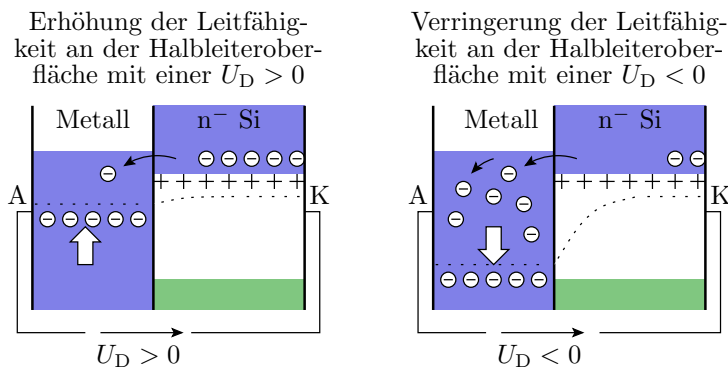
Der n-dotierte Halbleiter hat ein höheres chemisches Potential. Bei Kontakt verbiegt sich das chemische Potential nach unten.

Die Besetzungswahrscheinlichkeit im Valenzband und damit auch die Leitfähigkeit nimmt in Richtung Metall exponentiell mit dem Abstand zur Bandkante ab.

Zur Wiederholung: ζ_n im n-dotierten Halbleiter



Die Verbiegung des chemischen Potentials zur Mitte der Bandlücke verringert die Dichte der beweglichen Elektronen exponentiell.



- $U_D > 0$ verringert Verbiegung des chemischen Potentials. Exponentielle Zunahme der Leitfähigkeit und des Stroms.

- $U_D < 0$ erhöht Verbiegung des chemischen Potentials. Zunahme der Sperrschichtbreite und damit des Generationsstroms.
- Bei zu hoher Sperrspannung, zu hohe Feldstärke über der Sperrschicht. Durchbruch.

Verhaltensmodell

Gleiches Spice-Grundmodell wie pn-Übergang:

Spice	Bezeichnung	1N4148	BAS40	BAT43
Is	Sättigungsstrom	2,68 nA	0*	481 μ A
Rs	Bahnwiderstand	0,6 Ω	0,1 Ω	40 m Ω
N	Emissionskoeffizient	1,84	1	5
Tt	Transitzeit	11,5 ns	0,025 ns	0
Cjo	Kapazität für $U_D = 0$	4	4	14 pF
M	Kapazitätskoeffizient	0,333	0,333	0,5

(1N4148 – Kleinsignaldiode; BAS40, BAT43 – Schottky-Dioden). Schottky-Dioden haben nur

- etwa die halbe Flussspannung, simuliert durch kleinere Sättigungsströme und
- keine Diffusionskapazitäten, modelliert durch kleine Transitzeiten.

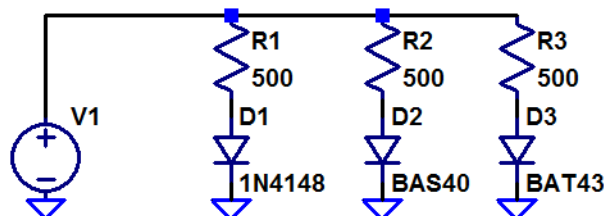
(* Modellierung durch die Rekombinationsstromparameter I_{SR} und N_r .)

Spice	Bezeichnung	1N4148	BAS40	BAT43
Vj	Diffusionsspannung	0,5 V	0,5 V	0,385 V
FC	Koeff. Bereichswechsel C_S	0,5	0,5	0,5
BV	Durchbruchspannung	100 V	40 V	∞
Ibv	Strom bei U_{BR}	100 μ A	10 μ A	10^{-10} A
Isr	Rekomb.-Stromparam.	1,57 fA	254 fA	10^{-21} A
Nr	I_{SR} -Emmissionskoeff.	2	2	5
Ikf	Wechsel Hochstr.	41 mA	10 mA	∞

Für die Dioden 1N4148 und BAS40 sind die Parameter aus [1] übernommen. Für die Dioden BAT43 wurde folgendes Modell aus dem Internet verwendet [[http://www.ee.siue.edu/...](http://www.ee.siue.edu/)]:

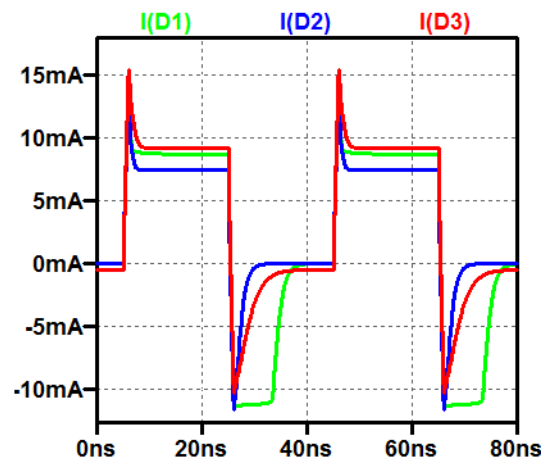
```
.MODEL BAT43 D( IS=480.77E-6 N=4.9950 RS=40.150E-3
+ IKF=20.507 EG=.69 XTI=2 CJO=13.698E-12 M=.50005
+ VJ=.38464 ISR=10.010E-21 FC=0.5 NR=4.9950 TT=0)
```

Simulation des Schaltverhaltens

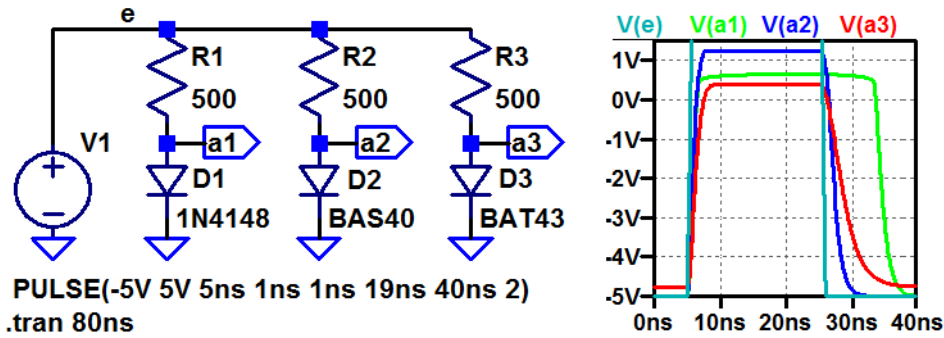


```
PULSE(-5V 5V 5ns 1ns 1ns 19ns 40ns 2)
```

```
.model BAT43 D(IS=480.77E-6 N=4.9950 RS=40.150E-3
+ IKF=20.507 EG=.69 XTI=2 CJO=13.698E-12 M=.5
+ VJ=.38464 ISR=10.010E-21 FC=0.5 NR=4.9950 TT=0)
.model BAS40 D(IS=0 N=1 RS=0.1 TT=25p Cjo=4p
+ VJ=.5 M=.333 FC=0.5 Bv=40 Ibv=10u Isr=254f Nr=2
+ IKF=10m)
.tran 80ns
```

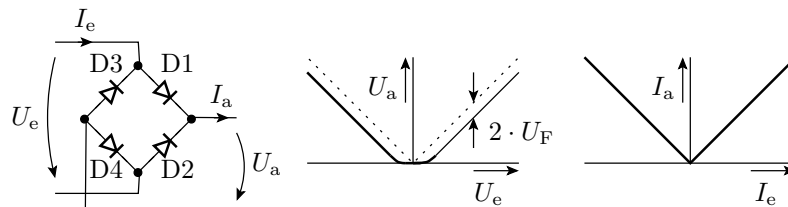


Schottky-Dioden haben nicht die charakteristische lange Ausschaltverzögerung von pn-Übergängen.



Die Simulationsergebnisse sind nicht vollständig plausibel. Die BAS40 hat eine Flussspannung größer 1 V (sollte nicht mehr als 0,5 V sein) und bei der BAT43 fließt laut Simulation ein Sperrstrom von 0,5 mA (sollte null sein). Nicht jedes Bauteilmodell, das man irgendwo findet, liefert glaubhafte Werte. Nachmessen!

Brückengleichrichter mit Schottky-Dioden



Mit dem vereinfachten Verhaltensmodell für Dioden aus Elektronik 1 und der Spannung als Ein- und Ausgabegröße:

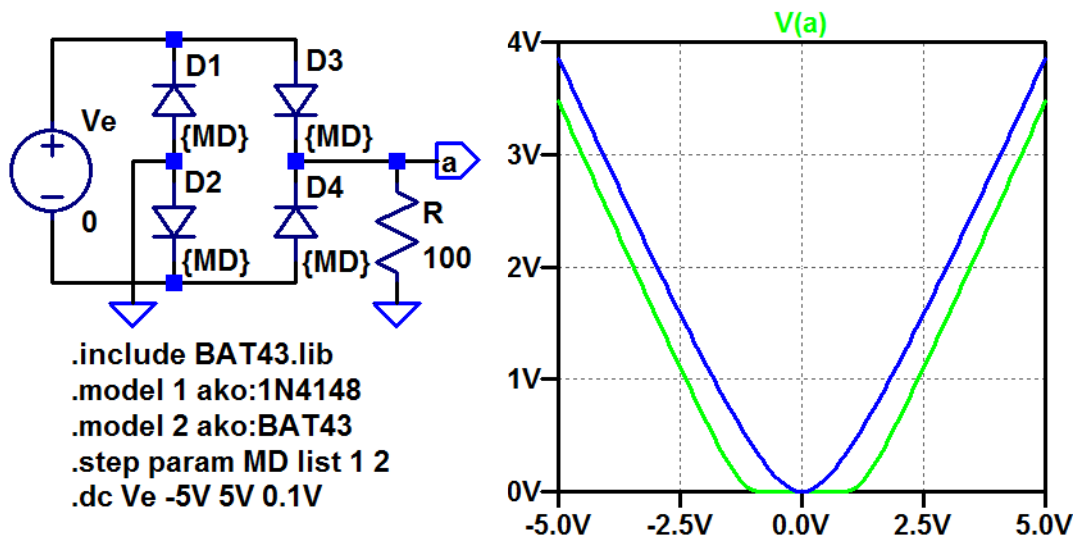
$$U_a \approx \begin{cases} 0 & \text{sonst} \\ |U_e| - 2 \cdot U_F & |U_e| > 2 \cdot U_F \end{cases}$$

(U_F – Flussspannung). Mit Strom als Ein- und Ausgabe:

$$I_a = |I_e|$$

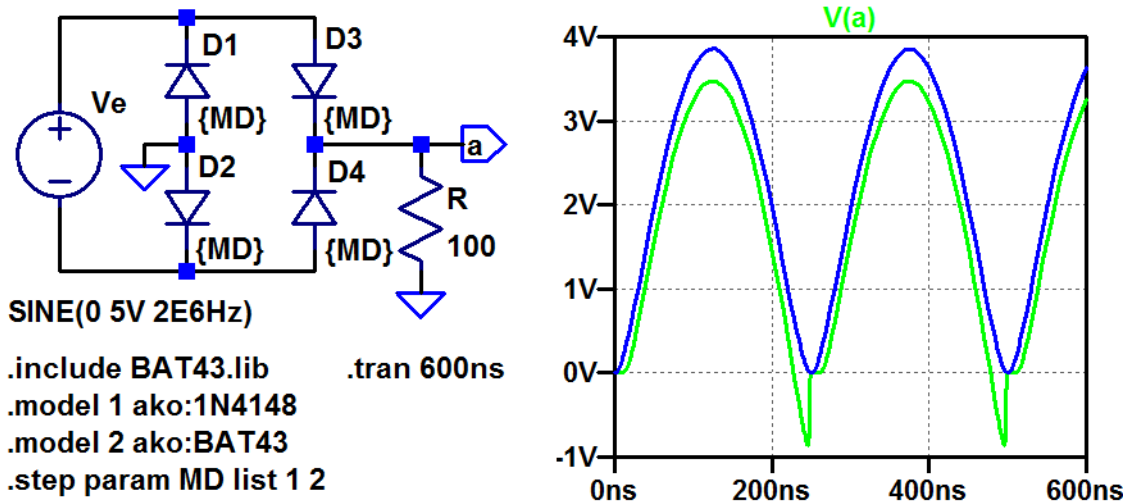
Exakte Betragsbildung, Einsatz als Messgleichrichter.

Übertragungsfunktion mit Schottky- und pn-Dioden



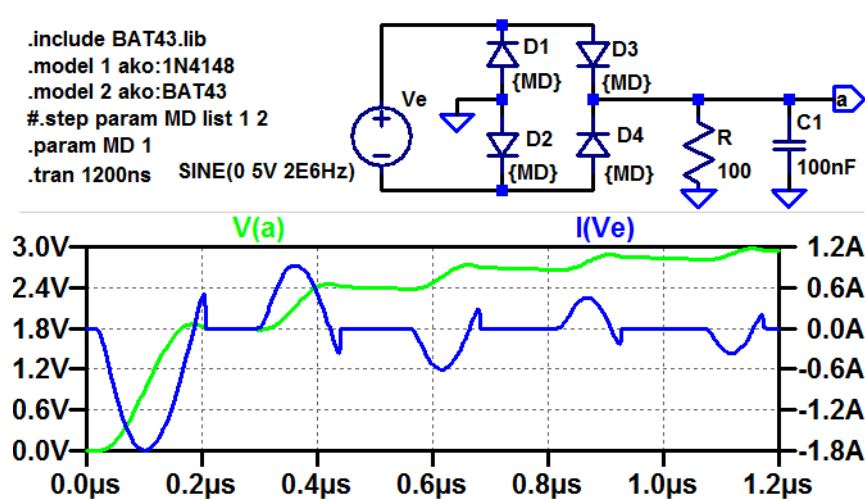
Über den Schottky-Dioden (BAT43) fällt weniger Spannung ab.

Zeitverhalten mit Schottky- und pn-Dioden



Bei hohen Frequenzen (hier 2 MHz) fließt durch die pn-Dioden nach jedem Polaritätswechsel aufgrund der Diffusionskapazität ein Strom in Sperrrichtung, bei Schottky-Dioden nicht.

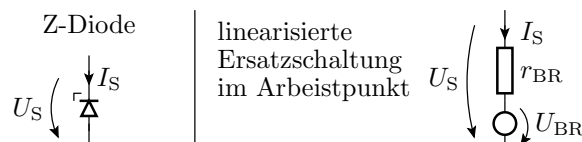
Brückengeichrichter mit Glättungskondensator



3.2 Z-Diode

Z-Dioden

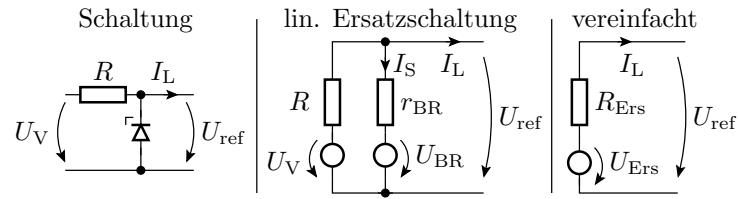
Dioden mit niedrigen Durchbruchspannungen zum Betrieb im Durchbruchbereich.



$$U_S = U_{BR} + U_T \cdot \ln\left(\frac{I_S}{I_{bv}}\right) + R_s \cdot I_S$$

$$r_{BR} = \frac{U_T}{I_S} + R_s$$

Spannungsstabilisierung mit einer Z-Diode

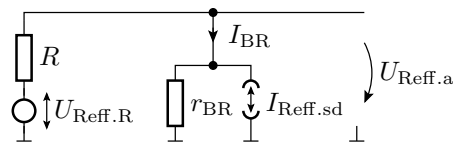


$$U_{Ers} = U_{BR} + \frac{r_{BR}}{R + r_{BR}} \cdot (U_V - U_{BR})$$

$$r_{Ers} = R \parallel r_{BR} = R \parallel \left(\frac{U_T}{I_S} + R_S \right)$$

- Hohe Konstanz der Ausgangsspannung verlangt kleinen r_{BR} .
- Kleiner r_{BR} verlangt einen großen Sperrstrom I_S .

Rauschen der stabilisierten Spannung



Effektivwerte der Rauschquellen:

- Wärmerauschen von R : $U_{Reff.R} = \sqrt{2 \cdot k_B \cdot T \cdot R}$
- Stromrauschen der Z-Diode: $I_{Reff.sd} = \sqrt{2 \cdot q \cdot I_{BR} \cdot \Delta f}$

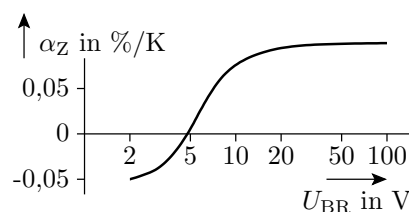
Effetive Rauschspannung am Ausgang:

$$U_{Reff.a} = \frac{r_{BR}}{r_{BR} + R} \cdot U_{Reff.R} + I_{Reff.sd} \cdot (r_{BR} \parallel R)$$

Mit $r_{BR} \approx \frac{U_T}{I_{BR}} \ll R$

$$U_{Reff.a} \approx \sqrt{2 \cdot q \cdot I_{BR} \cdot \Delta f} \cdot \frac{U_T}{I_{BR}} = U_T \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot \Delta f}{I_{BR}}}$$

Temperaturabhängigkeit der Durchbruchspannung

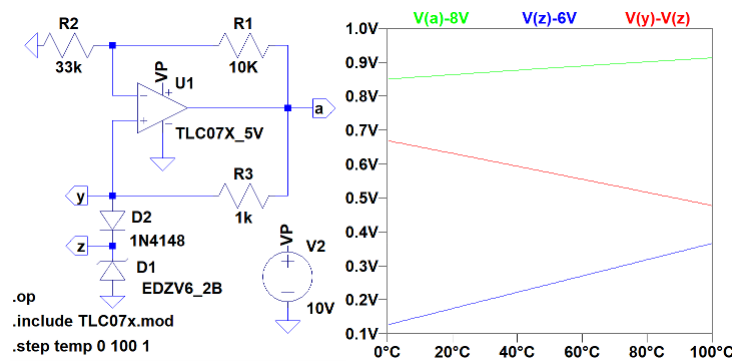


$$U_{BR} = U_{BR}(T_0) \cdot (1 + \alpha_Z \cdot (T - T_0))$$

U_{BR} – Durchbruchspannung; T_0 – Bezugstemperatur; α_Z – Temperaturkoeffizient, für $U_{BR} < 5$ V negativ, sonst positiv³. Verringerung der Temperaturabhängigkeit durch Reihenschaltung von Dioden mit sich aufhebendem Temperaturkoeffizienten.

³Die Flussspannung von pn-Übergängen nimmt bei konstantem Strom mit ca. $\left. \frac{dU_D}{dT} \right|_{I_D=\text{const.}} \approx -1,7 \text{ mV/K}$ ab.

Erzeugung einer konstanten Spannung mit OV:



- Der OV hält den Strom durch D1 und D2 konstant und bildet

$$U_a = (U_{BR,D1} + U_{F,D2}) \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

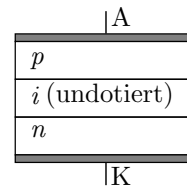
- $U_{BR,D1}$ nimmt T (Temperatur) zu und $U_{F,D2}$ mit T ab.

3.3 PIN-Diode

PIN-Diode (Schichtfolge: p – intrinsisch – n)

Eine PIN-Diode hat eine undotierte Schicht zwischen dem p- und dem n-Gebiet. Diese erhöht die Transitzeit. Für Frequenzen $f \gg \tau_t^{-1}$ verhält sich ein PIN-Diode wie ein gesteuerter Widerstand mit:

$$r_{D,Pin} \approx \frac{N \cdot U_T}{I_D}$$

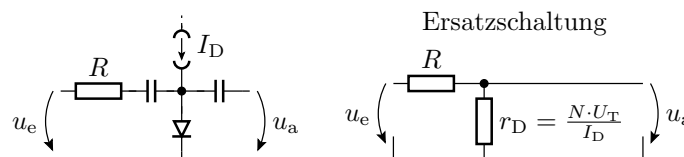


(\bar{I}_D – Gleichstrom durch die Diode). Große Sperrschichtbreite bedeutet, geringe Sperrschichtkapazität.

Beispielmodell:

```
.MODEL DRN142S4 D(IS=127pA N=1.7 RS=.160hm IKF=.14A
+ CJO=386fF M=.12 VJ=.79 ISR=139pA NR=3 BV=60 TT=275ns)
```

Spannungsteiler für Wechselspannungen



- Für hohe Frequenzen hat die PIN-Diode einen einstellbaren Widerstand statt der nichtlinearen Kennlinie.

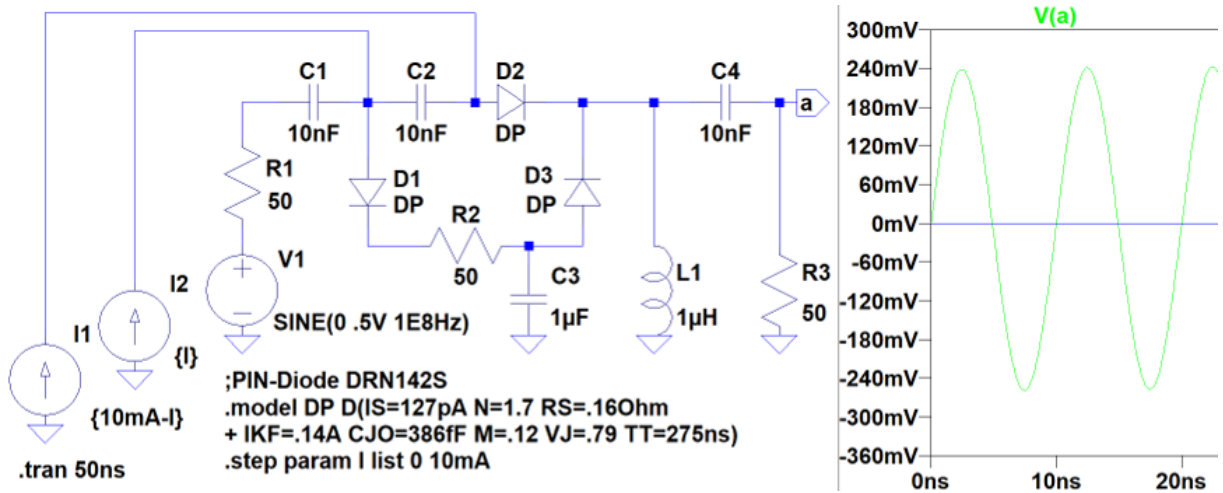
- Ausgangswechselspannung:

$$u_a = \frac{N \cdot U_T}{N \cdot U_T + I_D \cdot R} \cdot u_e$$

- Geringere diodentypische Verzerrung für größere u_e .

⁴ [http://w.rohem.vom/...](http://w.rohem.vom/)

π -Dämpfungslieds mit 3 PIN-Dioden



- Bei $I_1 = 10\text{mA}$ und $I_2 = 0$ haben D1 und D3 $r_D \approx \frac{1,7 \cdot 26\text{mV}}{10\text{mA}} = 4,4\Omega$ und D2 sperrt. Keine Signalweiterleitung.
- Bei $I_1 = 0$ und $I_2 = 10\text{mA}$ umgekehrt. Signal wird weitergeleitet.

3.4 Kapazitätsdiode

Kapazitätsdiode

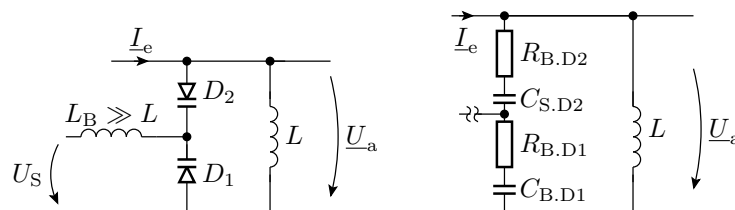
Ausnutzung der Sperrschichtkapazität:

$$C_S = C_{S0} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{U_S}{U_{\text{Diff}}}\right)^{m_S}} \quad \text{für } U_S \geq 0$$

Kapazitätsdioden haben

- hyperabrupte Dotierung ($m_S \approx 0,5 \dots 1$)
- geringe Bahnwiderstände

Anwendung: Frequenzabstimmung von LC-Bandpässen und -Oszillatoren.



$$\begin{aligned} \frac{U_a}{I_e} = \underline{X} &= 2 \cdot \left(R_B + \frac{1}{j\omega C_s} \right) \parallel j\omega L \\ &= \frac{j\omega L - \omega^2 R_B L C_s}{1 + j\omega R_B C_s - \omega^2 \frac{L C_s}{2}} \end{aligned}$$

mit $\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{L C_s}}$ und $Q = \frac{1}{R_B} \cdot \sqrt{\frac{L}{2 \cdot C_s}}$:

$$\underline{X} = \frac{j\omega L \cdot \left(1 + j \cdot \frac{\omega}{Q \cdot \omega_0}\right)}{1 + j \cdot \frac{\omega}{Q \cdot \omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

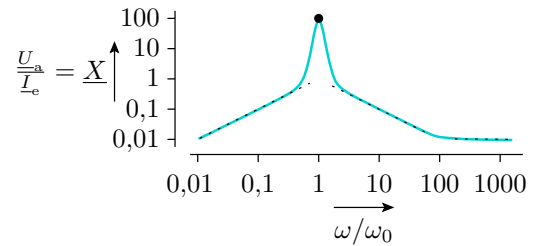
Abschätzung des Frequenzgangs für $Q \gg 1$ d.h. $R_B \ll \sqrt{\frac{L}{2 \cdot C_s}}$:

$\frac{\omega}{\omega_0}$	$\ll 1$	1 und $Q \cdot \omega_0 \cdot L \gg 1$	$\gg 1$ und $\ll Q$	$\gg \frac{1}{\alpha}$
$\frac{U_a}{I_e} = X$	$j\omega L$	$Q \cdot \omega_0 \cdot L$	$-\frac{j\omega_0^2 L}{\omega}$	$\frac{\omega_0 \cdot L}{Q}$

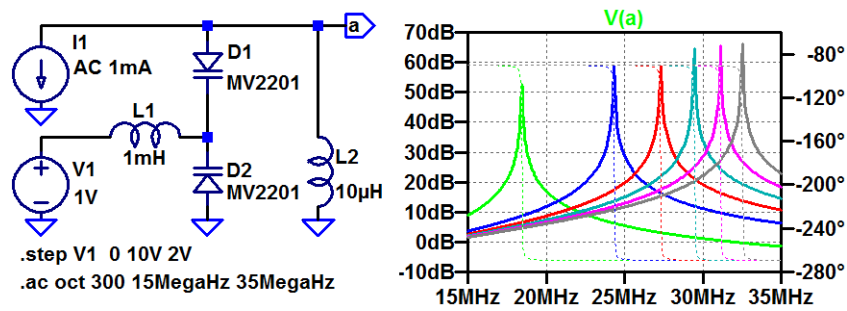
Resonanzfrequenz $\omega_0 = f(U_S)$:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC_s}} \text{ mit } C_s = C_{S0} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{U_s}{U_{Diff}}\right)^{m_S}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{L \cdot C_{S0}}} \cdot \left(1 + \frac{U_s}{U_{Diff}}\right)^{\frac{m_S}{2}}$$



Beispielsimulation



Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von der Steuerspannung:

V1 in V	0	2	4	6	8	10
f_0 in MHz	18,43	24,31	27,35	29,46	31,14	32,53

Literatur

References

[1] U. Tietze, Ch. Schenk, and L. Dübngn. *Halbleiterschaltungstechnik*. Springer, 2002.