



Elektronik II, Foliensatz 3

Wiederholung Halbleiter, Dioden

G. Kemnitz

Institut für Informatik, Technische Universität Clausthal
15. Juni 2014



Inhalt des Foliensatzes

Halbleiter

- 1.1 Stromfluss in Halbleitern
- 1.2 Undotiert (instrinsisch)
- 1.3 dotiert (extrinsisch)
- 1.4 Stromloser pn-Übergang
- 1.5 pn-Übergang, Sperrbereich
- 1.6 pn-Übergang Durchlassbereich
- 1.7 Aufgaben und Kontrollfragen

Dioden

- 2.1 Spice-Modell
- 2.2 Durchlassbereich
- 2.3 Sperr- und Durchbruchbereich
- 2.4 Sperrschicht- und Diffusionskapazität
- 2.5 Kleinsignalmodell
- 2.6 Aufgaben

Spezielle Dioden

- 3.1 Schottky-Diode
- 3.2 Z-Diode
- 3.3 PIN-Diode
- 3.4 Kapazitätsdiode
- 3.5 Aufgaben



Halbleiter



Stromfluss in Halbleitern



Lernziel

Entwicklung eines quantitativen Verständnisses für

- die Leitungsvorgänge in undotierten und dotierten Halbleitern und
- die Strom-Spannungs-Beziehung an pn-Übergängen.

Die Leitungsvorgänge in Halbleitern und an pn-Übergängen bilden die Grundlage für das Verständnis der nachfolgenden Verhaltens- und Simulationsmodelle für

- Dioden
- Bipolartransistoren,
- MOS-Transistoren und
- verwandter Spezialbauteile.



Die betrachteten physikalischen Größen

	Symbol	Maßeinheit
Energie ⁽¹⁾ , Fermienergie ⁽²⁾ , chemisches Potential	W, W_F, ζ	J (Joule) eV = $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
mittlere thermische Energie	$k_B \cdot T$	(Elektronenvolt)
Temperatur	K	K (Kelvin)
Boltzmannkonstante	k_B	$1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} =$ $8,62 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}}$
Potential ⁽³⁾ , Spannung ⁽⁴⁾	$\varphi = \frac{W}{q}, U$	V (Volt)
Elementarladung	q	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Temperaturspannung	$U_T = \frac{k_B \cdot T}{q}$	bei 300 K $\approx 26 \text{ mV}$

- (1) Energiedifferenz der Ladungsträger zu einem Bezugspotential; (2) Energie, bis zu der die Elektronenzustände bei $T = 0$ besetzt sind;
 (3) Energie der Ladungsträger pro Ladung; (4) Potentialdifferenz.

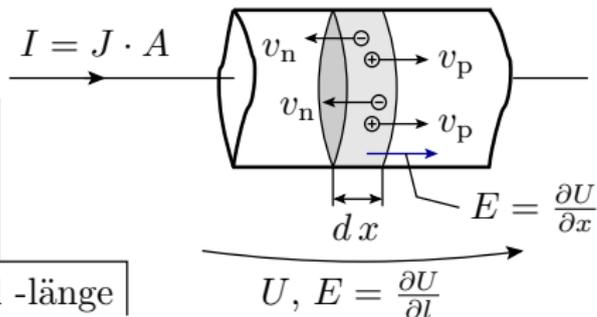


Dichte der beweglichen Ladungsträger	p (der Löcher ⁽¹⁾), n (der bew. Elektr. ⁽²⁾)	m^{-3}
Driftgeschwindigkeit	$v_{p/n.\text{drift}} = (-)\mu_{p/n} \cdot E$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
Beweglichkeit	μ_n, μ_p	$\frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}$
Diffusionsgeschwindigkeit	$v_{p/n.\text{diff}} = D_{p/n} \cdot \frac{\partial p/n}{p/n \cdot \partial x}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
Diffusionskoeffizient ⁽³⁾	$D_{n/p} = U_T \cdot \mu_{p/n}$	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
Strom ⁽⁴⁾	$I = \frac{dQ}{dt} = \rho \cdot A \cdot v$	A
Leitungsquerschnitt	A	m^2
Stromdichte	$J = \frac{I}{A} = \rho \cdot v$	A/m^2
Raumladung	ρ	$\frac{\text{As}}{\text{m}^3}$
Dielektrizitätskonstante (für Silizium)	$\epsilon, \epsilon_{\text{Si}} \approx 100 \frac{\text{pF}}{\text{m}}$	$\frac{\text{F}}{\text{m}}$

⁽¹⁾freie Zustände im Valenzband; ⁽²⁾besetzte Zust. im Leitungsband; ⁽³⁾Einsteingleichung; ⁽⁴⁾Ladungsänderung pro Zeit, bewegte Ladungsdichte mal Fläche mal Geschwindigkeit.

Ströme in Halbleitern

- ⊖ bewegliche Elektronen
- ⊕ bewegliche Löcher
- I, J Strom, Stromdichte
- U, E Spannung, Feldstärke
- A, x Leitungsquerschnitt und -länge



$$J = \frac{I}{A} = q \cdot p \cdot v_p - q \cdot n \cdot v_n$$

Die Stromdichte ist das Produkt aus der Elementarladung, den Dichten der beweglichen Ladungsträger n und p sowie deren Geschwindigkeiten. Die Geschwindigkeiten setzen sich zusammen aus den Driftgeschwindigkeiten

$$v_{p,\text{drift}} = \mu_p \cdot E, \quad v_{n,\text{drift}} = -\mu_n \cdot E$$

und den Diffusionsgeschwindigkeiten

$$v_{p,\text{diff}} = D_p \cdot \frac{\partial p}{p \cdot \partial x}, \quad v_{n,\text{diff}} = D_n \cdot \frac{\partial n}{n \cdot \partial x}$$



Die Diffusionskoeffizienten $D_{p/n}$ sind nach Einsteingleichung das Produkt aus Temperaturspannung U_T und Beweglichkeit $\mu_{p/n}$:

$$J = q \cdot \left(\mu_p \cdot \left(p \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) - q \cdot \mu_n \cdot \left(n \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right) \quad (1)$$

Die Feldstärkeänderung in Stromflussrichtung ist nach der Poissongleichung proportional zur Raumladungsdichte aus beweglichen und ortsfesten Ladungen:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (2)$$

(ρ – Raumladung; ε – Dielektrizitätskonstante).

Fakt 1

Die Strom-Spannungs-Beziehungen in Halbleitern ergeben sich aus den Gleichungen 1 und 2, den über Dotierung eingestellten Dichten und Gradienten der beweglichen und ortsfesten Ladungsträger.

Empfohlene Literatur zu Halbleitern: [1].

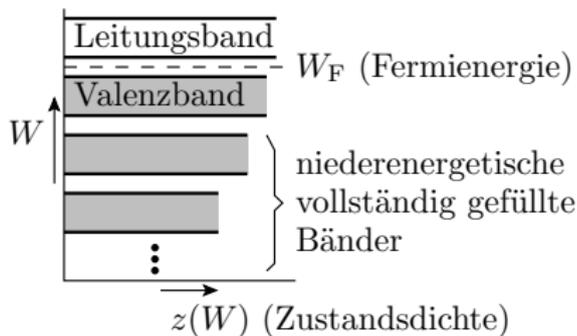


Undotiert (instrinsisch)



Bewegliche Ladungsträger

- Elektronen besitzen im Quantenmodell einen Zustand, dem eine Energie zugeordnet ist.
- Teilen sich Elektronen wie in einem Festkörper einen Raum, kann jeder Zustand nur mit einem Elektron besetzt sein.
- Der Zustandsraum ist in Bänder unterteilt und füllt sich bei $T = 0$ von der niedrigsten Energie bis zur Fermienergie W_F .
- Das äußerste voll besetzte Band heißt Valenzband und das darauf folgende Leitungsband.
- Beweglichkeit von Ladungsträgern verlangt freie Energiezustände in der energetischen Nachbarschaft. Bei $T = 0$ nur für Elektronen im Leitungsband erfüllt.
- Halbleiter sind Materialien mit bei $T = 0$ vollem Valenz- und leerem Leitungsband. Bandlücke ca. $1 \dots 2 \text{ eV}$.

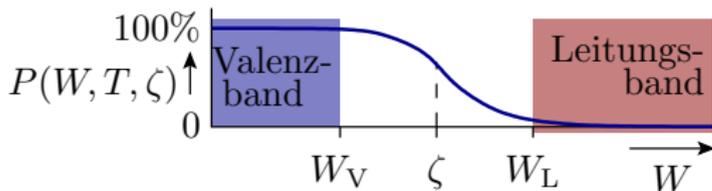


Undotierter Halbleiter bei Raumtemperatur

Bei $T > 0$ sind auch Zustände oberhalb der Fermienergie besetzt und Zustände unterhalb der Fermienergie frei. Die Besetzungswahrscheinlichkeit gehorcht der Fermi-Verteilung:

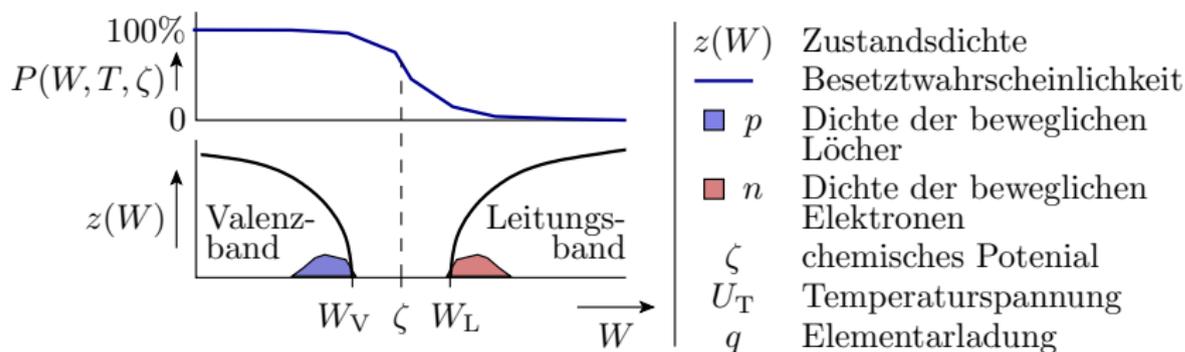
$$P(W, T, \zeta) = \left(e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} + 1 \right)^{-1}$$

(q – Elementarladung; $U_T = k_B \cdot T$ – Temperaturspannung; $q \cdot U_T$ – mittlere thermisch Energie der Elektronen. Für Si bei 300 K ca. 26 meV.



Das chemische Potential ζ stellt sich so ein, dass die Anzahl der freien Zustände im Valenzband gleich der Anzahl der besetzten Zustände im Leitungsband ist. (Elektronenanzahl bleibt gleich.)

Dichte der beweglichen Ladungsträger



Löcher: Zustandsdichte Valenzband mal $1 - P(\dots)$

$$p = \int_0^{W_V} (1 - P(W, T, \zeta)) \cdot z(W) \cdot dW$$

Bewegliche Elektronen: Zustandsdichte Leitungsband mal $P(\dots)$

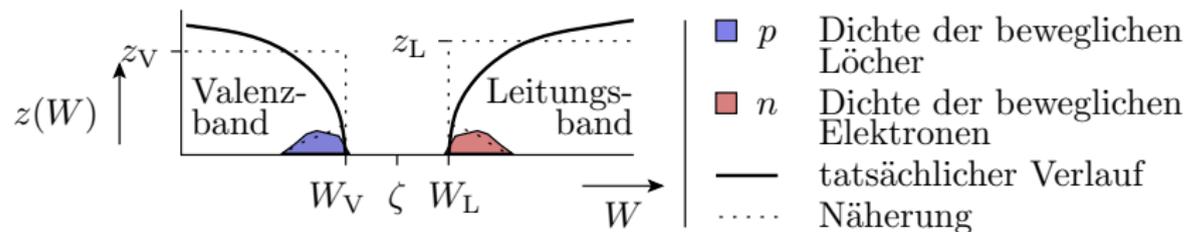
$$n = \int_{W_V}^{\infty} P(W, T, \zeta) \cdot z(W) \cdot dW$$

Boltzmannnäherung

Wenn das chemische Potential um mehr als die doppelte mittlere thermische Energie von den Bandkanten entfernt ist:

$$P(W, T, \zeta) = \left(e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} + 1 \right)^{-1} \approx \begin{cases} e^{-\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} & \text{für(L) } \frac{W-\zeta}{k_B \cdot T} > 2 \\ 1 - e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} & \text{für(V) } \frac{W-\zeta}{k_B \cdot T} < -2 \end{cases}$$

Überschlag für konstante Zustandsdichten in den Bändern:



$$p = z_V \cdot \int_0^{W_V} e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} \cdot dW$$

$$p = z_V \cdot q \cdot U_T \cdot e^{\frac{W_V-\zeta}{q \cdot U_T}}$$

$$p = N_V \cdot e^{\frac{W_V-\zeta}{q \cdot U_T}}$$

$$n = z_L \cdot \int_{W_L}^{\infty} e^{\frac{\zeta-W}{q \cdot U_T}} \cdot dW$$

$$n = z_L \cdot q \cdot U_T \cdot e^{\frac{\zeta-W_L}{q \cdot U_T}}$$

$$n = N_L \cdot e^{\frac{\zeta-W_L}{q \cdot U_T}}$$

Silizium bei Raumtemperatur

$$\begin{aligned}
 p &= N_V \cdot e^{\frac{W_V - \zeta}{q \cdot U_T}} \quad \text{für } e^{\frac{W_V - \zeta}{q \cdot U_T}} < e^{-2} \approx 0,1^{(1)} \\
 n &= N_L \cdot e^{\frac{\zeta - W_L}{q \cdot U_T}} \quad \text{für } e^{\frac{\zeta - W_L}{q \cdot U_T}} < e^{-2} \approx 0,1
 \end{aligned}$$

⁽¹⁾ Voraussetzung Boltzmannnäherung: Abstand chem. Potential ζ Bandkanten $\geq 2 \cdot q \cdot U_T$ ($q \cdot U_T$ – mittlere thermische Energie).

- Für Silizium bei 300 K betragen die Rechengrößen $N_V \approx 15 \cdot 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$ und $N_L \approx 24 \cdot 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$. Mit unserem Überschlag nehmen sie proportional mit der Temperatur zu, in Wirklichkeit eher mit Exponent 1,5.
- Nach den Voraussetzungen der Boltzmannnäherung gelten die Überschläge für $p \leq 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$ und $n \leq 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$.

Das Produkt $n \cdot p$ ist unabhängig vom chemischen Potential ζ

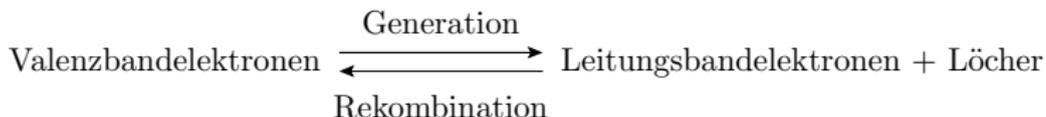
$$n \cdot p = n_i^2 = N_V \cdot N_L \cdot e^{\frac{W_V - W_L}{q \cdot U_T}} \quad (3)$$

konstant (n_i – instrinsische Ladungsträgerdichte).



Für Silizium beträgt die intrinsische Ladungsträgerdichte bei 300 K $n_i \approx 2 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$ und nimmt mit $\approx 7\%/K$ zu.

Die Bildung beweglicher Elektronen und Löcher gehorcht dem Massenwirkungsgesetz:



Ungleichgewichte, z.B. durch den Zu- oder Abfluss von bewegten Ladungen, bauen sich mit einer Relaxationszeit $\tau_{p/n}$ ab:

$$p(t) = p_0 - (p(t_0) - p_0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_p}}$$

Die Nettorekombinationsraten als Differenzen der Bruttorekombinations- und -generationsraten

$$r_n = \frac{dn}{dt} = \frac{n - n_0}{\tau_n}; \quad r_p = \frac{dp}{dt} = \frac{p - p_0}{\tau_p} \quad (4)$$

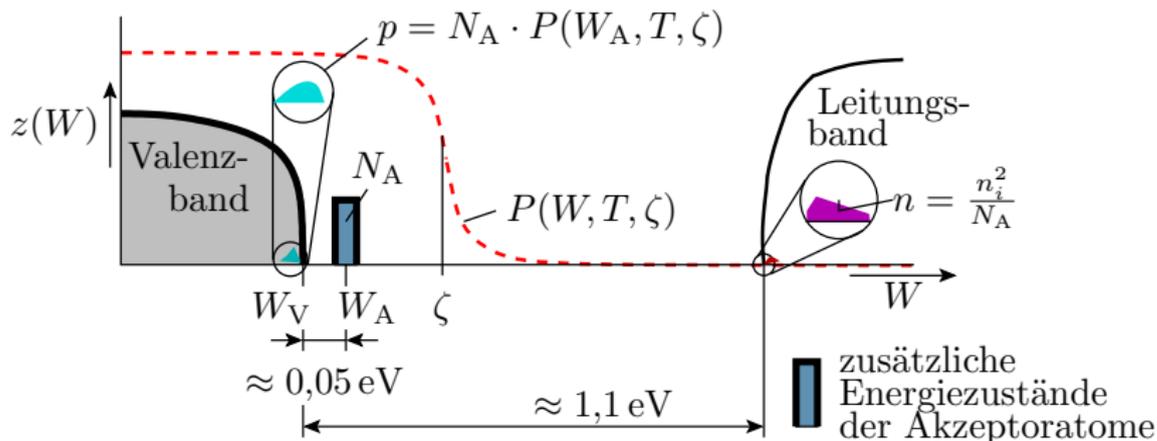
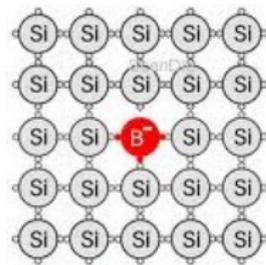
sind im Gleichgewichtszustand null und ansonsten proportional zur Größe der Gleichgewichtsstörung $n - n_0$ bzw. $p - p_0$.



dotiert (extrinsisch)

Dotierung mit Akzeptoren (p-Gebiete)

Einbau von Atomen mit drei Außenelektronen, z.B. Bor, in das Diamantgitter von Silizium. Die Energie, ein viertes Außenelektron aufzunehmen, ist $\approx 2 \cdot q \cdot U_T$ größer als die max. Energie im Valenzband W_V .





Das chemische Potential stellt sich so ein, dass die Löcheranzahl im Valenzband gleich der Anzahl der besetzten Akzeptor- und Leitungsbandzustände ist:

$$p = N_V \cdot e^{\frac{W_V - \zeta}{q \cdot U_T}} = N_A \cdot P(W_A, T, \zeta) + n \approx N_A \cdot \left(1 - e^{\frac{W_A - \zeta}{q \cdot U_T}}\right)^{(*)} \approx N_A^{(**)}$$

(*) – Boltzmannnäherung und $p \gg n$ (Löcher als Majoritätsladungsträger); (**) zusätzlich $P(W_A, T, \zeta) \approx 1$ bzw. $\frac{W_A - \zeta}{q \cdot U_T} < -2$.

Chemisches Potential für Näherung (**):

$$\zeta \approx W_V + q \cdot U_T \cdot \ln\left(\frac{N_V}{N_A}\right) \quad (5)$$

Die Dichte der Minoritätsladungsträger beträgt nach Gl. 3:

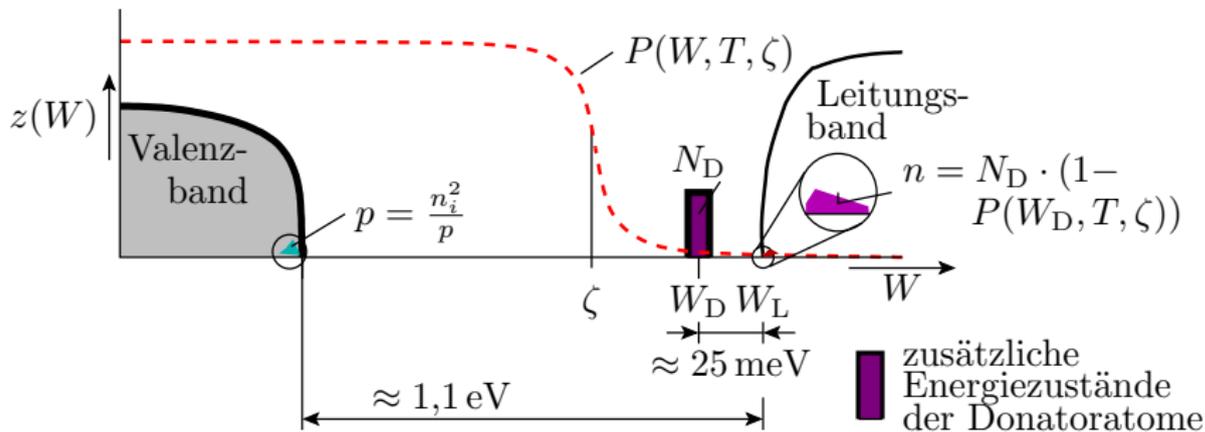
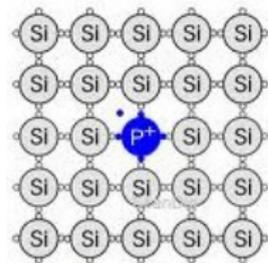
$$n = \frac{n_i^2}{p}$$

Richtwerte Si 300K:

Akzeptordichte in cm^{-3}	10^{14}	10^{16}	10^{18}
Majoritätsladungsträgerdichte (p) in cm^{-3}	10^{14}	10^{16}	$5 \cdot 10^{17}$
Minoritätsladungsträgerdichte (n) in cm^{-3}	$4 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^2$	8

Dotierung mit Donatoren (n-Gebiete)

Einbau von Atomen mit fünf Außenelektronen, z.B. Phosphor, in das Diamantgitter von Silizium. Die Energie, das fünfte Außenelektron abzugeben, ist $\approx q \cdot U_T$ kleiner als die min. Energie im Leitungsband W_L .





Das chemische Potential stellt sich so ein, dass die Elektronenzahl im Leitungsband gleich der Anzahl der freien Donator- und Valenzbandzustände ist:

$$n = N_L \cdot e^{\frac{\zeta - W_L}{q \cdot U_T}} = N_D \cdot (1 - P(W_D, T, \zeta)) + p \approx N_D \cdot \left(1 - e^{\frac{\zeta - W_L}{q \cdot U_T}}\right)^{(*)} \approx N_D^{(**)}$$

(*) – Boltzmannnäherung und $n \gg p$ (bew. Elektronen als Majoritätsladungsträger); (**) zusätzlich $P(W_D, T, \zeta) \approx 1$ bzw. $\frac{\zeta - W_D}{q \cdot U_T} < -2$). Chemisches Potential für Näherung (**):

$$\zeta \approx W_L - q \cdot U_T \cdot \ln\left(\frac{N_L}{N_D}\right) \quad (6)$$

Die Dichte der Minoritätsladungsträger beträgt nach Gl. 3:

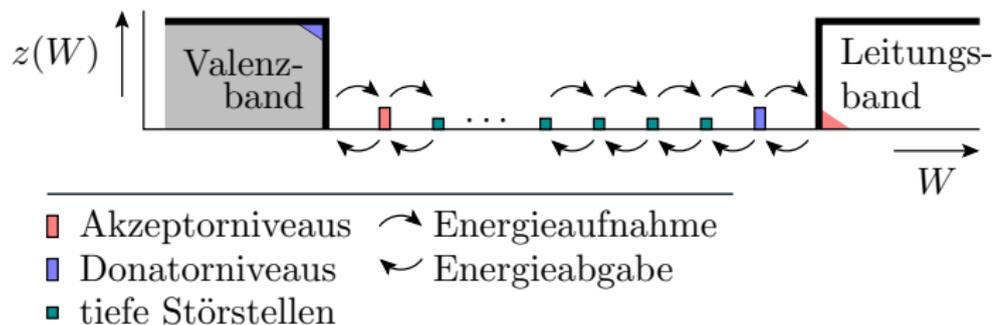
$$p = \frac{n_i^2}{n}$$

Richtwerte Si 300K:

Donatordichte in cm^{-3}	10^{14}	10^{16}	10^{18}
Majoritätsladungsträgerdichte (n) in cm^{-3}	10^{14}	10^{16}	10^{18}
Minoritätsladungsträgerdichte (p) in cm^{-3}	$4 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^2$	4

Tiefe Störstellen

Gleichmäßig in der Bandlücke verteilte zusätzliche Energiezustände durch Gitterfehler und Verunreinigungen.

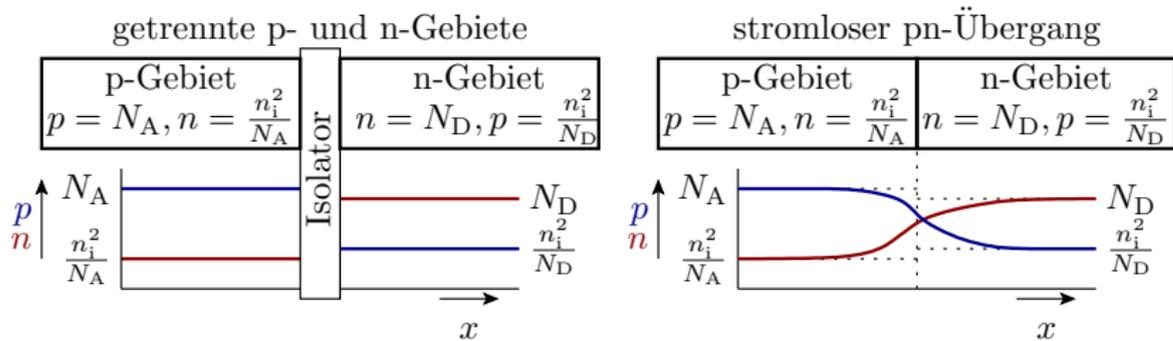


- In der Regel erfolgt die Energieaufnahme und -abgabe in kleinen Schritten über die tiefen Störstellen.
- Je reiner ein Halbleiter, desto größer sind die Relaxationszeit τ_p und τ_n , mit denen die Gleichgewichtsstörungen abgebaut werden.



Stromloser pn-Übergang

Verbindung eines p- und eines n-Gebiets



- Der Dichtegradient an der Übergangsstelle bewirkt, dass aus dem p-Gebiet Elektronen und aus dem n-Gebiet Löcher in das andere Gebiet diffundieren.
- Es entsteht ein elektrisches Feld, das einen Driftstrom verursacht, der den Diffusionsstrom kompensiert.
- Die im Verbindungsmoment durch Diffusion verursachte Erhöhung von $n \cdot p \gg n_i^2$ wird innerhalb der 3-5fachen Relaxationszeit durch Rekombination abgebaut.

Feldstärke und Ladungsdichte

Im stationären Gleichgewicht heben sich überall die Elektronen- und Löcherströme auf. Elektronenstromdichte nach Gl. 1:

$$J_n = 0 = q \cdot \mu_n \cdot \left(n \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \quad (7)$$

Die Änderung der Elektronendichte ergibt sich aus der Änderung des Abstands des chemischen Potentials zum Leitungsband:

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial \left(N_L \cdot e^{\frac{\zeta - W_L}{q \cdot U_T}} \right)}{\partial x} = \frac{n}{q \cdot U_T} \cdot \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial W_L}{\partial x} \right) = -\frac{n}{q \cdot U_T} \cdot \frac{\partial W_L}{\partial x}^*$$

(*mit Festlegung $\zeta = \text{konst.}$). Eingesetzt in Gl. 7 ergibt sich, dass die Feldstärke im stromlosen pn-Übergang proportional zur Änderung der Leitungsbandenergie abnimmt:

$$0 = n \cdot E - U_T \cdot \frac{n}{q \cdot U_T} \cdot \frac{\partial W_L}{\partial x}, \quad E = \frac{1}{q} \cdot \frac{\partial W_L}{\partial x}$$



Die Diffusionsspannung U_{Diff} ist die Differenz der Leitungsbandunterkanten von p- und n-Gebiet geteilt durch Elementarladung q .

In dem Bereich, in dem das chemische Potential von den Bandkanten weiter entfernt ist, ist die Dichte der beweglichen Ladungsträger klein gegenüber den ortsfesten

Störstellenatomen. Näherungsweise konstante Raumladung:

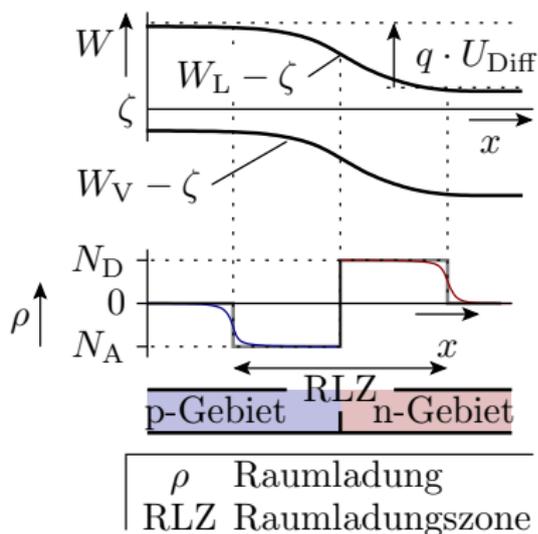
- p-Gebiet: $\rho \approx -q \cdot N_A$

- n-Gebiet: $\rho \approx q \cdot N_D$

nach Gl. 2 (Poisson-Gl.):

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

ist bei konstanter Raumladung auch die Feldstärke konstant.





Für die Feldstärke ergibt sich ein Dreieckverlauf:

■ p-Gebiet:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{-q \cdot N_A}{\varepsilon} = \frac{-E_{\max}}{w_p}$$

■ n-Gebiet:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{q \cdot N_D}{\varepsilon} = \frac{E_{\max}}{w_n}$$

Die maximale Feldstärke am Übergangspunkt ist:

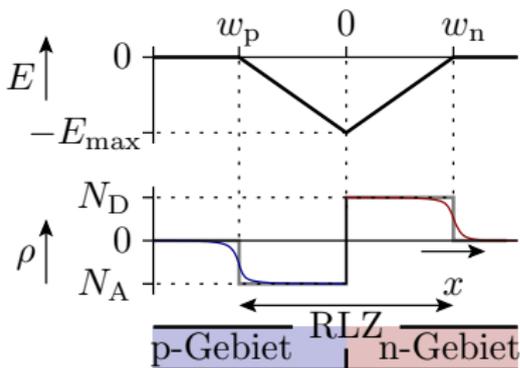
$$E_{\max} = \frac{w_p \cdot q \cdot N_D}{\varepsilon} = \frac{w_n \cdot q \cdot N_A}{\varepsilon}$$

Die Diffusionsspannung entspricht der Dreiecksfläche:

$$U_{\text{Diff}} = \int_{w_n}^{-w_p} E \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot E_{\max} \cdot (w_p + w_n)$$

Ladungsneutralität der Raumladungszone verlangt:

$$N_A \cdot w_p = N_D \cdot w_n$$





Die drei letzten Gleichungen auf der vorherigen Folie

$$E_{\max} = \frac{w_p \cdot q \cdot N_D}{\varepsilon}$$

$$U_{\text{Diff}} = \frac{1}{2} \cdot E_{\max} \cdot (w_p + w_n)$$

$$N_A \cdot w_p = N_D \cdot w_n$$

lassen sich nach der Breiten der Raumladungszone auflösen:

$$w = w_p + w_n = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot U_{\text{Diff}}}{q} \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)} \quad (8)$$

$$w_p = \frac{w \cdot N_D}{N_D + N_A}, \quad w_n = \frac{w \cdot N_A}{N_D + N_A}$$

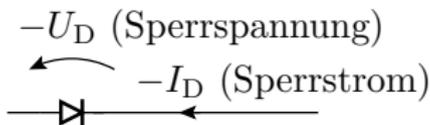
- Beiderseitig hoch dotierte pn-Übergänge haben kurze Raumladungszonen, hohe Feldstärken und hohe Kapazitäten.
- Bei ungleicher Dotierung breitet sich die Raumladungszone hauptsächlich im niedriger dotierten Gebiet aus.



pn-Übergang, Sperrbereich



Sperrbereich



Eine Sperrspannung $-U_D > 0$ vergrößert das elektrische Feld und die Breite der Raumladungszone gegenüber Gl. 8:

$$E_{\max} = \frac{2 \cdot (U_{\text{Diff}} - U_D)}{w} \quad (9)$$

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot (U_{\text{Diff}} - U_D)}{q} \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)} \quad (10)$$

Der Driftstrom überwiegt. Dichten der beweglichen Ladungsträger in der Raumladungszone: $p = n = 0$. Gleichgewichtszustand der Majoritätsladungsträger im n-Gebiet $n_0 \approx N_D$ und im p-Gebiet $p_0 \approx N_A$. Nettorekombinationsraten nach Gl. 4:

$$\text{p-Gebiet : } r_p = \frac{dp}{dt} = -\frac{N_A}{\tau_p}, \quad \text{n-Gebiet : } r_n = \frac{dn}{dt} = -\frac{N_D}{\tau_n}$$



Der Sperrstrom ist ein Generierungsstrom. Produkt aus Netto-generationsraten (minus Netto-rekombinationsraten) mal den Längen der Verarmungszonen:

$$J_S = -\frac{I_D}{A} \approx \frac{w_n \cdot N_D}{\tau_n} + \frac{w_p \cdot N_A}{\tau_p} \sim \sqrt{U_{\text{Diff}} - U_D} \quad (11)$$

Er ist für die meisten Anwendungen vernachlässigbar klein und nimmt etwa mit der Wurzel aus der Sperrspannung zu.

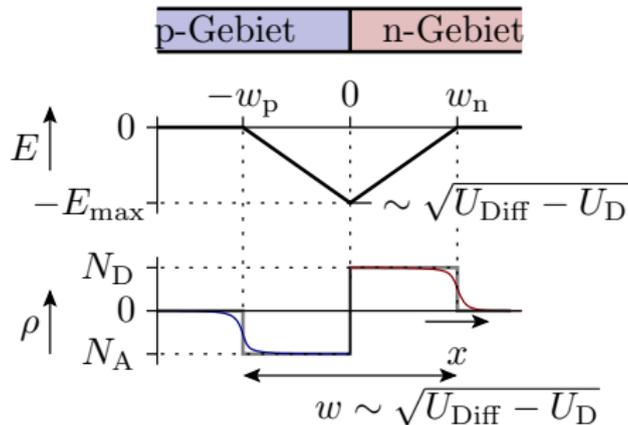
Auch die Breite der Verarmungsschicht und die maximale Feldstärke nehmen etwa mit der Wurzel aus der Sperrspannung zu:

$$E_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot (U_{\text{Diff}} - U_D)}{\varepsilon \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)}}$$

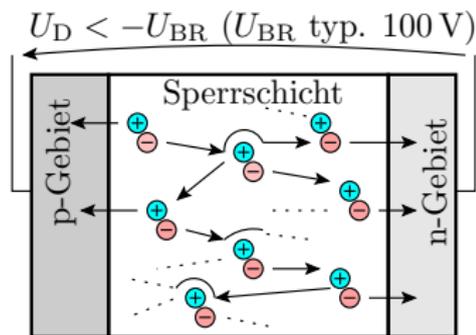
Bei einer zu hohen max.

Feldstärke kommt es zum

Durchbruch. Bei niedriger Dotierung ist die Spannungsfestigkeit höher.



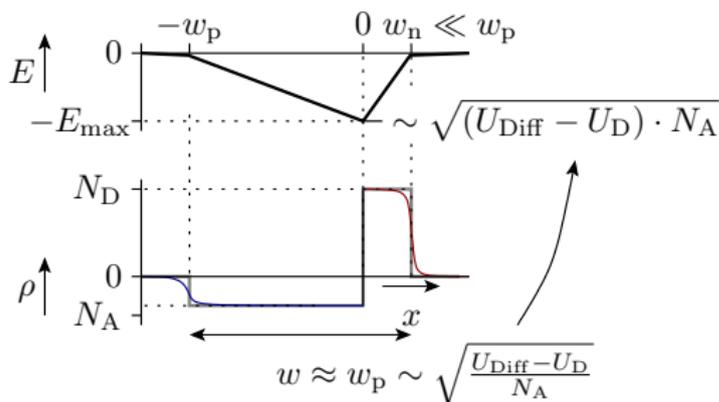
Lawinendurchbruch



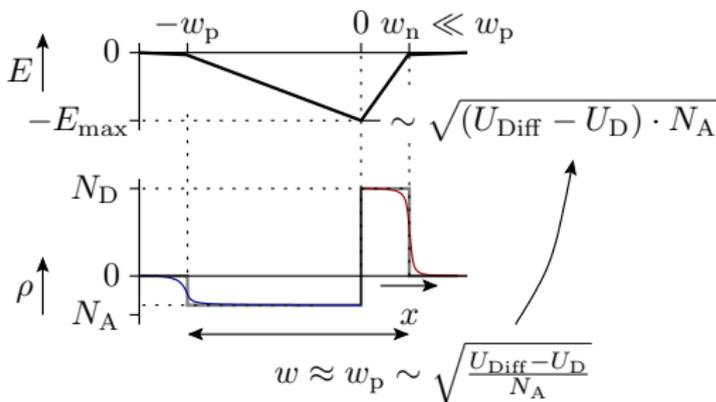
Häufigste Durchbruchart. Bei hohen Feldstärken nehmen die bewegten Ladungsträger auf ihrem Weg bis zum nächsten Gitterzusammenstoß so viel Energie auf, das es für die Generierung eines Elektronen-Lochpaares ausreicht. Die Dichte der beweglichen Ladungsträger in der Raumladungszone steigt mit weiterer Erhöhung der Sperrspannung exponentiell an.

Spannungsfest durch einseitig niedrige Dotierung

Eine einseitig niedrige Dotierung verringert, wie später ab Folie 41 gezeigt wird, die Stromdichte nur unerheblich und vergrößert die Spannungsfestigkeit erheblich.



Die Verarmungszone bildet sich hauptsächlich auf der schwächer dotierten Seite eines pn-Übergangs aus.

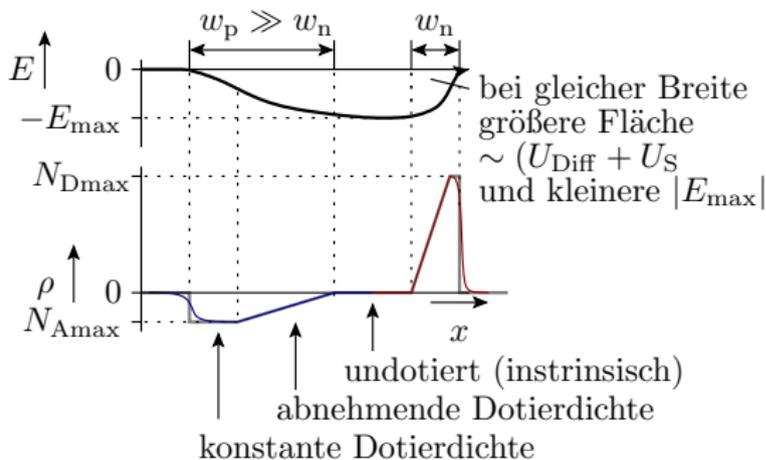


Bei einem schwach dotierten p-Gebiet vereinfachen sich Gl. 8 für die Sperrschichtbreite und Gl. 9 für max. Feldstärke zu:

$$w \approx w_p \approx \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot (U_{\text{Diff}} - U_D)}{N_A \cdot q}}; \quad E_{\max} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot N_A \cdot (U_{\text{Diff}} - U_D)}{\varepsilon}}$$

Eine Verringerung der schwächeren Dotierung, hier von N_A , um zwei Zehnerpotenzen erhöht die Sperrschichtbreite w und die Sperrspannung $-U_D$ für eine vorgegebene max. Feldstärke E_{\max} um eine Zehnerpotenz.

Sanfte Dotierprofile und instrinsischer Übergang



Aus der Poisson-Gl. $2 \frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon}$ folgt, dass bei abnehmender Raumladung, die in der Verarmungszone gleich der Dotierdichte ist, E schwächer und in einer instrinsischen Zwischenschicht gar nicht zunimmt. Bei gleicher Sperrschichtbreite und Sperrspannung geringeres Feldstärkemaximum.



pn-Übergang Durchlassbereich

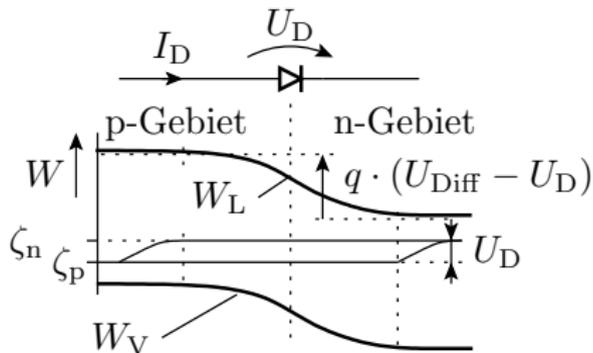
Durchlassbereich

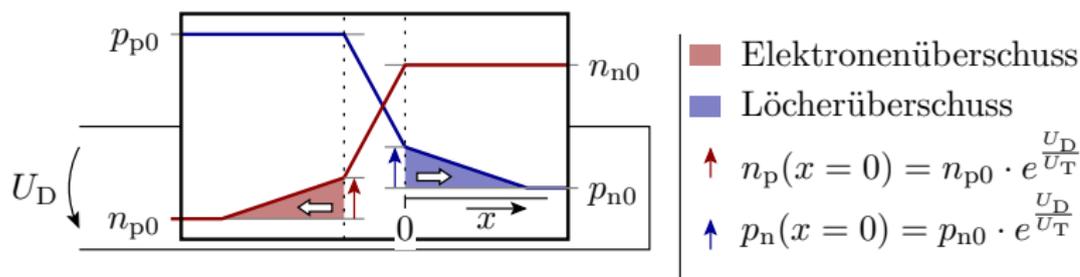
Eine Durchlassspannung $U_D > 0$ verringert nach Gl. 10 das elektrische Feld und die Breite der Raumladungszone. Der Diffusionsstrom wird nicht

mehr durch den Driftstrom kompensiert. Unter der Annahme, keine Rekombination in der Sperrschicht¹, behalten die in das andere Gebiet diffundierenden Ladungsträger ihr chemisches Potential. In und bis zum Ende der Sperrschicht ist es um $q \cdot U_D$ größer als das der beweglichen Ladungsträger des anderen Gebiets. Vergrößerung von $n \cdot p$ auf:

$$n \cdot p \approx n_i^2 \cdot e^{\frac{q \cdot U_D}{k \cdot T}} = n_i^2 \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$$

¹Aufgrund der großen Dichtegradienten diffundieren die Ladungsträger sehr schnell durch die Sperrschicht.





⇒ Stromanteil durch die in das n-Gebiet diffundierenden Löcher

⇐ Stromanteil durch die in das p-Gebiet diffundierenden Elektronen

Am Ende der Raumladungszone gilt für die Weiterbewegung der im n-Gebiet ankommenden Löcher:

$$\text{Diffusionsstrom: } J_p = q \cdot D_p \cdot \frac{dp_n(x)}{dx} \quad (\text{Feldstrom vernachlässigt})$$

$$\text{Rekombination: } \frac{dJ_p}{dx} = q \cdot r_n = q \cdot \frac{p_n(x) - p_{n0}}{\tau_n}$$

$$\text{mit } p_n(0) = p_{n0} \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}; p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D}$$

(q – Elementarladung; D_p – Diffusionskoeffizient der Löcher; r_n – Nettorekombinationsrate im n-Gebiet; τ_n – Relaxationszeit im n-Gebiet; N_D – Donatordichte im n-Gebiet).

Für die Minoritätendichte ergibt sich durch Einsetzen der Diffusions- in die Rekombinationsgleichung die DGL:

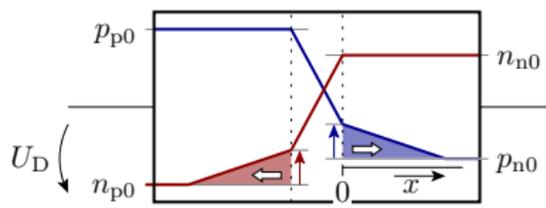
$$\frac{d^2 p_n(x)}{dx^2} = \frac{p_{n0}}{D_p \cdot \tau_n} \cdot \left(e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right)$$

und aus der DGL der Konzentrationsverlauf:

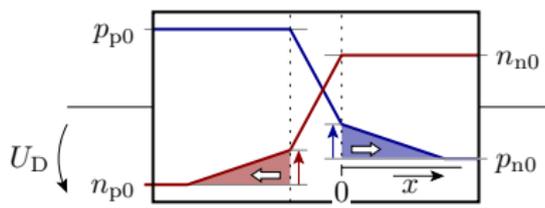
$$p_n(x) = p_{n0} \cdot \left(e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{x}{L_p}} \quad \text{mit } L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_n}$$

(L_p – Diffusionslänge, Weg, bis zu dem sich der Minoritätenüberschuss auf das e^{-1} -fache abgebaut hat.) Der Minoritätenüberschuss nimmt nach einer e-Funktion mit dem Weg ab. Eingesetzt in die Gleichung für die Diffusionsstrom ergibt sich für $x = 0$ der Stromdichteanteil der Löcher:

$$J_p = \frac{p_{n0} \cdot q \cdot D_p}{L_p} \cdot \left(e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right)$$



Für den Stromdichteanteil der beweglichen Elektronen, die in das p-Gebiet diffundieren gilt dasselbe, nur mit den anderen Parametern. Insgesamt ergibt sich für die Stromdichte (Shockley-Gleichung):



$$J_D = J_s \cdot \left(e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right) \quad \text{mit} \quad J_s = \frac{p_{n0} \cdot q \cdot D_p}{L_p} + \frac{n_{p0} \cdot q \cdot D_n}{L_n} \quad (12)$$

(J_s – Sättigungsstromdichte, Spice-Parameter). Die Minoritätendichten in der Gl. für J_s sind proportional zu n_i^2

$$p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D}; \quad n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A} \quad \text{mit} \quad n_i^2 = N_V \cdot N_L \cdot e^{\frac{w_V - w_L}{q \cdot U_T}}$$

(vergl. Gl. 3). Daraus folgt für die Sättigungsstromdichte:

$$J_s = q \cdot N_V \cdot N_L \cdot e^{\frac{w_V - w_L}{q \cdot U_T}} \cdot \left(\frac{D_p}{N_D \cdot L_p} + \frac{n_{p0} \cdot q \cdot D_n}{N_A \cdot L_n} \right)$$



Die Diffusionskoeffizienten betragen nach der Einsteingleichung:

$$D_p = U_T \cdot \mu_p; \quad D_n = U_T \cdot \mu_n$$

und die Diffusionslängen betragen:

$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_n}; \quad L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_p}$$

Sättigungsstromdichte anders berechnet:

$$J_s = q \cdot U_T \cdot N_V \cdot N_L \cdot e^{\frac{w_V - w_L}{q \cdot U_T}} \cdot \left(\frac{1}{N_D} \cdot \sqrt{\frac{\mu_p}{\tau_n}} + \frac{1}{N_A} \cdot \sqrt{\frac{\mu_n}{\tau_p}} \right)$$

Die Temperaturspannung $U_T \sim T$ steckt außer als Faktor und im Exponenten auch noch mit Exponent 1 bis 1,5 in den Rechengrößen N_V und N_L (vergl. Folie 15), so dass sich insgesamt eine sehr hohe Temperaturabhängigkeit ergibt.

Schwache Dotierungen zur Erhöhung der Sperrschichtbreite, z.B. zur Erhöhung der Spannungsfestigkeit, erhöhen die Diffusionsströme, d.h. verschlechtern auf diesem Weg nicht das Durchlassverhalten. Aber Achtung, sie erhöhen die Bahnwiderstände.



Aufgaben und Kontrollfragen



Aufgabe 1.1: Chemisches Potential, Diffusionsspg.

- Wie groß ist der Abstand des chemischen Potentials in Silizium bei 300 K zur nächsten Bandkante (Leitungs- oder Valenzbandkante):
 - in einem mit $N_A = 10^{13} \text{cm}^{-3}$ dotiertem p-Gebiet und
 - einem mit $N_D = 10^{15} \text{cm}^{-3}$ dotiertem n-Gebiet?
- Wie groß ist die Diffusionsspannung als die Differenz beider chemischen Potentiale pro Ladung?
- Wie groß sind die Minoritäts- und Majoritätsladungsdichten in den beiden Gebieten?

Hilfestellungen: Die Breite der Bandlücke in Silizium ist

$W_g = W_L - W_V \approx 1,1 \text{ eV}$, die Temperaturspannung $U_T \approx 26 \text{ mV}$, die Rechengrößen der Boltzmannnäherung sind

$N_V \approx 15 \cdot 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$ und $N_L \approx 24 \cdot 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$ und die

intrinsische Leitfähigkeit beträgt für 300 K $n_i \approx 2 \cdot 10^9 \text{cm}^{-3}$.



Aufgabe 1.2: Sperrschichtbreite und -kapazität

- Bestimmen Sie die Breiten w , w_p und w_n der Raumladungszone eines pn-Übergangs mit
 - einer Akzeptordichte im p-Gebiet von $N_A = 10^{13} \text{cm}^{-3}$ und
 - eine Donatordichte im n-Gebiet $N_D = 10^{15} \text{cm}^{-3}$.
- Wie groß ist die Kapazität des pn-Übergangs bei $U_D = 0$ bei einem Querschnitt des Übergangs von $A = 0,1 \text{mm}^2$?

Hinweise: Die Diffusionsspannung für die gegebenen Dotierdichten wurde in der Aufgabe zuvor berechnet. Elementarladung $1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$. Dielektrizitätskonstante von Silizium $\epsilon_{\text{Si}} \approx 10^{-10} \frac{\text{F}}{\text{m}}$.



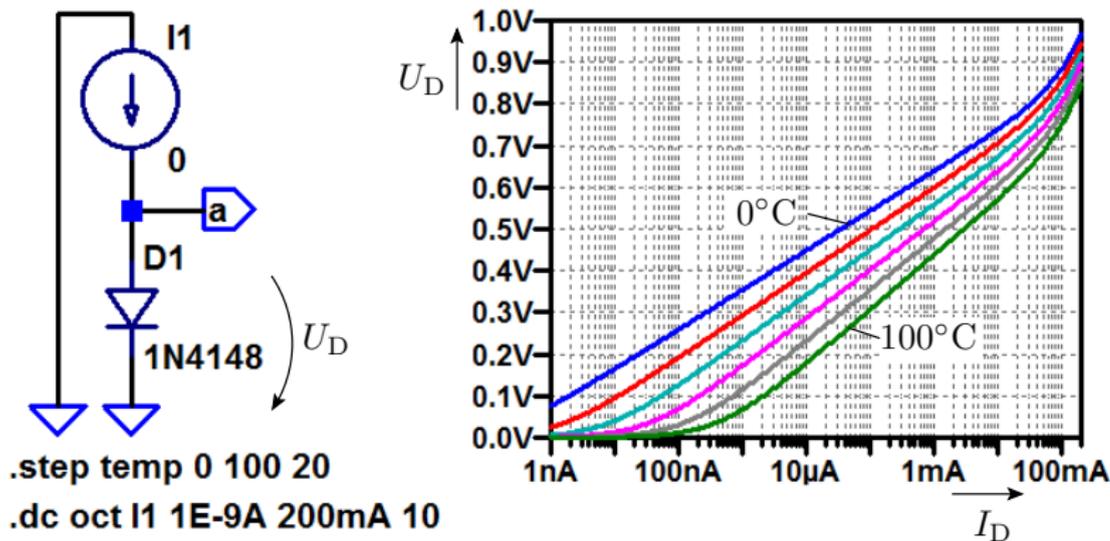
Dioden



Spice-Modell

Einführendes Beispiel

Das mit LT-Spice mitgelieferte Modell der Diode 1N4148 hat im Durchlassbereich folgende Strom-Spannungs-Beziehung.



Im Sperrbereich ist der simulierte Strom null.



Die Beschreibung dieser Diode lautet:

```
.model 1N4148 D(Is=2.52n Rs=.568,  
                N=1.752 Cjo=4p M=.4 Iave=200m  
                tt=20n Vpk=75 mfg=0nSemi type=silicon)
```

Alle anderen Parameter haben die Standardwerte.

Was bedeuten diese Parameter?

Wie bestimmen Sie das Simulationsergebnis?

Wie gut stimmt das Modellverhalten mit der Wirklichkeit überein?

Das Lernziel in diesem und den nächsten Abschnitten ist das Kennenlernen der Spice-Modelle und Spice-Parameter

- ihren Zusammenhang zu den physikalischen Modellen und
- ihre praktische Bedeutung in Schaltungen.



Spice-Parameter einer Diode

Berkeley-Spice-Modell für Halbleiterdioden, erweitert um eine genauere Modellierung des Durchbruchverhaltens und des Rekombinationsstroms. Letzte Spalte Diode aus dem Beispiel.

Param.	Spice	Bezeichnung	Std-W+E	1N4148
I_S	Is	Sättigungsstrom	10^{14} A	2,52n
R_S	Rs	Bahnwiderstand	0 Ω	0.568
n	N	Emissionskoeffizient	1	
τ_T	Tt	Transitzeit	0 ns	20n
C_{S0}	Cjo	Kapazität für $U_D = 0$	0 pF	4p
U_{Diff}	Vj	Diffusionsspannung	1 V	
m_S	M	Kapazitätskoeffizient	1	.4
W_g	Eg	Bandabstand	1,11* eV	

(Std-W+E Standardwert + Maßeinheit; *- Wert für Si-Dioden)



Param.	Spice	Bezeichnung	Std-W+E	1N4148
X_{TI}	Xti	Is-Temperaturkoeff.	3.0	
k_F	KF	Funkelrauschkoeff.	0	
A_F	Af	Funkelrauschexp.	1	
f_S	FC	Koeff. Bereichswechs. C_S	0.5	
U_{BR}	BV	Durchbruchspannung	∞ , V	
I_{BR}	Ibv	Strom bei U_{BR}	10^{-10} A	
T_0	Tnom	Bezugstemperatur	27°C	
I_{SR}	Isr	Rekomb.-Stromparam.	0 A	
n_R	Nr	I_{SR} -Emmisionskoeff.	2	
I_{KF}	Ikf	Wechsel Hochstromber.	∞ A	
	Tikf	Ikf-Temperaturkoeff.	0/°C	
	Trs1	lin. Rs Temp.-Koeff.	0/°C	
	Trs2	quad. Rs Temp.-Koeff.	0/°C	



Grenzwerte

Zulässige Maximalwerte zur Kontrolle, dass die Diode im zulässigen Bereich betrieben wird.

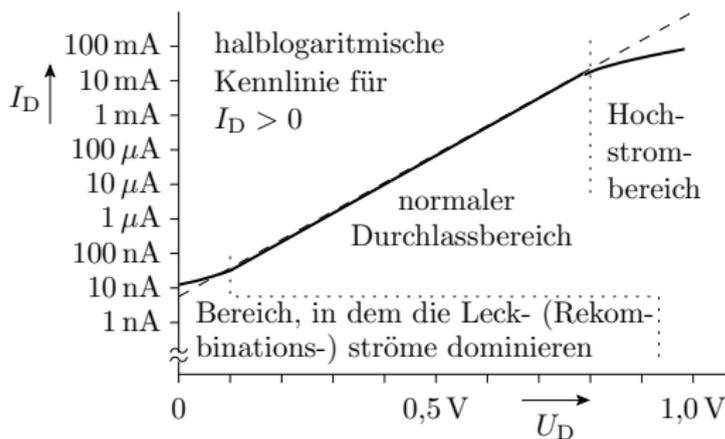
Param.	Spice	Bezeichnung	Einheit	1N4148
	Vpk	Spitzensperrspannung	V	75
	Ipk	Spitzensperrstrom	A	
	Iave	mittlerer Strom	A	200m
	Irms	Strom RMS	A	
	diss	max. Verlustleistung	W	
	mfg	Hersteller		onSemi
	type	Bauteilart		silicon

Weitere Angaben siehe [scad3.pdf]. Das Beispielmmodell verwendet überwiegend die Standardwerte, z.B. Durchbruchspannung ∞ .



Durchlassbereich

Strom-Spannungsbeziehung im Durchlassbereich



- Normaler Durchlassbereich: Näherungsweise Gültigkeit der Shockley-Gl. 12.
- Niedrigstrombereich: Hier dominieren die winzigen Rekombinationsströme in der Sperrschicht.
- Hochstrombereich: Halbierter logarithmischer Anstieg.

- Diffusionsstrom:

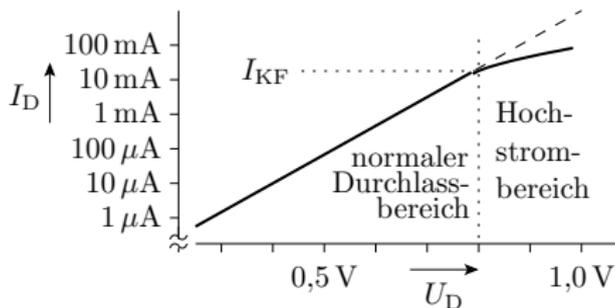
$$I_{DD} = I_s \cdot \left(e^{\frac{U_D}{n \cdot U_T}} - 1 \right) \quad (13)$$

- Rekombinationsstrom in der Sperrschicht (Leckstrom):

$$I_{DR} = I_{sr} \cdot \left(e^{\frac{U_D}{n_r \cdot U_T}} - 1 \right)$$

- Hochstrombereich:

Mit der Stromdichte nimmt die Diffusionsgeschwindigkeit zu. Oberhalb der mittleren thermischen Geschwindigkeit halbiert sich der logarithmische Anstieg:



$$I_{DDH} = \frac{I_{DD}}{\sqrt{1 + \frac{I_{DD}}{I_{kf}}}} \approx \begin{cases} I_{DD} & I_{DD} \ll I_{kf} \\ \sqrt{I_{DD} \cdot I_{kf}} & I_{DD} \gg I_{kf} \end{cases}$$

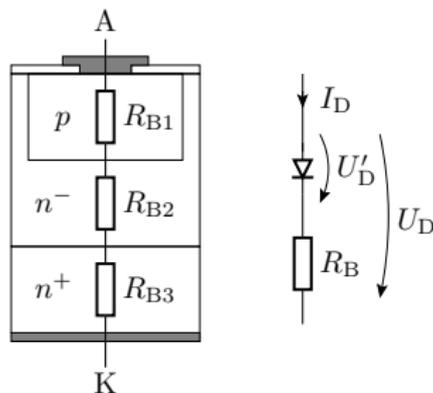
(I_{DD} – Diffusionsstrom nach Gl. 13; I_{KF} – Strom für den Übergang zum Hochstrombereich).

Insgesamt gilt für den stationären Strom im Durchlassbereich:

$$I_D = I_{sr} \cdot \left(e^{\frac{U_D}{n_R \cdot U_T}} - 1 \right) + \frac{I_S \cdot e^{\frac{U_D}{n \cdot U_T}}}{\sqrt{1 + \frac{I_S}{I_{kf}} \cdot e^{\frac{U_D}{n \cdot U_T}}}} \quad (14)$$

Die Bahngebiete haben einen Widerstand zwischen $0,01\Omega$ bei Leistungsdioden und 10Ω bei Kleinsignaldioden.

Wenn nicht vernachlässigbar kommt zu dem Spannungsabfall über dem pn-Übergang U'_D ein zum Strom I_D proportionaler Spannungsabfall hinzu:



$$U_D = U'_D + R_s \cdot I_D$$

Temperaturverhalten

In der Shockley-Gl. 12

$$I_D(U_D, T) = I_S(T) \cdot \left(e^{\frac{U_D}{n \cdot U_T(T)}} - 1 \right)$$

sind die Temperaturspannung (eingeführt auf S. 6)

$$U_T(T) = \frac{k \cdot T}{q} = 86,142 \frac{\mu\text{V}}{\text{K}}$$

und nach Gl. 12 und 3 die Sättigungsstromdichte

$$I_S \sim n_i^2(T) = N_V \cdot N_L \cdot e^{\frac{W_L - W_V}{q \cdot U_T}}$$

(k – Boltzmannkonstante, q – Elementarladung) und darin wieder N_V und N_L stark temperaturabhängig. Empirisches Modell:

$$I_D(U_D, T) = I_S(T_{\text{nom}}) e^{\left(\frac{T}{T_0} - 1\right) \cdot \frac{E_g}{n \cdot U_T(T)}} \cdot \left(\frac{T}{T_{\text{nom}}} \right)^{\frac{\chi_{ti}}{N}}$$

(I_S – Sättigungsstrom; E_g – Bandabstand; T_{nom} –
Bezugstemperatur, χ_{ti} – Temperaturkoeffizient von I_S).

Temperaturverhalten für Überschläge

Relative Stromzunahme mit der Temperatur:

$$\frac{1}{I_D} \cdot \frac{dI_D}{dT} \Big|_{U_D=\text{const.}} \approx 0,04 \dots 0,08 \text{ K}^{-1} \quad (15)$$

- Bei einer Temperaturerhöhung von $\approx 11 \text{ K}$ verdoppelt sich der Strom bei gleicher Spannung.

Spannungsabnahme bei konstantem Strom:

$$\frac{dU_D}{dT} \Big|_{I_D=\text{const.}} \approx -1,7 \text{ mV/K}$$

Bei einer Temperaturerhöhung von $\approx 60 \text{ K}$ verringert sich die Durchlassspannung bei gleichem Strom um 100 mV .

Bei hohem Leistungsumsatz sind Halbleitertemperaturen von $50 \dots 100^\circ\text{C}$ normal.

Parameterbeispiele

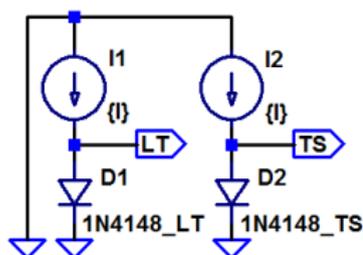
Die nachfolgenden Werte sind aus [2] und nicht von den Modellen aus dem Simulator.

Param.	Spice	Bezeichnung	1N4148	1N4001
I_S	Is	Sättigungsstrom	2,68 nA	14,1 nA
n	N	Emissionskoeffizient	1,84	1,99
I_{SR}	Isr	Rekomb.-Stromparam.	1,57 fA	0
n_R	Nr	Isr-Emissionskoeffizient	2	2
I_{KF}	Ikf	Wechsel Hochstromber.	0,041 A	94,8 A
R_s	Rs	Bahnwiderstand	0,6 Ω	0,034 Ω

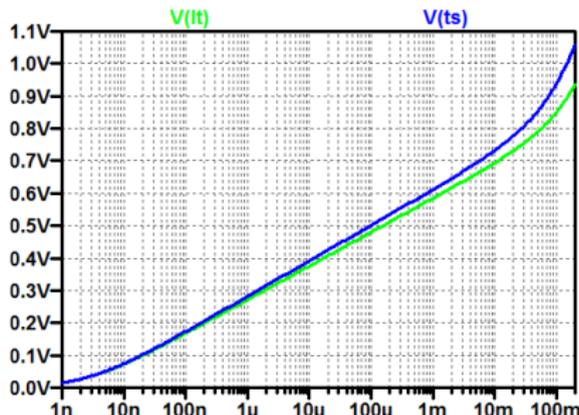
Der Temperaturkoeffizient von I_S , der Temperaturkoeffizient des Hochstromübergangs (I_{kf}) und die Temperaturkoeffizienten des Bahnwiderstands ($Trs1$, $Trs2$) haben die Standardwerte.

Simulation mit zwei Modellen desselben Bauteils

Für die Diode 1N4148, die auch im Praktikum eingesetzt wird, hat der Simulator andere Parameter, als in [2] angegeben sind.



```
.model 1N4148_LT D(Is=2.52n Rs=.568, N=1.752)
.model 1N4148_TS D(Is=2.68n rs=.6 N=1.84
+ Isr=1.57f Ikf=41m)
.step oct param I 1n 200m 10
.op
```



Das Modell des Simulators »_LT« und das Modell »_TS« aus [2] verhalten sich auch unterschiedlich. Fertigungsstreuungen? Schaltungen so entwerfen, dass die Unterschiede nicht stören.



Sperr- und Durchbruchbereich



Sperrstrom

Der Sperrstrom ist ein Generierungsstrom, der proportional zur Sperrschichtbreite zunimmt. Für einen abrupten Übergang nimmt diese mit der Wurzel der Sperrspannung $-U_D > 0$ zu:

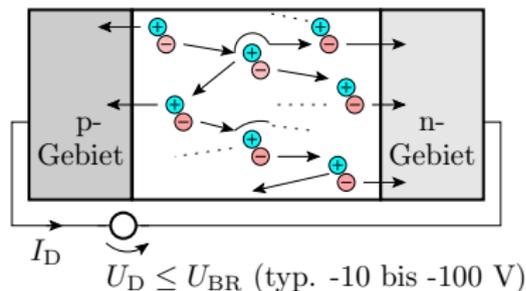
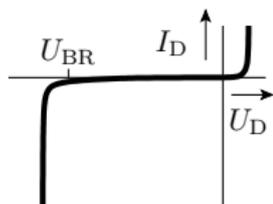
$$J_S \sim \sqrt{U_{\text{Diff}} - U_D}$$

(vergl. Gl. 11). Empirische Spice-Annäherung:

$$I_{\text{DRS}} = -I_{\text{sr}} \cdot \left(\left(1 - \frac{U_D}{V_j} \right)^2 + 0,005 \right)^{\frac{M}{2}} \quad (16)$$

Param.	Spice	Bezeichnung	1N4148	1N4001
I_{SR}	I_{sr}	Rekomb.-Stromparam.	1,57 fA	0
U_{Diff}	V_j	Diffusionsspannung	0,5 V	0,325 V
m_S	M	Kapazitätskoeffizient	0,333	0,44

(Lawinen-) Durchbruch



Modellierung als exponentielle Stromzunahme mit zunehmender Sperrspannung $-U_D$ abzüglich der Durchbruchspannung U_{BR} :

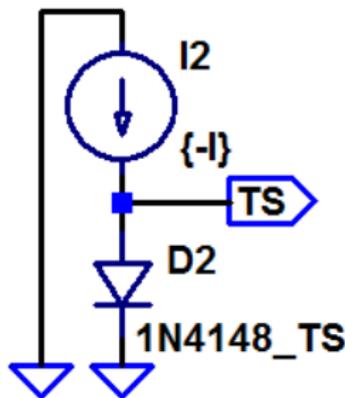
$$I_{DBR} = -I_{BR} \cdot e^{-\frac{U_D + U_{BR}}{U_T}} = -\mathbf{Ibv} \cdot e^{-\frac{U_D + BV}{U_T}} \quad (17)$$

Param.	Spice	Bezeichnung	1N4148	1N4001
U_{BR}	BV	Durchbruchspannung	100 V	75 V
I_{BR}	Ibv	Strom bei U_{BR}	100 μ A	10 μ A

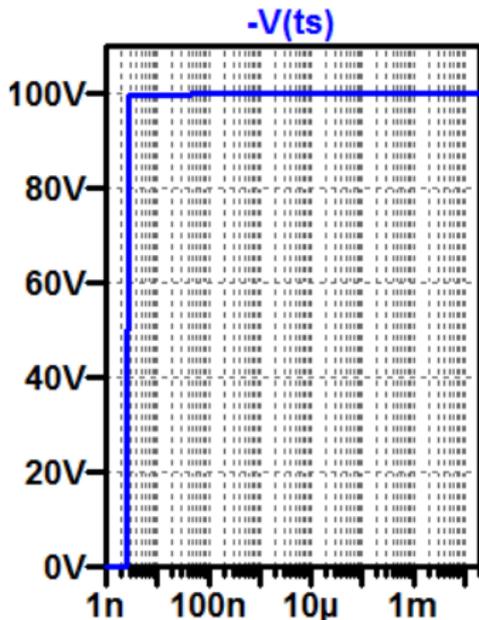


Für den Sperrbereich vervollständigtes Modell mit den Parametern aus [2]:

```
.model 1N4148_TS D(Is=2.68n Rs=.6, N=1.84 Isr=1.57f
Ikf=41m Vj=0.5 M=0.333 BV=100 Ibv=100µ)
```



```
.model 1N4148_TS D(Is=2.68n
+ rs=.6 N=1.84 Isr=1.57f Ikf=41m
+ Vj=0.5 BV=100 lbv=100µ)
.step oct param I 1n 20m 10
.op
```





Sperrschicht- und Diffusionskapazität



Sperrschichtkapazität

Die Sperrschichtkapazität leitet sich aus dem Modell des Plattenkondensators ab:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{w}$$

Der Abstand ist die Sperrschichtbreite w , für den abrupten pn-Übergang gilt Gl. 10:

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot (U_{\text{Diff}} - U_{\text{D}})}{q} \cdot \left(\frac{1}{N_{\text{A}}} + \frac{1}{N_{\text{D}}} \right)}$$

Das angelehnte Spice-Modell fasst die Parameter ε , A , q , N_{A} und N_{D} in der Kapazität C_{j0} für $U_{\text{D}} = 0$ zusammen:

$$C_{\text{S}} = C_{\text{j0}} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{U_{\text{D}}}{V_{\text{j}}}\right)^{\text{M}}} \quad (18)$$

Der Kapazitätskoeffizient M hängt vom Dotierverlauf ab. In Gl. 10 für den abrupten Übergang Quadratwurzel ($\text{M}=0,5$).



Bei zur Sperrschicht abnehmender Dotierung und instrischer Zwischenschicht ist $M < 0,5$. Gl. 18 gilt auch im schwach durchlässigen Bereich bis etwa $U_D < 0,5 \cdot V_j$. Für größere Durchlassspannungen wird nachfolgende empirische Näherung verwendet:

$$C_S = C_{j0} \cdot \begin{cases} \frac{1}{\left(1 - \frac{U_D}{V_j}\right)^M} & \text{für } U_D < f_S \cdot V_j \\ \frac{1 - f_S(1-M) + \frac{M \cdot U_D}{V_j}}{(1-M)^{(1+M)}} & \text{für } U_D \geq f_S \cdot V_j \end{cases} \quad (19)$$

Param.	Spice	Bezeichnung	1N4148	1N4001
C_{S0}	C_{j0}	Kapazität für $U_D = 0$	4 pF	25,9 pF
U_{Diff}	V_j	Diffusionsspannung	0,5 V	0,325 V
m_S	M	Kapazitätskoeffizient	0,333	0,44
f_S	FC	Koeff. Bereichswechsel C_S	0,5	0,5

1N4148 – Kleinsignaldiode; 1N4001 – Gleichrichterdiode aus [2]



Diffusionskapazität

Im Durchlassbereich befindet sich in der Verarmungszone eine vom Strom abhängige Diffusionsladung:

$$Q_D = \tau_T \cdot I_{DD} \text{ mit } I_{DD} = I_S \cdot \left(e^{\frac{U_D}{n \cdot U_T}} \right)$$

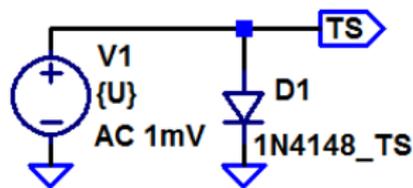
(I_{DD} – Diffusionsstrom nach Gl. 13; τ_T – Transitzeit). Die Diffusionskapazität beschreibt die Änderung der Diffusionsladung mit der Diodenspannung U_D :

$$C_D = \frac{dQ_D}{dU_D} \approx \frac{\tau_T \cdot I_D}{n \cdot U_T} = \frac{\mathbf{Tt} \cdot I_D}{\mathbf{N} \cdot U_T}$$

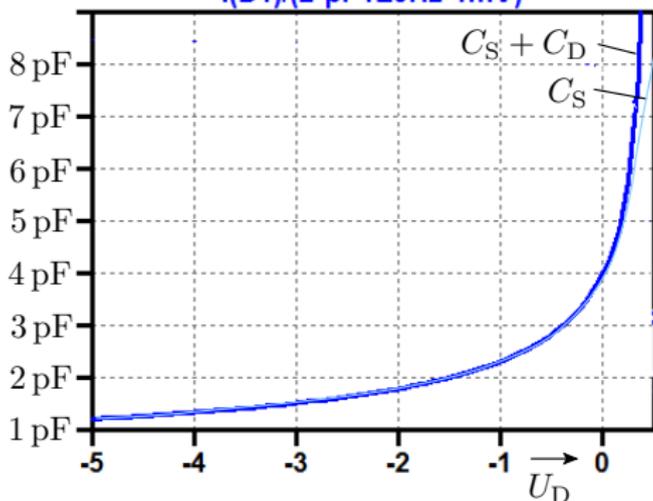
Param.	Spice	Bezeichnung	1N4148	1N4001	
τ_T	Tt	Transitzeit	11,5	5700	ns
n	N	Emissionskoeffizient	1,84	1,99	

Simulierte Kapazität der Diode 1N4148

Kapazitätsberechnung aus $I_D \rightarrow I(D1)/(2\pi \cdot 1E9 \text{ Hz} \cdot 1 \text{ mV})$



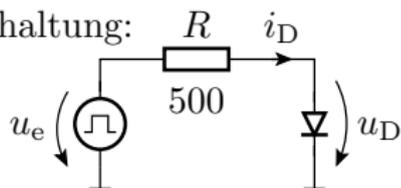
```
.model 1N4148_TS D(Is=2.68n
+ rs=.6 N=1.84 Isr=1.57f Ikf=41m
+ Vj=0.5 BV=100 lbv=100µ
+ Cjo=4p Vj=0.5 FC=0.5 TT=11.5n)
.meas tran C 2*pi*1E-3/abs( V(TS))
.step param U -5.05V 0.5V 0.1V
.ac list 1E9
```



- Kapazität bei $U_D = 0$ ist $C_{jo} = 4 \text{ pF}$.
- Im Durchlassbereich nimmt die Diffusionskapazität exponentiell mit U_D zu und beträgt bei $U_D = 0,5 \text{ V}$ über 30 pF .

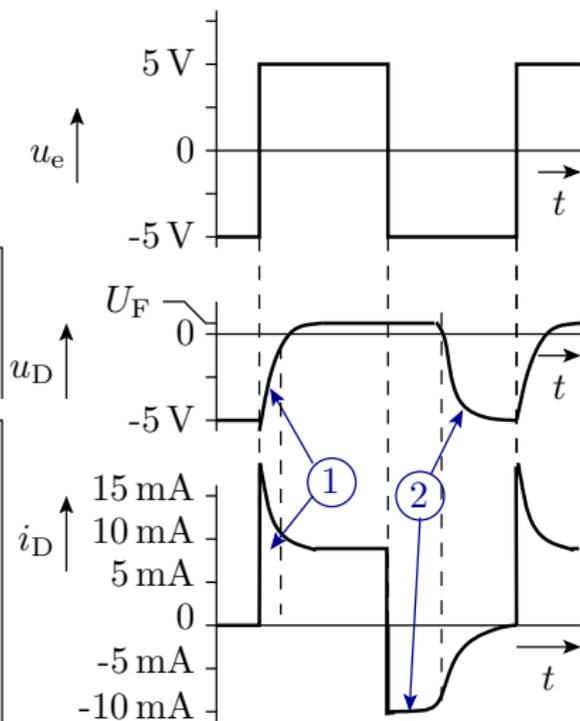
Schaltverhalten mit Diffusionskapazität

Messschaltung:

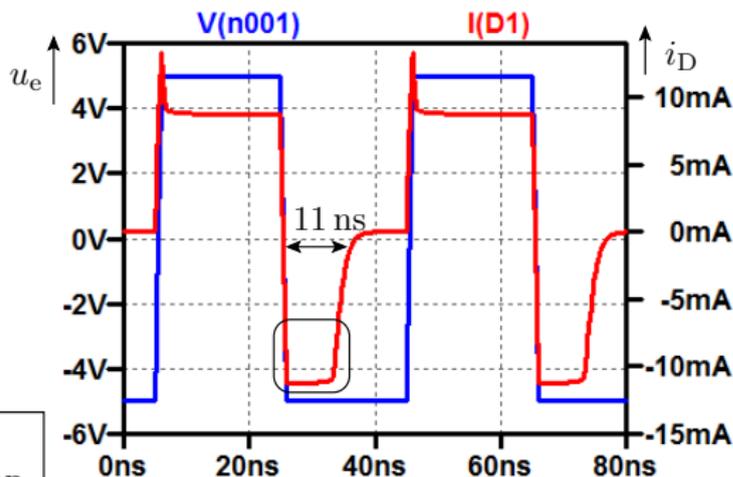
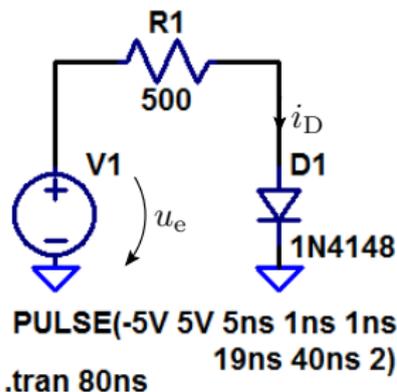


- ① Entladen der Sperrschicht
- ② Entladung der Diffusionskapazität

Die proportionale Zunahme der Diffusionskapazität mit dem Strom verursacht den im Bild dargestellten nahezu konstanten Strom während der Entladung der Diffusionskapazität.



Kontrolle mittels Simulation



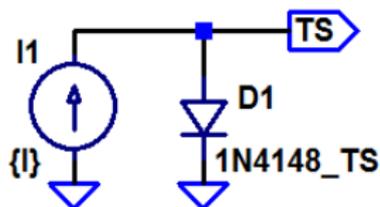
Ausschaltverzögerung durch die Diffusionskap.

- Beim Einschalten Signalverlauf ähnlich wie geschaltetes RC-Glied.
- Beim Ausschalten benötigt die Diode zusätzlich 11 ns zum entladen der Diffusionskapazität (Stromschleife).

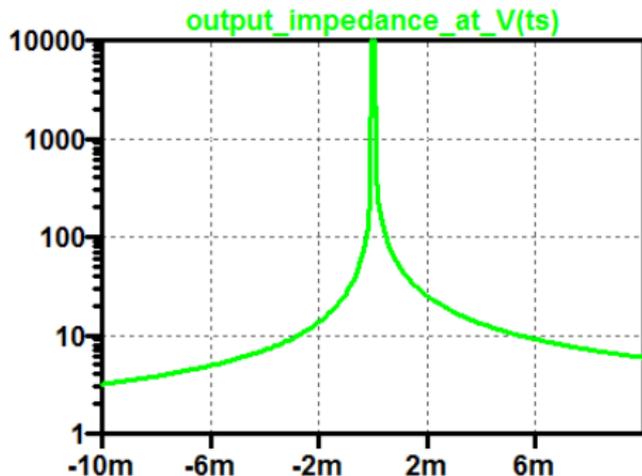


Kleinsignalmodell

Ersatzwiderstand der Diode 1N4148



```
.model 1N4148_TS D(Is=2.68n
+ rs=.6 N=1.84 Isr=1.57f Ikf=41m
+ Vj=0.5 BV=100 Ibv=100µ
+ Cjo=4p Vj=0.5 FC=0.5 TT=11.5n)
.step param I -10mA 10mA 0.1mA
.tf V(TS) I1
```



- Im Sperrbereich bei $I_D \approx 0$ ist der Ersatzwiderstand $\approx 17 \text{ M}\Omega$.
- Die Kapazität in Abhängigkeit von der Spannung über der Diode zeigt Folie 68.



Aufgaben



Aufgabe 2.1: Diodenkennlinien

Bestimmen Sie für die Diode 1N4001 mit denen in der Vorlesung gegebenen Parametern:

- 1 in Analogie zu Folie 59 die Strom-Spannungs-Beziehung im Durchlassbereich,
- 2 in Analogie zu Folie 63 die Strom-Spannungs-Beziehung im Sperrbereich,
- 3 in Analogie zu Folie 68 die Kapazität in Abhängigkeit von U_D .

Aufgabe 2.2: Schaltverzögerung

Untersuchen Sie mit der Testschaltung auf Folie 70, ob die

- 1 Einschaltverzögerung
- 2 Ausschaltverzögerung

mit zunehmendem Diodenstrom zu- oder abnimmt. Verdoppeln und halbieren Sie dazu einmal den Vorwiderstand und füllen Sie dazu die nachfolgende Tabelle aus:

	$R = 250 \Omega$	$R = 500 \Omega$	$R = 1 \text{ k}\Omega$
Einschaltverzögerung			
Ausschaltverzögerung			



Aufgabe 2.3: Verständnisfragen

- 1 Steigt die Spannung über einer Diode, wenn sie wärmer wird oder fällt sie? Wie groß ist etwa die Änderung je Kelvin?
- 2 Nimmt die Verlustleistung einer Diode in einem Gleichrichter bei Erwärmung zu oder ab²?
- 3 Welcher funktionale Zusammenhang besteht zwischen dem Kleinsignalersatzwiderstand einer Diode und dem Durchlassstrom im Arbeitspunkt
 - im Hochstrombereich
 - für kleinere Durchlassströme.
- 4 Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Diffusionskapazität einer pn-Diode und dem Ersatzwiderstand?

²Es sei anzunehmen, dass sich der durch die Dioden fließende Strom dabei nicht ändert.



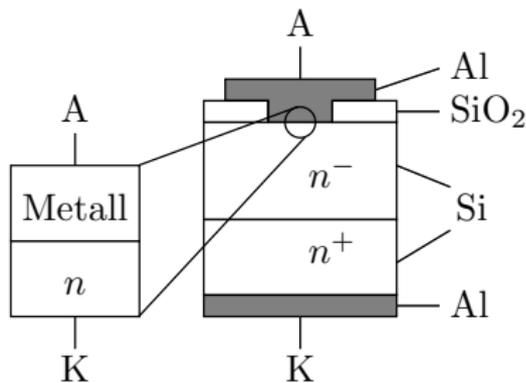
Spezielle Dioden



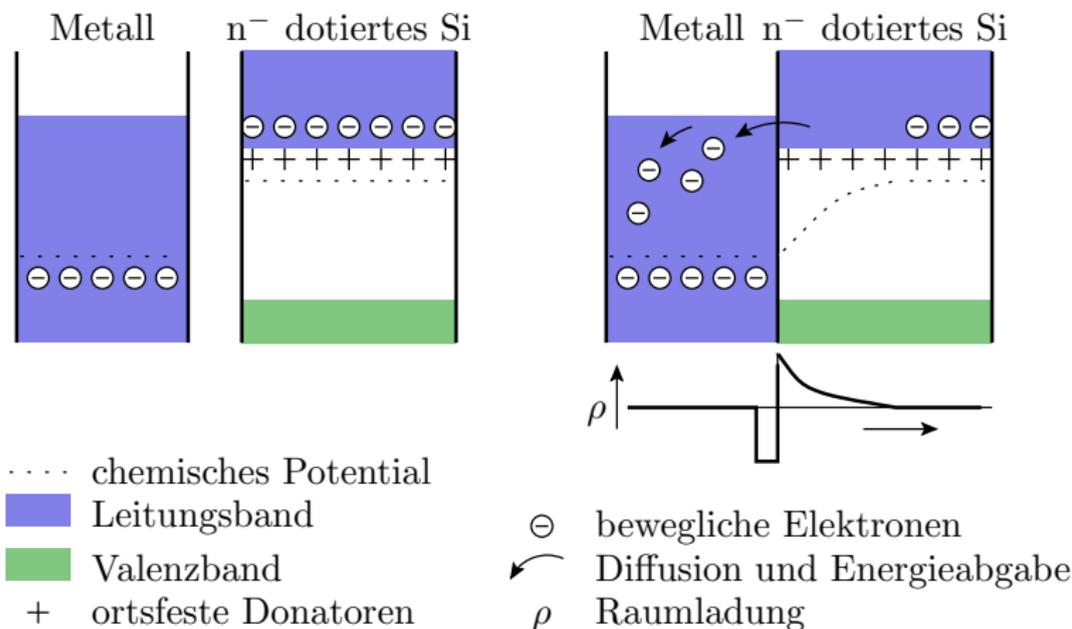
Schottky-Diode

Schottky-Diode

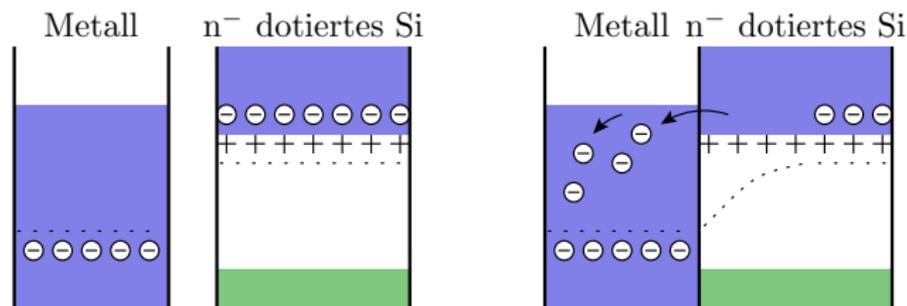
- Eine Schottky-Diode ist ein Metall-Halbleiter-Übergang, z.B. Aluminium zu einem niedrig dotierten n-Gebiet.
- Kleinere Einschaltspannungen.
- Kürzere Verzögerungszeiten.



Physik an Metall-Halbleiter-Kontakten



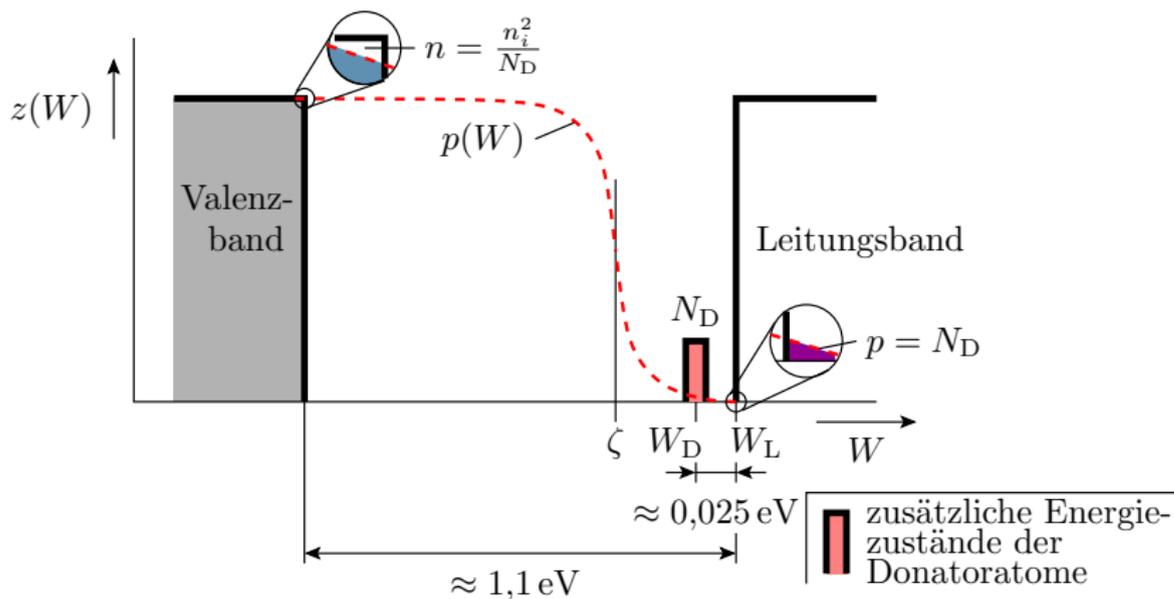
Der n-dotierte Halbleiter hat ein höheres chemisches Potential.
 Bei Kontakt verbiegt sich das chemische Potential nach unten.



- chemisches Potential
- Leitungsband
- Valenzband
- + ortsfeste Donatoren

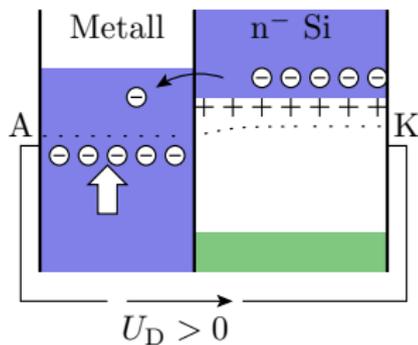
- ⊖ bewegliche Elektronen
 - ↪ Diffusion und Energieabgabe
 - ρ Raumladung
-

Die Besetzungswahrscheinlichkeit im Valenzband und damit auch die Leitfähigkeit nimmt in Richtung Metall exponentiell mit dem Abstand zur Bandkante ab.

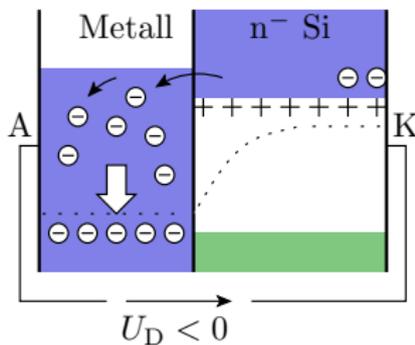


Die Verbiegung des chemischen Potentials zur Mitte der Bandlücke verringert die Dichte der beweglichen Elektronen exponentiell.

Erhöhung der Leitfähigkeit an der Halbleiteroberfläche mit einer $U_D > 0$



Verringerung der Leitfähigkeit an der Halbleiteroberfläche mit einer $U_D < 0$



- $U_D > 0$ verringert Verbiegung des chemischen Potentials. Exponentielle Zunahme der Leitfähigkeit und des Stroms.
- $U_D < 0$ erhöht Verbiegung des chemischen Potentials. Zunahme der Sperrschichtbreite und damit des Generationsstroms.
- Bei zu hoher Sperrspannung, zu hohe Feldstärke über der Sperrschicht. Durchbruch.



Verhaltensmodell

Gleiches Spice-Modell wie pn-Übergang, andere Parameterwerte.

Spice	Bezeichnung	1N4148	BAS40	BAT43
I _s	Sättigungsstrom	2,68 nA	0	481 μ A
R _s	Bahnwiderstand	0,6 Ω	0,1 Ω	40 m Ω
N	Emissionskoeffizient	1,84	1	5
T _t	Transitzeit	11,5 ns	0,025 ns	0
C _{jo}	Kapazität für $U_D = 0$	4	4	14 pF
M	Kapazitätskoeffizient	0,333	0,333	0,5

(1N4148 – Kleinsignaldiode; BAS40, BAT43 – Schottky-Dioden).

Schottky-Dioden haben nur

- etwa die halbe Flussspannung, simuliert durch kleinere Sättigungsströme und
- keine Diffusionskapazitäten, simuliert durch kleinere Transitzeiten.

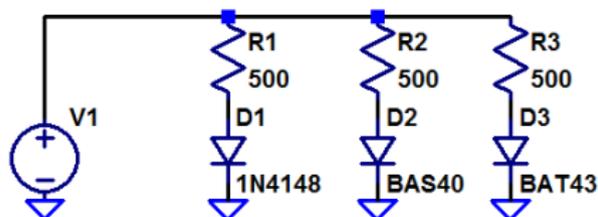


Spice	Bezeichnung	1N4148	BAS40	BAT43
Vj	Diffusionsspannung	0,5 V	0,5 V	0,385 V
FC	Koeff. Bereichswechsel C_S	0,5	0,5	0,5
BV	Durchbruchspannung	100 V	40 V	∞
Ibv	Strom bei U_{BR}	100 μ A	10 μ A	10^{-10} A
Isr	Rekomb.-Stromparam.	1,57 fA	254 fA	10^{-21} A
Nr	I_{SR} -Emmisionskoeff.	2	2	5
Ikf	Wechsel Hochstr.	41 mA	10 mA	∞

Für die Dioden 1N4148 und BAS40 sind die Parameter aus [2] übernommen. Für die Dioden BAT43 wurde folgendes Modell aus dem Internet verwendet [[http://www.ee.siue.edu/...](http://www.ee.siue.edu/)]:

```
.MODEL BAT43 D( IS=480.77E-6 N=4.9950 RS=40.150E-3
+ IKF=20.507 EG=.69 XTI=2 CJO=13.698E-12 M=.50005
+ VJ=.38464 ISR=10.010E-21 FC=0.5 NR=4.9950 TT=0)
```

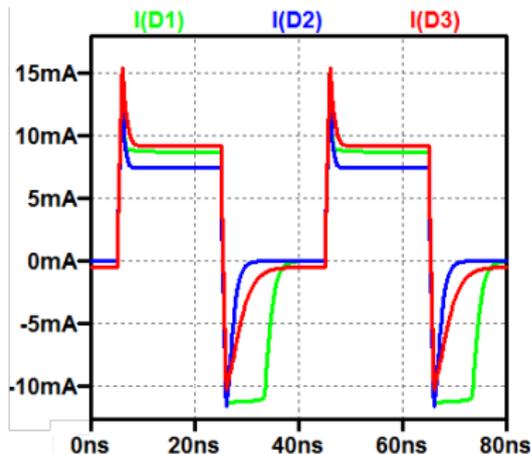
Simulation des Schaltverhaltens



```
PULSE(-5V 5V 5ns 1ns 1ns 19ns 40ns 2)
```

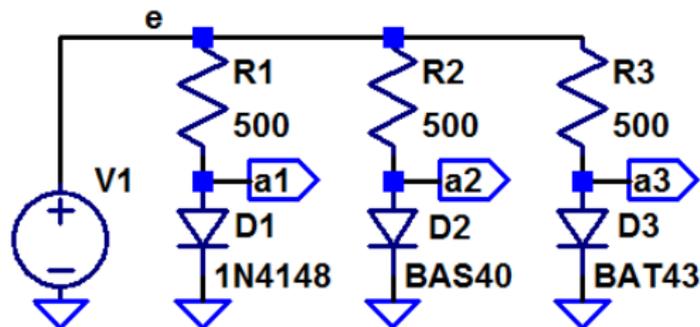
```
.model BAT43 D(IS=480.77E-6 N=4.9950 RS=40.150E-3
+ IKF=20.507 EG=.69 XTI=2 CJO=13.698E-12 M=.5
+ VJ=.38464 ISR=10.010E-21 FC=0.5 NR=4.9950 TT=0)
```

```
.model BAS40 D(IS=0 N=1 RS=0.1 TT=25p Cjo=4p
+ VJ=.5 M=.333 FC=0.5 Bv=40 lbv=10µ Isr=254f Nr=2
+ IKF=10m)
.tran 80ns
```

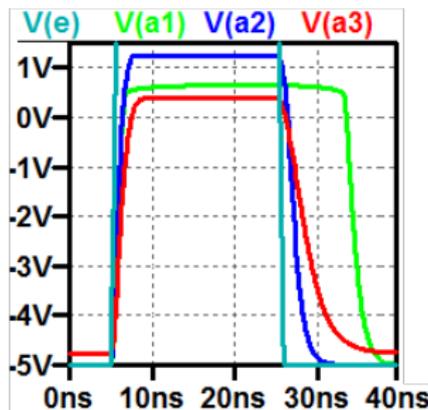


Schottky-Dioden haben nicht die charakteristische lange Ausschaltverzögerung von pn-Übergängen.

Simulation des Schaltverhaltens

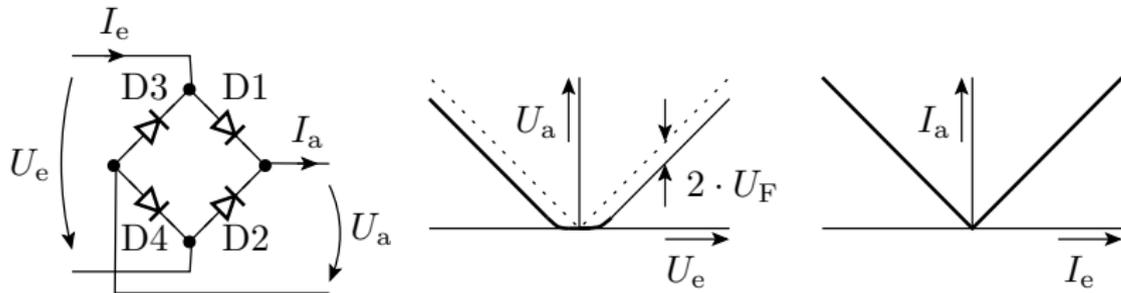


```
PULSE(-5V 5V 5ns 1ns 1ns 19ns 40ns 2)
.tran 80ns
```



Die Simulationsergebnisse sind nicht vollständig plausibel. Die BAS40 hat eine Flussspannung größer 1 V (sollte nicht mehr als 0,5 V sein) und bei der BAT43 fließt laut Simulation ein Sperrstrom von 0,5 mA (sollte null sein). Nicht jedes Bauteilmodell, das man irgendwo findet, liefert glaubhafte Werte. Nachmessen!

Brückengleichrichter mit Schottky-Dioden



Mit dem vereinfachten Verhaltensmodell für Dioden aus Elektronik 1 und der Spannung als Ein- und Ausgabegröße:

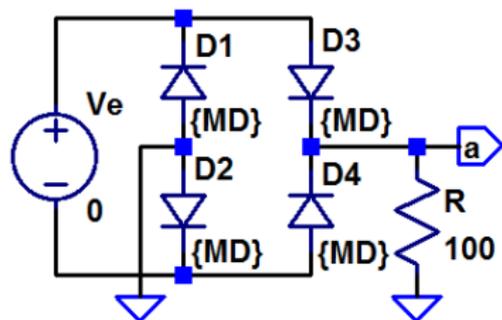
$$U_a \approx \begin{cases} 0 & \text{sonst} \\ |U_e| - 2 \cdot U_F & |U_e| > 2 \cdot U_F \end{cases}$$

(U_F – Flussspannung). Mit Strom als Ein- und Ausgabe:

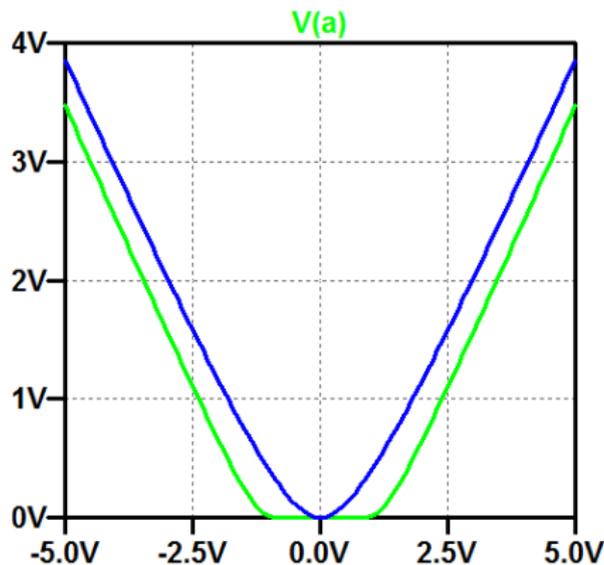
$$I_a = |I_e|$$

Exakte Betragsbildung, Einsatz als Messgleichrichter.

Simulation der Übertragungsfunktion

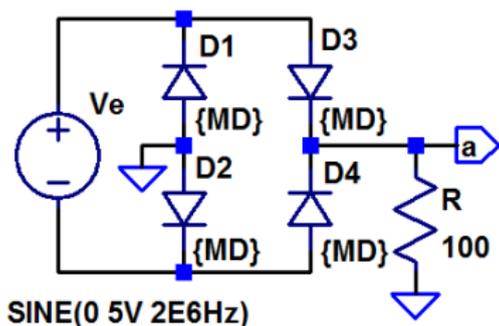


```
.include BAT43.lib
.model 1 ako:1N4148
.model 2 ako:BAT43
.step param MD list 1 2
.dc Ve -5V 5V 0.1V
```



Über den Schottky-Dioden (BAT43) fällt weniger Spannung ab.

Simulation des Zeitverhaltens



SINE(0 5V 2E6Hz)

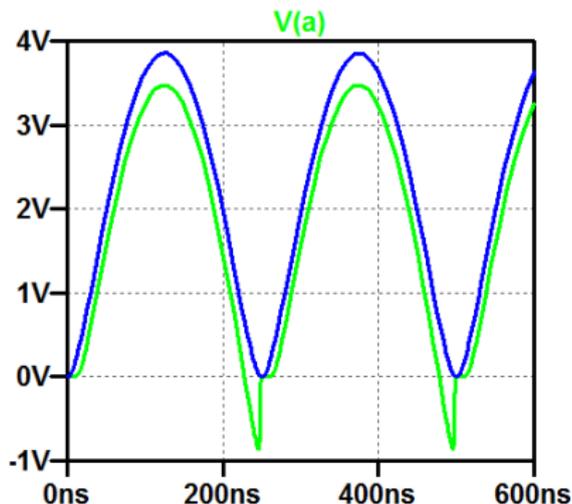
.include BAT43.lib

.model 1 ako:1N4148

.model 2 ako:BAT43

.step param MD list 1 2

.tran 600ns



Bei hohen Frequenzen (hier 2 MHz) fließt durch die pn-Dioden nach jedem Polaritätswechsel aufgrund der Diffusionskapazität ein Strom in Sperrrichtung, bei Schottky-Dioden nicht.

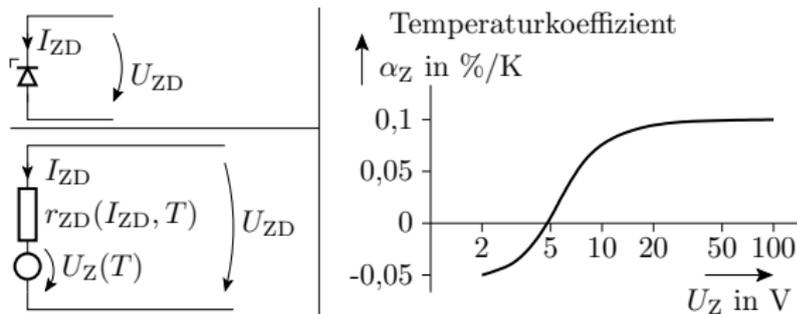




Z-Diode

Z-Dioden

Dioden mit geringer Durchbruchspannung zum Betrieb im Durchbruchbereich. Außer der Durchbruchspannung ist bei einer Z-Diode der Widerstand im Durchbruchbereich und der Temperaturkoeffizient der Durchbruchspannung von Bedeutung.



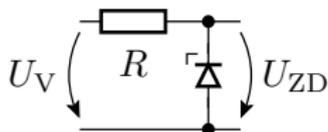
$$I_{ZD} = I_{BR} \cdot e^{\frac{U_{ZD} - U_{BR}}{n_{BR} \cdot U_T}}$$

$$r_{ZD} = \frac{n_{BR} \cdot U_T}{I_{ZD}}$$

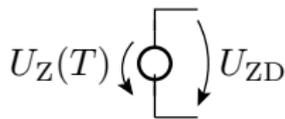
$$U_Z(T) = U_Z(T_0) \cdot (1 + \alpha_Z \cdot (T - T_0))$$

Spannungsstabilisierung mit einer Z-Diode

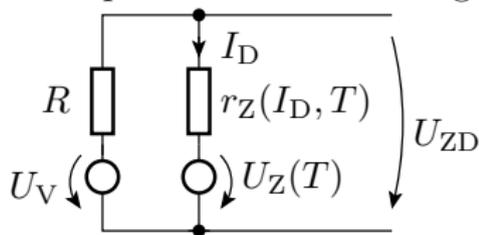
Spannungsstabilisierung
mit einer Z-Diode



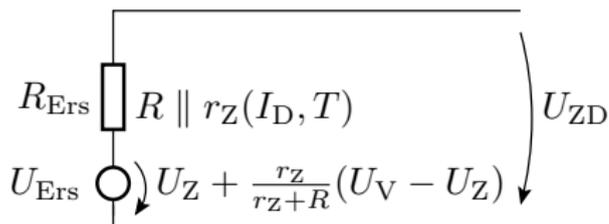
vereinfachte
Ersatzschaltung



komplette Ersatzschaltung

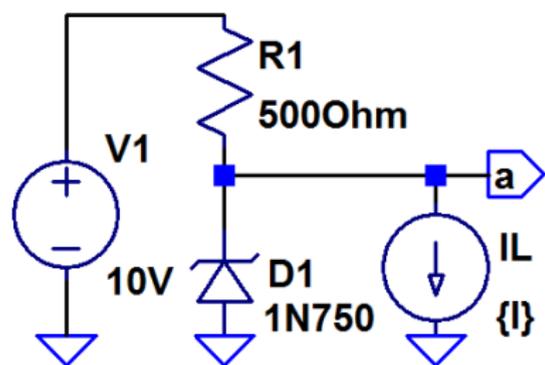


nach Zweipolvereinfachung

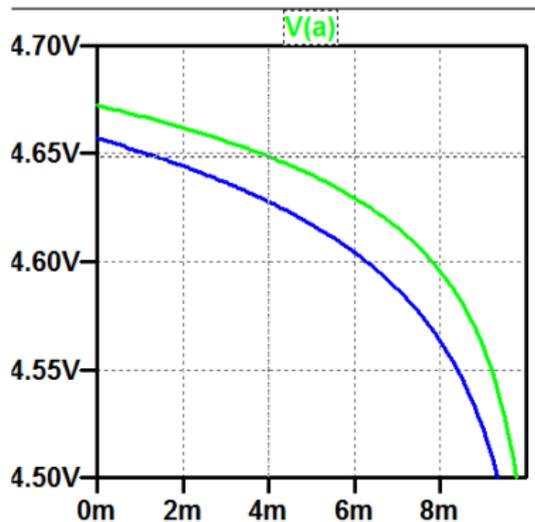


Die nachgebildete Quelle hat einen stromabhängigen Innenwiderstand, eine strom- und temperaturabhängige Quellspannung, ...

Simulation



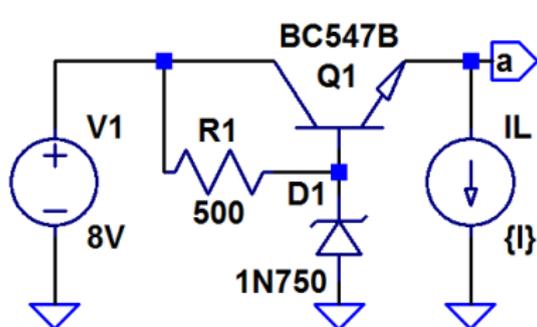
```
.step param I 0 10mA 0.1mA
+ temp list 0 70
.op
```



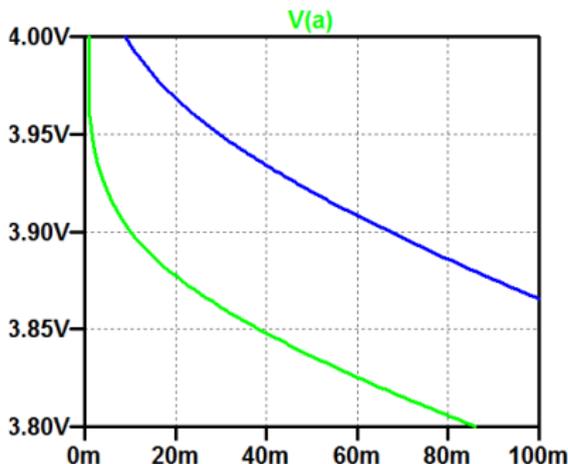
Der Innenwiderstand ist bei $I_L = 5 \text{ mA}$ ungefähr $6,2 \Omega$ und die Durchbruchspannung nimmt bei von 0°C bis 70°C etwa 22 mV ab (negativer Temperaturkoeffizient).

Stabilisierung mit Längstransistor

Laut Ersatzschaltung Innenwiderstand \downarrow , $U_a \approx |U_S| - U_{BEF}$.

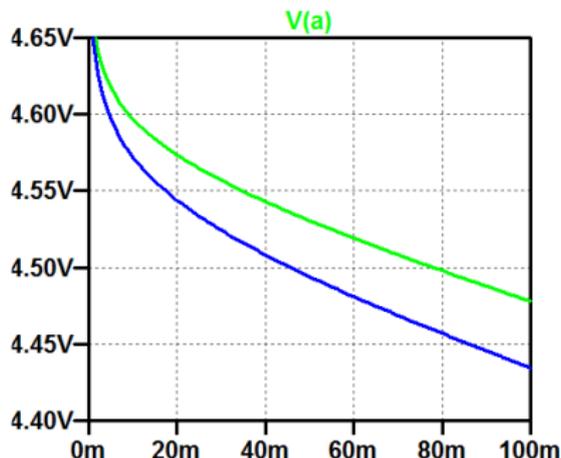
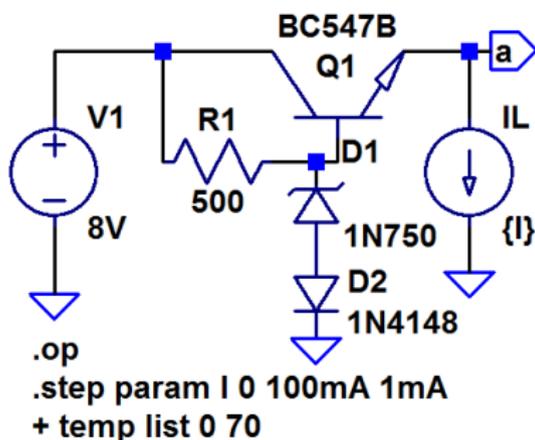


```
.step param I 0 100mA 1mA
+ temp list 0 70
.op
```



Der Innenwiderstand ist bei $I_L = 50 \text{ mA}$ ungefähr $1,2 \Omega$ und die Durchbruchspannung nimmt bei von 0°C bis 70°C etwa 89 mV zu. Positiver Temperaturkoeffizient durch Subtraktion von U_{BEF} mit negativem Temperaturkoeffizienten.

Reihenschaltung einer pn-Diode mit einer Flussspannung von $\approx U_{BEF}$ und ähnlichem negativen Temperaturkoeffizienten:



Durchbruchspannung nimmt bei von 0°C bis 70°C etwa 37mV ab. Die Erzeugung einer stabilen, temperaturunabhängigen Spannung ist eine anspruchsvolle Aufgabe.



PIN-Diode



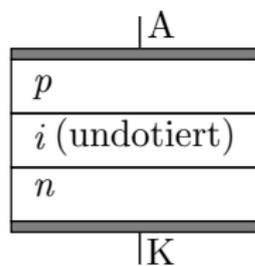
PIN-Diode (Schichtfolge: p – instrinsisch – n)

Eine PIN-Diode hat eine undotierte Schicht zwischen dem p- und dem n-Gebiet. Diese erhöht die Transitzeit auf $T_t=1\text{ s}$. Für Frequenzen $f \gg T_t^{-1}$ verhält sich ein PIN-Diode wie ein gesteuerter Widerstand mit:

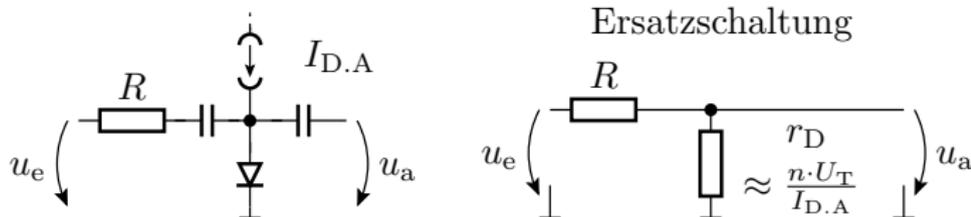
$$r_{D.\text{Pin}} \approx \frac{N \cdot U_T}{\bar{I}_D}$$

(\bar{I}_D – Gleichstrom durch die Diode). Große Sperrschichtbreite, geringe Sperrschichtkapazität). Beispielmodell von [<http://w.rohem.vom/...>]:

```
.MODEL DRN142S D(IS=127pA N=1.7 RS=.160hm IKF=.14A
+ CJO=386fF M=.12 VJ=.79 ISR=139pA NR=3 BV=60 TT=275ns)
```



Spannungsteiler für Wechselspannungen

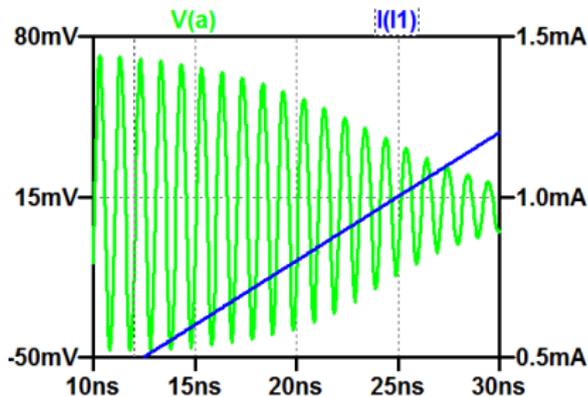
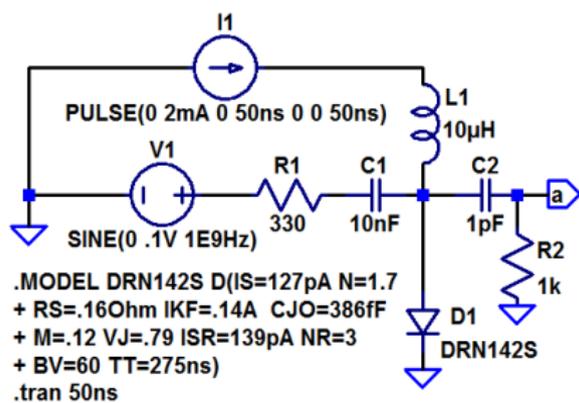


- Für hohe Frequenzen hat die PIN-Diode einen einstellbaren Widerstand statt der nichtlinearen Kennlinie.
- Ausgangswechselspannung:

$$u_a = \frac{n \cdot U_T}{n \cdot U_T + I_{D.A} \cdot R} \cdot u_e$$

- Geringere diodentypische Verzerrung für größere u_e .

Beispielsimulation



PIN-Dioden werden als Schalter für sehr hochfrequente Signale genutzt. MOS-Transistoren haben dafür zu große Kapazitäten und mechanische Schalter zu große Induktivitäten.



Kapazitätsdiode

Kapazitätsdiode

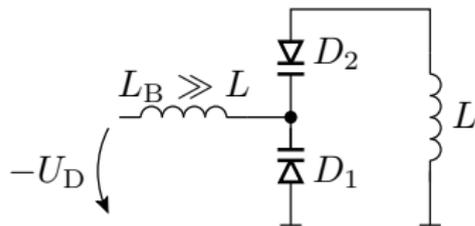
Ausnutzung der Sperrschichtkapazität:

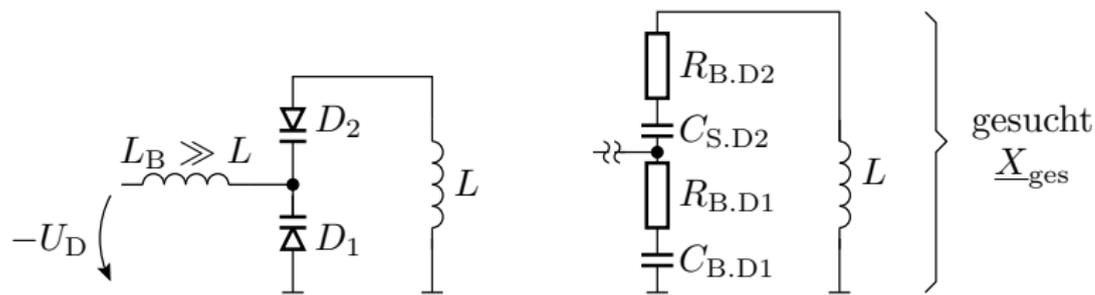
$$C_S = C_{S0} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{U_D}{U_{D\text{diff}}}\right)^{m_S}} \quad \text{für } U_D < 0$$

Kapazitätsdioden haben

- hyperabrupte Dotierung ($m_S \approx 0,5 \dots 1$)
- geringe Bahnwiderstände

Anwendung: Frequenzabstimmung von LC-Bandpässen und -Oszillatoren.





$$\begin{aligned} \underline{X}_{\text{ges}} &= 2 \cdot \left(R_B + \frac{1}{j\omega C_s} \right) \parallel j\omega L \\ &= \frac{j\omega L - \omega^2 R_B L C_s}{1 + j\omega R_B C_s - \omega^2 \frac{L C_s}{2}} \end{aligned}$$

mit $\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{L C_s}}$, $\alpha = R_B \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot C_s}{L}}$ und $\frac{\alpha}{\omega_0} = R_B C_s$

$$\underline{X}_{\text{ges}} = \frac{j\omega L \cdot \left(1 + j\alpha \cdot \frac{\omega}{\omega_0} \right)}{1 + j\alpha \cdot \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$



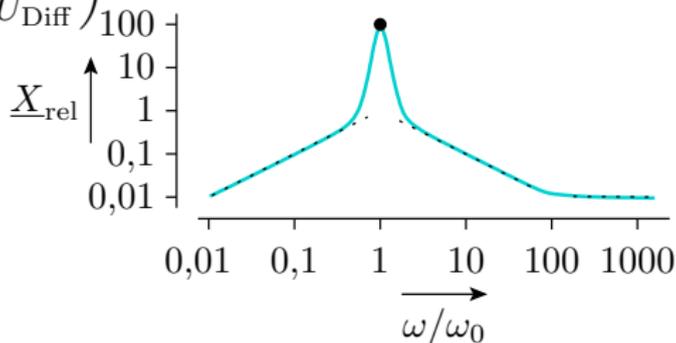
Frequenzgang für $\alpha \ll 1$, $R_B \ll \sqrt{\frac{L}{2 \cdot C_s}}$:

$\omega_{\text{rel}} = \frac{\omega}{\omega_0}$	$\ll 1$	1	$\gg 1$ und $\ll \frac{1}{\alpha}$	$\gg \frac{1}{\alpha}$
$\underline{X}_{\text{rel}} = \frac{\underline{X}_{\text{ges}}}{\omega_0 L}$	$j \cdot \omega_{\text{rel}}$	$\frac{1+j\alpha}{\alpha}$	$\frac{-j}{\omega_{\text{rel}}}$	α

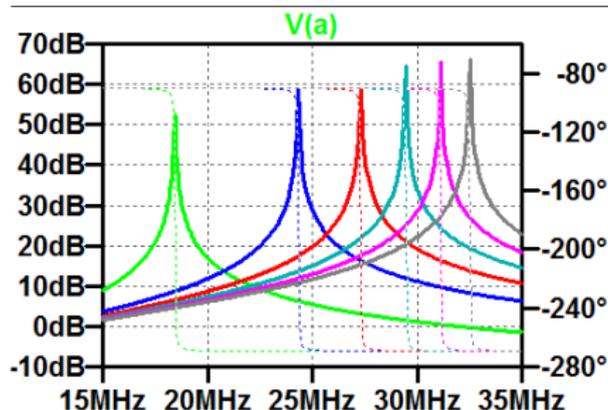
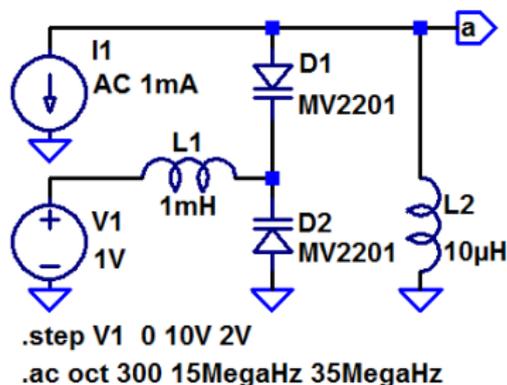
Resonanzfrequenz $\omega_0 = f(U_D)$:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC_s}} \text{ mit } C_s = C_{S0} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{U_D}{U_{\text{Diff}}}\right)^{m_S}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{L \cdot C_{S0}}} \cdot \left(1 - \frac{U_D}{U_{\text{Diff}}}\right)^{\frac{m_S}{2}}$$



Beispielsimulation



Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von der Steuerspannung:

V1 in V	0	2	4	6	8	10
f_0 in MHz	18,43	24,31	27,35	29,46	31,14	32,53



Aufgaben



Aufgabe 3.1: Schottky-Diode

- Was sind die beiden wesentlichen Vorteile einer Schottky-Diode gegenüber einer PN-Diode beim Einsatz als Gleichrichter?



Aufgabe 3.2: PIN-Diode

Was ist die wesentliche Eigenschaft einer PIN-Diode gegenüber einer normalen PN-Diode beim Einsatz als spannungsgesteuerter Widerstand für hochfrequente Signale? Gehen Sie bei dem Vergleich insbesondere auf den Zusammenhang zwischen der Amplitude der Wechselgröße und dem Klirrfaktor ein.



Aufgabe 3.3: Z-Diode

Bei PN-Dioden ist in Spannungsstabilisierungsschaltung die genutzte Flussspannung und bei Z-Dioden die Durchbruchspannung temperaturabhängig.

- 1 Bei welchen Fluss- oder Durchbruchspannungen nimmt die für die Stabilisierung genutzte Knickspannung mit der Temperatur zu und bei welchen ab?
- 2 Wie könnte man durch Reihenschaltung von Dioden in Durchlass- und Z-Dioden in Sperrrichtung ein Bauelement konstruieren, dessen Knickspannung (fast) temperaturunabhängig ist?
- 3 Für welche Werte der Knickspannung wäre das möglich?



Aufgabe 3.4: Kapazitätsdiode

- 1 Warum sind bei einer Kapazitätsdiode kleine Bahnwiderstände und große Kapazitätskoeffizienten wünschenswert?
- 2 Warum ist für die Frequenzabstimmung eines Schwingkreises die linear mit dem Durchlassstrom zunehmende Diffusionskapazität einer pn-Diode nicht nutzbar?



Literatur

- [1] Karl-Herman Cordes, Andreas Waag, and Nicolas Heuck.
Integrierte Schaltungen. Grundlagen - Prozesse - Design -
Layout.
Pearson Studium, 2011.
- [2] U. Tietze, Ch Schenk, and Lutz Dübngn.
Halbleiterschaltungstechnik.
Springer, 2002.