Elektronik I, Foliensatz 6
2.3 Geschaltete Systeme

G. Kemnitz

Institut für Informatik, TU-Clausthal (E1-F6)

13. Januar 2016

Geschaltete Systeme

Geschaltete Systeme

Modell für Systeme, deren Eingaben oder Arbeitsbereiche sprunghaft wechseln:

- digitale Systeme, gepulste Ausgabe,
- Wechsel zwischen linearen Kennlinienästen,
- Abschätzung der Dauer von Ausgleichsvorgängen.

Rechtecksignal: Signal, dessen Wert sich zu den Zeitpunkten t_i sprunghaft ändert und sonst konstant bleibt[1].

Einheitssprung:

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

Sprungantwort Reaktion eines linearen Systems auf einen Einheitssprung:

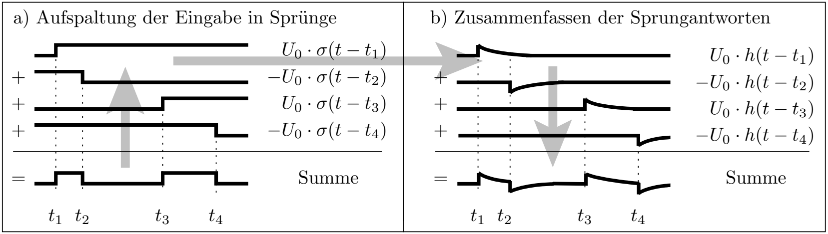
$$h(t) = f(\sigma(t))$$

[1] Theoretisches Modell. Praktisch können sich Ströme und Spannungen wegen der immer vorhandenen L's und C's nicht sprunghaft ändern.

Sprungantwort

Bedeutung der Sprungantwort

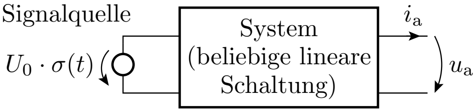
- Die Systemreaktion eines geschalteten linearen Systems ist eine Linearkombination zeitversetzter Sprungantworten.



$$f\left(X_0+\sum_{i=1}^{N} X_i\cdot\sigma\left(t-t_i\right)\right)=f\left(X_0\right)+\sum_{i=0}^{N-1} X_i\cdot h\left(t-t_i\right)$$

$\Rightarrow$ Erlaubt einfache Überschläge und Abschätzungen.

Messen der Sprungantwort



Messsignal	Sprungantwort
$i_\mathrm{a}(U_0 \cdot \sigma(t))$	$\frac{i_\mathrm{a}}{U_0}$
$u_\mathrm{a}(U_0 \cdot \sigma(t))$	$\frac{u_\mathrm{a}}{U_0}$

- Anlegen eines Eingabesprungs.
- Aufzeichnen der Systemreaktion:

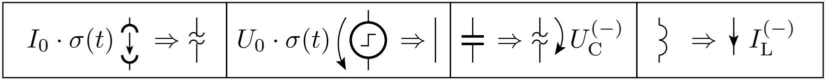
$$f\left(U_0 \cdot \sigma(t)\right) = U_0 \cdot f\left(\sigma(t)\right) = U_0 \cdot h(t)$$

- Die Sprungantwort ist:

$$h(t) = \frac{f\left(U_0 \cdot \sigma(t)\right)}{U_0}$$

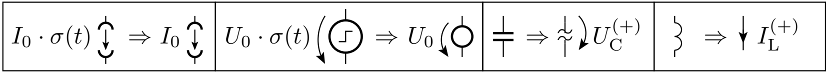
Anfangs- und Endwerte

Vor dem Sprung ($t < 0$):



- $U^{(-)}$, $I^{(-)}$ stationäre Spannungen und Ströme vor dem Sprung.

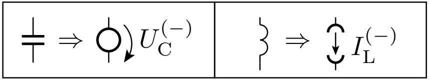
Lange nach dem Sprung ($t \gg 0$):



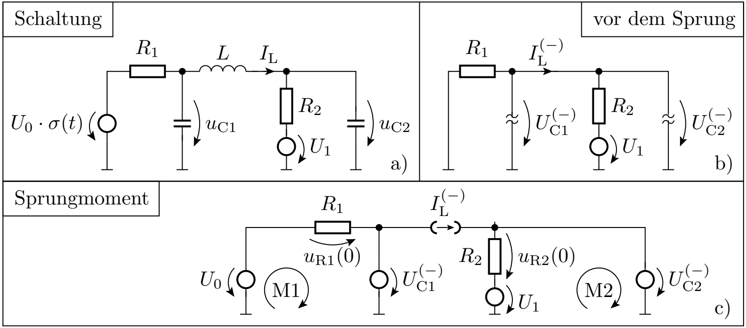
- $U^{(+)}$, $I^{(+)}$ stationäre Spannungen und Ströme nach dem Sprung.

Im Moment des Sprunges ($t = 0$):

$$\begin{aligned} u_{\mathrm{C}}(0) &= \frac{1}{C} \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \int_0^{\Delta t} i_{\mathrm{C}}(t) \cdot d\tau + U_{\mathrm{C}}^{(-)} = U_{\mathrm{C}}^{(-)} \\ i_{\mathrm{L}}(0) &= \frac{1}{L} \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \int_0^{\Delta t} u_{\mathrm{L}}(\tau) \cdot d\tau + I_{\mathrm{L}}^{(-)} = I_{\mathrm{L}}^{(-)} \end{aligned}$$



Anwendung auf ein Schaltungsbeispiel

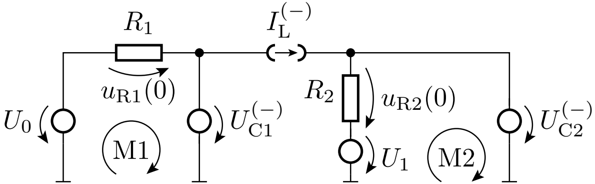


- Stationärer Zustand vor dem Sprung:

$$U_{C1}^{(-)} = U_{C2}^{(-)} = U_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

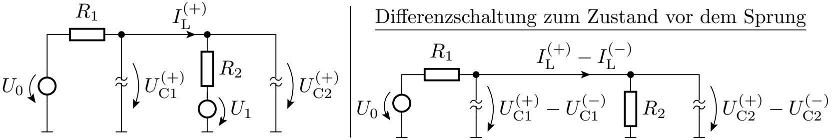
$$I_L^{(-)} = -\frac{U_1}{R_1 + R_2}$$

Im Sprungmoment



$$
\begin{aligned}
u_{R1}(0) &= U_0 - U_{C1}^{(-)} \\
u_{R2}(0) &= -U_1 + U_{C2}^{(-)}
\end{aligned}
$$

Stationärer Zustand nach dem Sprung

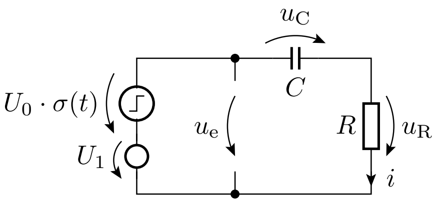


$$U_{C1}^{(+)} - U_{C1}^{(-)} = U_{C2}^{(+)} - U_{C2}^{(-)} = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_L^{(+)} - I_L^{(-)} = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$$

Geschaltetes RC-Glied

Das geschaltete RC-Glied



gesucht:

Anfangs- und Endwerte

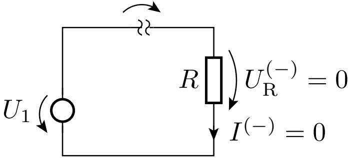
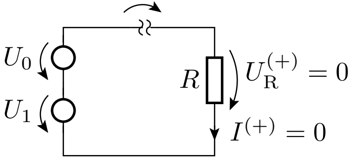
$$\begin{cases} U_R^{(-)} = & U_C^{(-)} = \\ u_R(0) = & u_C(0) = \\ U_R^{(+)} = & U_C^{(+)} = \end{cases}$$

Ausgabeverlauf $u_R(t) =$ $\quad u_C(t) =$

Tafel

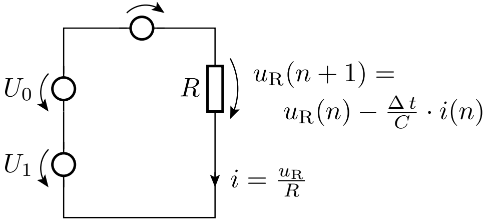
- Grundschaltung zur Abschätzung des dynamischen Verhaltens auch vieler anderer Schaltungen.

Anfangs- und Endwert

vor dem Sprung ($t < 0$)	lange nach dem Sprung ($t \gg 0$)
$U_{\mathrm{C}}^{(-)} = U_1$	$U_{\mathrm{C}}^{(+)} = U_0 + U_1$
	

Ausgleichsvorgang

$u_{\mathrm{C}}(n+1) = u_{\mathrm{C}}(n) + \frac{\Delta t}{C} \cdot i(n)$



Anfangswerte:

- Kapazität: $u_{\mathrm{C}}(0) = U_1$ (behält Wert)
- Widerstand: $u_{\mathrm{R}}(0) = U_0 + U_1 - u_{\mathrm{C}}(0) = U_0$ (Sprunghöhe)

Zeitdiskrete Berechnung:

$$\begin{aligned} u_{\mathrm{C}}(n+1) &= u_{\mathrm{C}}(n) + \frac{\Delta t}{R \cdot C} \cdot u_{\mathrm{R}}(n) \\ u_{\mathrm{R}}(n+1) &= u_{\mathrm{R}}(n) - \frac{\Delta t}{R \cdot C} \cdot u_{\mathrm{R}}(n) = u_{\mathrm{R}}(n) \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C}\right) \end{aligned}$$

$$u_{\mathrm{R}}(n+1) = u_{\mathrm{R}}(n) \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C}\right) \Rightarrow u_{\mathrm{R}}(n) = u_{\mathrm{R}}(0) \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C}\right)^{n}$$

mit $n = \frac{t}{\Delta t}$, $u_{\mathrm{R}}(0) = U_0$, $\frac{\Delta t}{R \cdot C} = -x$ und $x \to 0$

- Spannungsverlauf Widerstand:

$$u_{\mathrm{R}}(t) = U_0 \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \left(1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C}\right)^{\frac{t}{\Delta t}} = U_0 \cdot \left(\lim_{x \to 0} (1+x)^{x}\right)^{-\frac{t}{R \cdot C}} = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

- Spannungsverlauf Kapazität:

$$u_{\mathrm{C}}(t) = U_0 + U_1 - u_{\mathrm{R}}(t) = U_1 + U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right)$$

- Stromverlauf:

$$i(t) = \frac{u_{\mathrm{R}}(t)}{R} = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

- Beide Spannungsverläufe und auch der Stromverlauf sind abklingende Exponentialfunktionen mit der Zeitkonstanten:

$$\tau = R \cdot C$$

Zusammenfassung

- Das Ausgabesignal eines geschalteten RC-Glieds, egal ob der Strom, die Spannung über R oder die Spannung über C ist eine abklingende Exponentialfunktion vom Typ:

$$\boxed{x(t) = \begin{cases} X^{(-)} & t < 0 \\ X^{(+)} - \left(X^{(+)} - x(0)\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} & t \geq 0 \end{cases}}$$

$X^{(-)}$ stationärer Wert vor dem Sprung;
$X^{(+)}$ stationärer Wert lange nach dem Sprung;
$x(0)$ Wert im Moment des Sprungs;
$\tau = R \cdot C$ Zeitkonstante

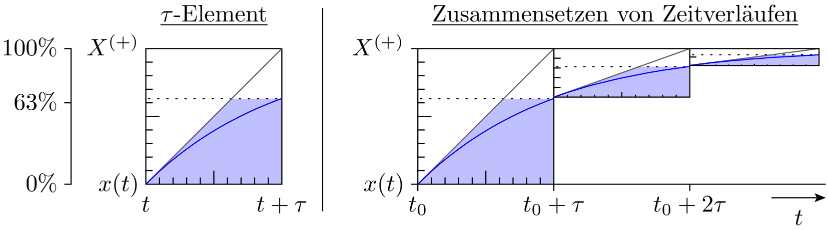
Graphische Konstruktion der Sprungantwort

(Abschätzung der Ausgabe geschalteter RC-Glieder)

- Anstieg zum Zeitpunkt t

$$\frac{d\,x\,(t)}{d\,t} = \frac{X^{(+)} - x\,(t)}{\tau}$$

- Der Betrag des Anstiegs nimmt ab.
- Nach τ wird $1 - e^{-1} \approx 63\%$ des Endwerts erreicht.

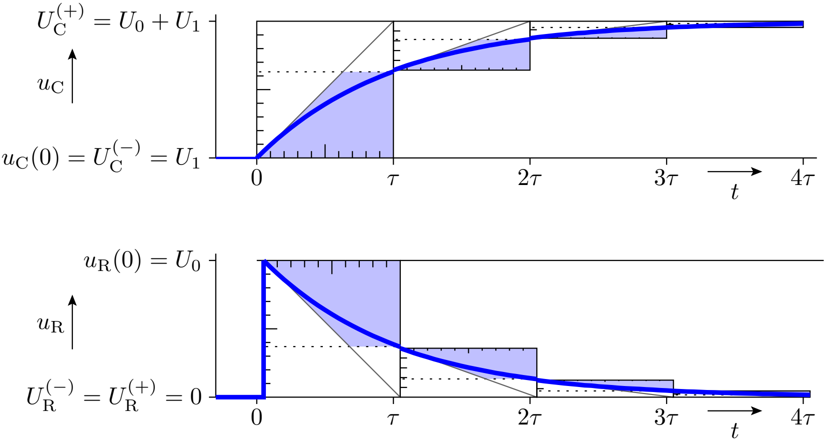


Ausgabe für einen einzelnen Schaltvorgang

	$i(t)$	$u_{\mathrm{R}}(t)$	$u_{\mathrm{C}}(t)$
vor dem Sprung	$I^{(-)} = 0$	$U_{\mathrm{R}}^{(-)} = 0$	$U_{\mathrm{C}}^{(-)} = U_1$
Sprungmoment	$i(0) = \frac{U_0}{R}$	$u_{\mathrm{R}}(0) = U_0$	$u_{\mathrm{C}}(0) = U_1$
stationärer Wert nach dem Sprung	$I^{(+)} = 0$	$U_{\mathrm{R}}^{(+)} = 0$	$U_{\mathrm{C}}^{(+)} = U_0 + U_1$

Entwurf an der Tafel

- Schaltung
- Ersatzschaltung vor, lange nach und im Sprungmoment
- Skizze mit τ-Elementen



$U_C^{(+)} = U_0 + U_1$
u_C
$u_C(0) = U_C^{(-)} = U_1$
0
τ
2τ
3τ
4τ
t
$u_R(0) = U_0$
u_R
$U_R^{(-)} = U_R^{(+)} = 0$
0
τ
2τ
3τ
4τ
t

Ausgabe für eine Folge von Schaltvorgängen

Konstruktionsregeln für u_{C}:

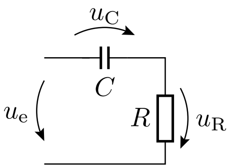
- Anfangswert gleich Endwert im vorherigen τ-Element (Stetigkeit).
- $U_{\mathrm{C}}^{(+)} = u_{\mathrm{e}}$

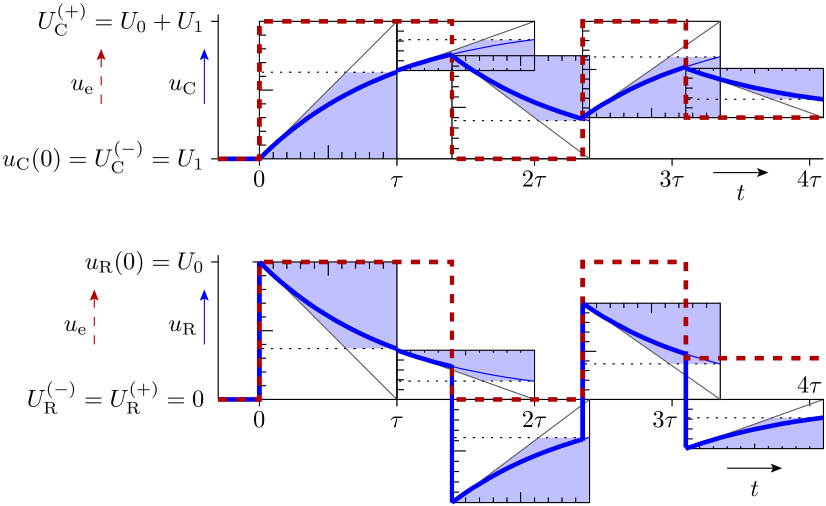
Konstruktionsregeln für u_{R}:

- Anfangswert resultiert aus der Maschengleichung

$$u_{\mathrm{R}} + u_{\mathrm{C}} = u_{\mathrm{e}}$$

- $U_{\mathrm{R}}^{(+)} = 0$

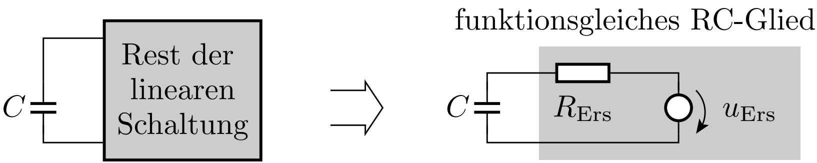



$U_\mathrm{C}^{(+)} = U_0 + U_1$
u_e
u_C
$u_\mathrm{C}(0) = U_\mathrm{C}^{(-)} = U_1$
0
τ
2τ
3τ
t
4τ
$u_\mathrm{R}(0) = U_0$
u_e
u_R
$U_\mathrm{R}^{(-)} = U_\mathrm{R}^{(+)} = 0$
0
τ
2τ
3τ
4τ
t

RC-Glied, Abbildung auf

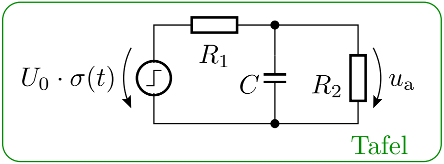
Transformation in ein geschaltetes RC-Glied

Alle linearen (oder abschnittsweise linearen) Schaltungen mit einer wesentlichen Kapazität und ohne (wesentliche) Induktivitäten lassen sich in ein funktionsgleiches RC-Glied umrechnen:

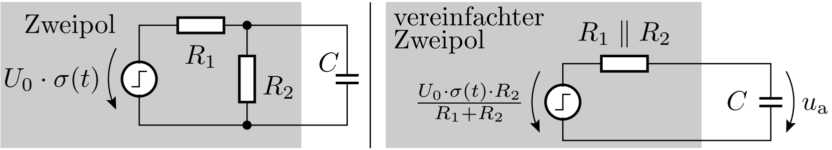


»Wesentlich« bedeutet hier, dass die Umladezeit für diese Kapazität viel größer als für alle anderen Kapazitäten und Induktivitäten ist.

Belastetes RC-Glied



- Was bewirkt der Widerstand parallel zur Kapazität?



Der Widerstand parallel zur Kapazität bewirkt:

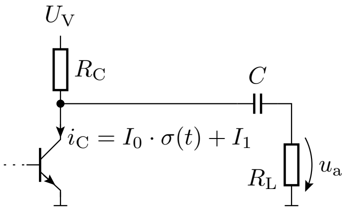
- eine Verringerung der Sprunghöhe:

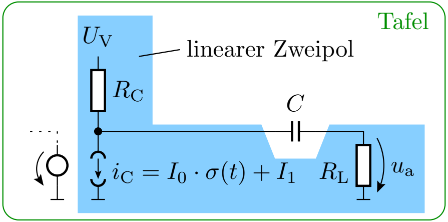
$$u_{\mathrm{Ers}} = \frac{U_0 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot \sigma(t)$$

- eine Verkürzung der Zeitkonstante:

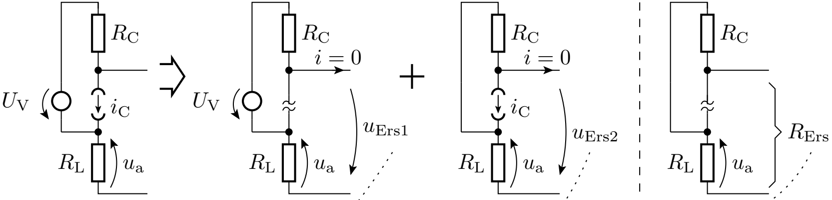
$$\tau = (R_1 \parallel R_2) \cdot C$$

Transistor als geschaltete Stromquelle

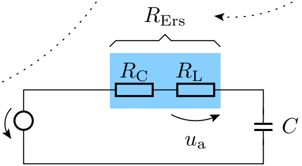




- Transistor durch lineare Ersatzschaltung ersetzen.
- Den blau unterlegten Zweipol in eine Reihenschaltung aus einer geschalteten Quelle, einer konstanten Quelle und einem Widerstand umrechnen.



$u_{Ers} = u_{Ers1} + u_{Ers2}$
$= U_V - R_C \cdot (I_0 \cdot \sigma(t) + I_1)$



Zeitkonstante:

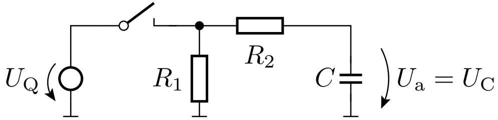
$$\tau = (R_C + R_L) \cdot C$$

Sprunghöhe von u_a:

$$u_a(0) = -I_0 \cdot \frac{R_C \cdot R_L}{R_C + R_L} = -I_0 \cdot (R_C \parallel R_L)$$

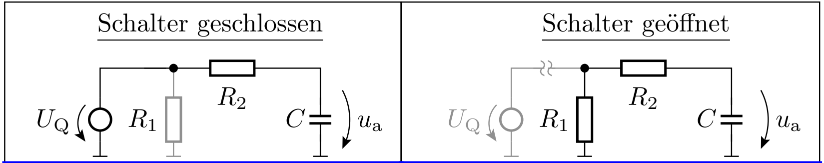
Abschnittsweise Annäherung durch geschaltete RC-Glieder

Die Abbildung auf ein geschaltetes RC-Glied ist auch für einzelne Arbeitsbereiche möglich.

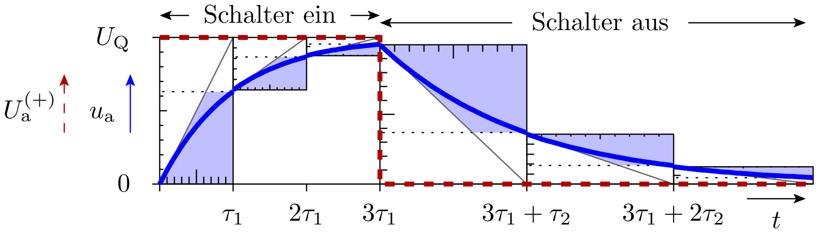


zwei lineare Arbeitsbereiche:

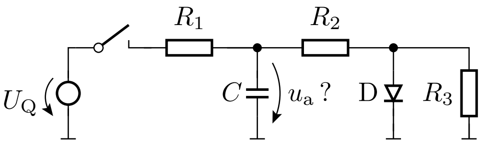
- Schalter geschlossen,
- Schalter geöffnet.



$U_a^{(+)} = U_Q \qquad \tau_1 = R_2 \cdot C$	$U_a^{(+)} = 0 \qquad \tau_2 = (R_1 + R_2) \cdot C$

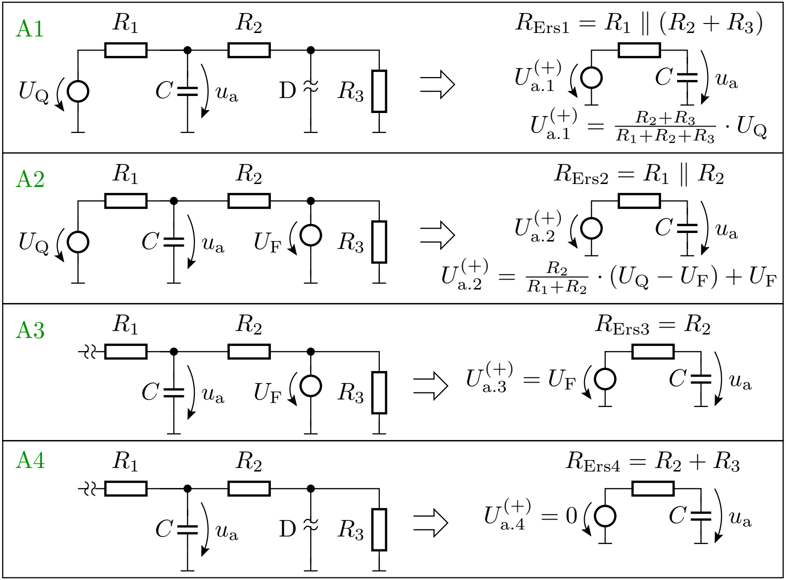


Gesucht: Zeitkonstanten und stationäre Endwerte



Arbeitsbereiche:

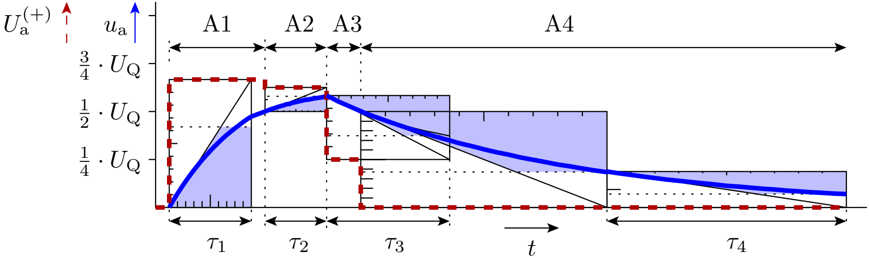
- A1 Schalter geschlossen, Diode gesperrt
- A2 Schalter geschlossen, Diode leitend
- A3 Schalter geöffnet, Diode leitend
- A4 Schalter geöffnet, Diode gesperrt



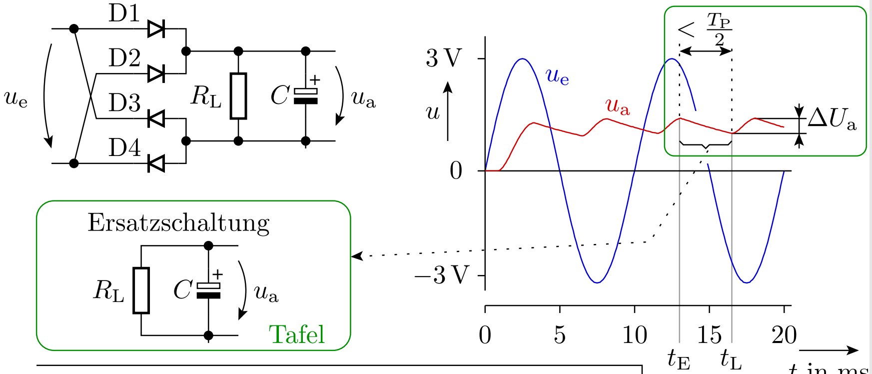
$U^{(+)}_{\mathrm{a}.i}$, τ_i für $R_1 = R_2 = R_3 = R$ und $U_{\mathrm{Q}} = 4 \cdot U_{\mathrm{F}} \Rightarrow$ Tafel

Ausgabe für: $R_1 = R_2 = R_3 = R;\ U_Q = 4 \cdot U_F$

	A1	A2	A3	A4
Schalter	geschlossen	geschlossen	geöffnet	geöffnet
Diode	gesperrt	leitend	leitend	gesperrt
u_a	$\leq \frac{1}{2} \cdot U_Q$	$> \frac{1}{2} \cdot U_Q$	$> \frac{1}{2} \cdot U_Q$	$\leq \frac{1}{2} \cdot U_Q$
τ_i	$\frac{2}{3} \cdot R \cdot C$	$\frac{1}{2} \cdot R \cdot C$	$R \cdot C$	$2 \cdot R \cdot C$
$U_{a.i}^{(+)}$	$\frac{2}{3} \cdot U_Q$	$\frac{5}{8} \cdot U_Q$	$\frac{1}{4} \cdot U_Q$	0



Glättungskondensators hinter einem Gleichrichter



t_E	Zeit Beginn Entladevorgang (Ende Ladevorgang)
t_L	Zeit Beginn Ladevorgang (Ende Entladevorgang)

$$\text{Entladefunktion: } u_a(t) = u_a(t_E) \cdot e^{-\frac{t-t_E}{R_L \cdot C}}$$

Die Größe des Kondensators ergibt sich aus der zulässigen Restwelligkeit:

$$\Delta U_{\mathrm{a.rel}} = \frac{U_{\mathrm{a.max}} - U_{\mathrm{a.min}}}{U_{\mathrm{a.max}}}$$

Maximalwert: Beginn der Entladephase:

$$U_{\mathrm{a.max}} = u_{\mathrm{a}}\left(t_{\mathrm{E}}\right)$$

Minimalwert: Ende der Entladephase:

$$U_{\mathrm{a.min}} = u_{\mathrm{a}}\left(t_{\mathrm{E}}\right) \cdot e^{-\frac{t_{\mathrm{L}} - t_{\mathrm{E}}}{R_{\mathrm{L}} \cdot C}}$$

Relative Restwelligkeit:

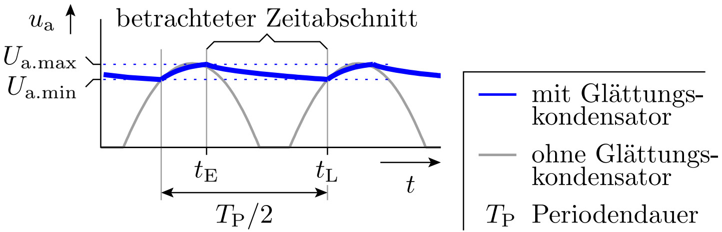
$$\Delta U_{\mathrm{a.rel}} = 1 - e^{-\frac{t_{\mathrm{L}} - t_{\mathrm{E}}}{R_{\mathrm{L}} \cdot C}}$$

Erforderliche Kapazität:

$$C \geq -\frac{t_{\mathrm{L}} - t_{\mathrm{E}}}{R_{\mathrm{L}} \cdot \ln\left(1 - \Delta U_{\mathrm{a.rel}}\right)}$$

$$C \geq -\frac{t_{\mathrm{L}} - t_{\mathrm{E}}}{R_{\mathrm{L}} \cdot \ln\left(1 - \Delta U_{\mathrm{a.rel}}\right)}$$

Worst Case: $t_{\mathrm{L}} - t_{\mathrm{E}} \leq \frac{T_{\mathrm{P}}}{2}$



Praktische Dimensionierung:

$$C \geq -\frac{T_{\mathrm{P}}}{2 \cdot R_{\mathrm{L}} \cdot \ln\left(1 - \Delta U_{\mathrm{a.rel}}\right)}$$

Beispiel

Wie groß ist der Glättungskondensator zu wählen:

- $R_\mathrm{L} \geq 100\,\Omega$
- Wechselspannung mit einer Frequenz von 50 Hz
- maximale relative Restwelligkeit $\Delta U_\mathrm{a.rel} \leq 10\%$

50 Hz $\Rightarrow$ Periodendauer $T_\mathrm{P} = 20\,\mathrm{ms}$.

$$C \geq -\frac{20\,\mathrm{ms}}{2 \cdot 100\,\Omega \cdot \ln(1 - 10\%)} \approx 950\,\mu\mathrm{F}$$

Der nächst größere verfügbare Standardwert ist $1000\,\mu$F.

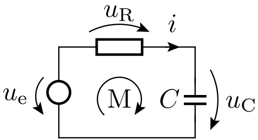
Geschaltetes RL-Glied

Duale Schaltung zum geschalteten RC-Glied

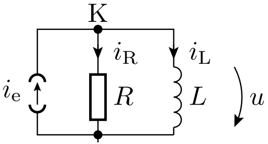
Vertauschen der Bedeutung von Strom und Spannung:

- Kapazität ⇔ Induktivität: $i = C \cdot \frac{d\,u}{d\,t} \;\Rightarrow\; u = L \cdot \frac{d\,i}{d\,t}$
- Widerstand ⇔ Leitwert: $u = R \cdot i \;\Rightarrow\; i = R^{-1} \cdot u$
- Spannungsquelle ⇔ Stromquelle
- Reihenschaltung ⇔ Parallelschaltung
- Masche ⇔ Knoten.

RC-Glied $\Longleftrightarrow$ RL-Glied



$\Longleftrightarrow$

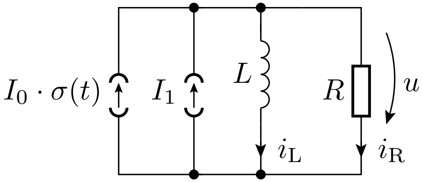


M: $u_\mathrm{R} + u_\mathrm{C} = u_\mathrm{e}$
mit: $u_\mathrm{R} = R \cdot i$
$i = C \cdot \frac{d\,u_\mathrm{C}}{d\,t}$

$\Longleftrightarrow$

K: $i_\mathrm{R} + i_\mathrm{L} = i_\mathrm{e}$
mit: $i_\mathrm{R} = R^{-1} \cdot u$
$u = L \cdot \frac{d\,i_\mathrm{L}}{d\,t}$

Grundschaltung eines geschalteten RL-Gliedes



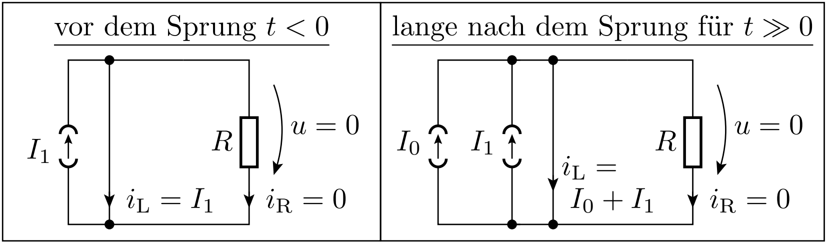
gesucht:

Anfangs- und Endwerte
$$\begin{cases} I_R^{(-)} = & I_L^{(-)} = \\ i_R(0) = & i_L(0) = \\ I_R^{(+)} = & I_L^{(+)} = \end{cases}$$

Ausgabeverlauf $i_R(t) =$ $i_L(t) =$

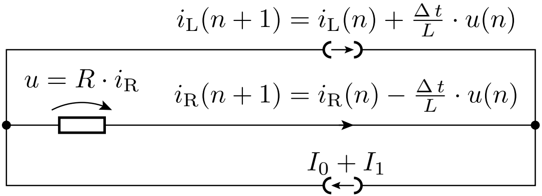
Tafel

Anfangs- und Endwert



	$u(t)$	$i_R(t)$	$i_L(t)$
vor dem Sprung	$U^{(-)} = 0$	$I_R^{(-)} = 0$	$I_L^{(-)} = I_1$
Sprungmoment	$u(0) = I_0 \cdot R$	$i_R(0) = I_0$	$i_L(0) = I_1$
stationärer Wert nach dem Sprung	$U^{(+)} = 0$	$I_R^{(+)} = 0$	$I_L^{(+)} = I_0 + I_1$

Umladevorgang



Anfangswerte:

- Induktivität: $i_{\mathrm{L}}(0) = I_{\mathrm{L}}^{(-)} = I_1$
- Widerstand: $i_{\mathrm{R}}(0) = I_0 + I_1 - i_{\mathrm{L}}(0) = I_0$

zeitdiskrete Berechnung:

$$i_{\mathrm{L}}(n+1) = i_{\mathrm{L}}(n) + \frac{R \cdot \Delta t}{L} \cdot i_{\mathrm{R}}(n)$$

$$i_{\mathrm{R}}(n+1) = i_{\mathrm{R}}(n) - \frac{R \cdot \Delta t}{L} \cdot i_{\mathrm{R}}(n) = i_{\mathrm{R}}(n) \cdot \left(1 - \frac{R \cdot \Delta t}{L}\right)$$

$$i_{\mathrm{R}}\left(n+1\right)=i_{\mathrm{R}}\left(n\right)\cdot\left(1-\frac{R\cdot\Delta t}{L}\right)\ \Rightarrow\ i_{\mathrm{R}}\left(n\right)=i_{\mathrm{R}}\left(0\right)\cdot\left(1-\frac{R\cdot\Delta t}{L}\right)^{n}$$

mit $n=\frac{t}{\Delta t}$, $i_{\mathrm{R}}\left(0\right)=I_0$, $\frac{R\cdot\Delta t}{L}=-x$ und $x\rightarrow 0$

- Spannungsverlauf Widerstand:

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{R}}\left(t\right) &= I_0\cdot\lim_{\Delta t\rightarrow 0}\left(1-\frac{R\cdot\Delta t}{L}\right)^{\frac{t}{\Delta t}}=I_0\cdot\left(\lim_{x\rightarrow 0}\left(1+x\right)^{x}\right)^{-\frac{R\cdot t}{L}} \\ &= I_0\cdot e^{-\frac{R\cdot t}{L}} \end{aligned}$$

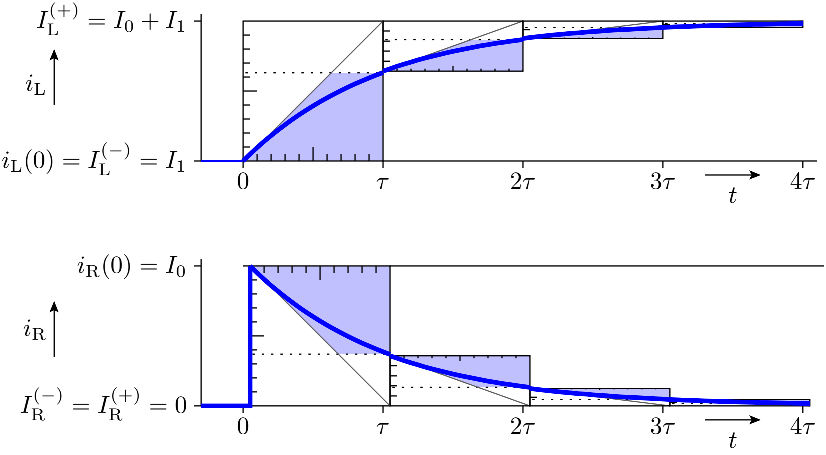
- Stromverlauf Induktivität:

$$i_{\mathrm{L}}\left(t\right)=I_1+I_0\cdot\left(1-e^{-\frac{R\cdot t}{L}}\right)$$

Abklingende Exponentialfunktion mit der Zeitkonstanten:

$$\tau=\frac{L}{R}$$

Konstruktion der Sprungantwort

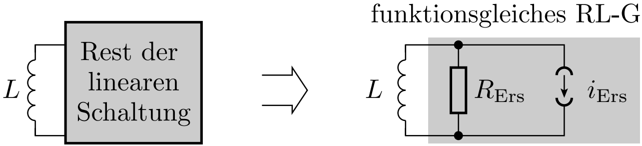


(Zusammensetzen aus τ-Elementen)

RL-Glied, Abbildung auf

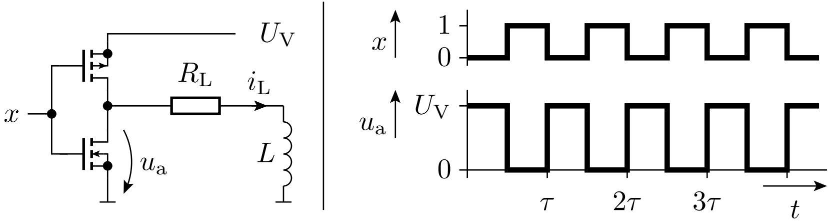
Transformation in ein funktionsgleiches geschaltetes RL-Glied

Alle linearen (oder abschnittsweise linearen) Schaltungen mit einer wesentlichen Induktivität und ohne (wesentliche) Kapazität lassen sich durch ein funktionsgleiches RL-Glied annähern:



»Wesentlich« bedeutet hier, dass die Umladezeit für diese Induktivität viel größer als für alle anderen Induktivitäten und Kapazitäten ist.

Ansteuerung eines Elektromagneten mit einem CMOS-Inverter



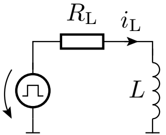
Wie lauten die Parameter des funktionsgleichen RL-Gliedes?
Welchen Signalverlauf hat der Strom i_L?
Das Modell des CMOS-Inverters sei:

$$u_a = \begin{cases} U_V & \text{für} \quad x = 0 \\ 0 & \text{für} \quad x = 1 \end{cases}$$

Lösung

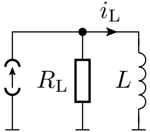
Ersatz des Inverters

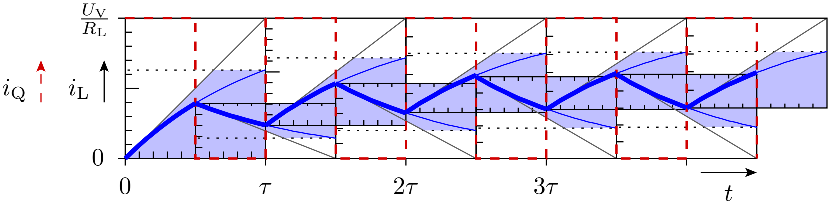
$$u_a = \begin{cases} U_V & x = 0 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$$



funktionsgleiches RL-Glied

$$i_Q = \begin{cases} \frac{U_V}{R_L} & x = 0 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$$



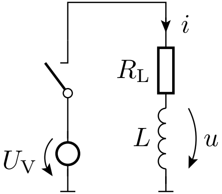


Abschnittsweise Annäherung durch geschaltete RL-Glieder

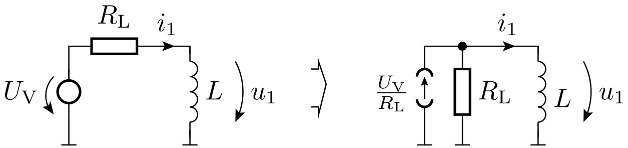
Die Abbildung auf ein geschaltetes RL-Glied ist auch für einzelne lineare Arbeitsbereiche möglich.

Zwei lineare Arbeitsbereiche:

- Schalter geschlossen,
- Schalter geöffnet.



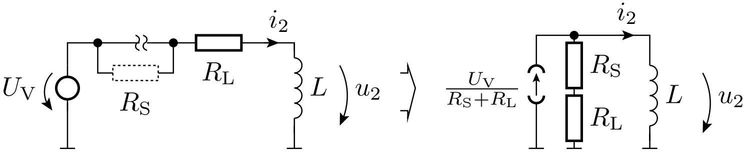
Funktionsgleiches RL-Glied für Schalter geschlossen



$$I_1^{(+)} = \frac{U_V}{R_L}$$

$$\tau_1 = \frac{L}{R_L}$$

Funktionsgleiches RL-Glied für Schalter geöffnet



$$I_2^{(+)} = \lim_{R_S \to \infty} \left(\frac{U_V}{R_L + R_S} \right) = 0$$

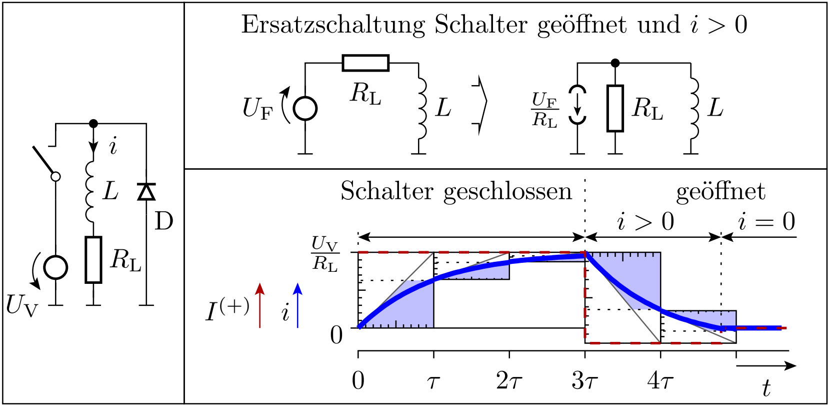
$$\tau_2 = \lim_{R_S \to \infty} \left(\frac{L}{R_L + R_S} \right) = 0$$

Problem: Ausschaltmoment

$$\begin{aligned} i_2(0) &= I_1^{(+)} = \frac{U_V}{R_L} \\ u_2(0) &= \lim_{R_S \to \infty} \left((R_L + R_S) \cdot i_2(0) \right) \to \infty \end{aligned}$$

Bevor eine Spannung unendlich wird, gibt es einen dielektrischen Durchschlag (Funkenüberschlag am Schaltkontakt).

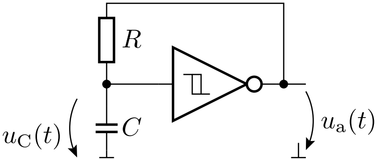
Freilaufdiode

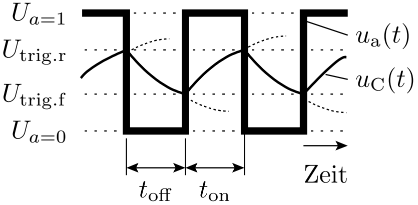


RC-Oszillator

Einfacher RC-Oszillator

- Prinzip: Periodisches Umladen eines RC-Gliedes.
- Beispiel: Umladesteuerung mit einem Schwellwertschalter mit Hysterese.





Entladefunktion:

$$u_C(t) = U_{a=0} - (U_{a=0} - U_{trig.r}) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Ladefunktion:

$$u_C(t) = U_{a=1} - (U_{a=1} - U_{trig.f}) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Entladefunktion:

$$u_{\mathrm{C}}(t) = U_{a=0} - \left(U_{a=0} - U_{\mathrm{trig.r}}\right) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Ladefunktion:

$$u_{\mathrm{C}}(t) = U_{a=1} - \left(U_{a=1} - U_{\mathrm{trig.f}}\right) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

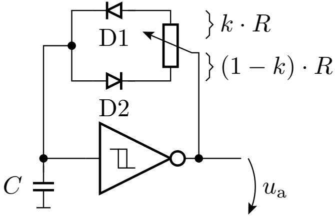
Entladezeit t_{off}, in der die Ausgangsspannung »0« ist:

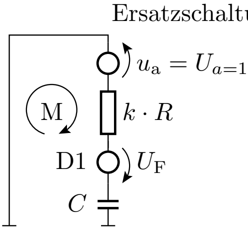
$$\begin{aligned} U_{\mathrm{trig.f}} &= U_{a=0} - \left(U_{a=0} - U_{\mathrm{trig.r}}\right) \cdot e^{-\frac{t_{\mathrm{off}}}{R \cdot C}} \\ t_{\mathrm{off}} &= R \cdot C \cdot \ln\left(\frac{U_{a=0} - U_{\mathrm{trig.r}}}{U_{a=0} - U_{\mathrm{trig.f}}}\right) \end{aligned}$$

Die Aufladezeit t_{on}, in der die Ausgangsspannung »1« ist:

$$\begin{aligned} U_{\mathrm{trig.r}} &= U_{a=1} - \left(U_{a=1} - U_{\mathrm{trig.f}}\right) \cdot e^{-\frac{t_{\mathrm{on}}}{R \cdot C}} \\ t_{\mathrm{on}} &= R \cdot C \cdot \ln\left(\frac{U_{a=1} - U_{\mathrm{trig.f}}}{U_{a=1} - U_{\mathrm{trig.r}}}\right) \end{aligned}$$

Rechteckgenerator mit einstellbarer Pulsweite





Parameter:

$U_\mathrm{C}^{(+)} = U_{a=1} - U_\mathrm{F}$

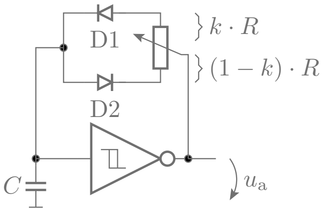
$u(0) = U_\mathrm{trig.f}$

$u(t_\mathrm{on}) = U_\mathrm{trig.r}$

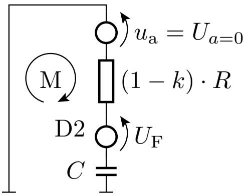
$\tau_\mathrm{L} = k \cdot R \cdot C$

Ladezeit:

$$t_\mathrm{on} = k \cdot R \cdot C \cdot \ln\left(\frac{U_{a=1} - U_\mathrm{F} - U_\mathrm{trig.f}}{U_{a=1} - U_\mathrm{F} - U_\mathrm{trig.r}}\right)$$



Ersatzschaltung Entladen



Parameter:

$U_\mathrm{C}^{(+)} = U_{a=0} + U_\mathrm{F}$

$u(0) = U_\mathrm{trig.r}$

$u(t_\mathrm{off}) = U_\mathrm{trig.f}$

$\tau_\mathrm{E} = (1-k) \cdot R \cdot C$

$$t_\mathrm{off} = (1-k) \cdot R \cdot C \cdot \ln\left(\frac{U_{a=0} + U_\mathrm{F} - U_\mathrm{trig.r}}{U_{a=0} + U_\mathrm{F} - U_\mathrm{trig.f}}\right)$$

Mit

$$\left(\frac{U_{a=0} + U_\mathrm{F} - U_\mathrm{trig.r}}{U_{a=0} + U_\mathrm{F} - U_\mathrm{trig.f}}\right) = \left(\frac{U_{a=1} - U_\mathrm{F} - U_\mathrm{trig.f}}{U_{a=1} - U_\mathrm{F} - U_\mathrm{trig.r}}\right) = konst.$$

ist die absolute Pulsbreite konstant:

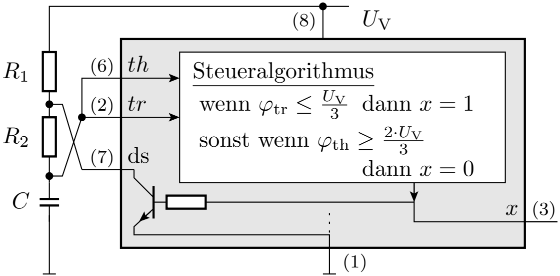
$$T_\mathrm{P} = t_\mathrm{on} + t_\mathrm{off} = R \cdot C \cdot \ln(konst.)$$

und die relative Pulsbreite gleich dem Einstellwert: $\eta_\mathrm{T} = k$

Rechteckgenerator mit einem NE555

NE555: Standardschaltkreis für die Lade-Entlade-Steuerung eines geschalteten RC-Gliedes bestehend aus

- zwei Komparatoren und einem
- Transistor zum Entladen der Kapazität des RC-Gliedes.



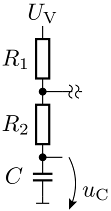
Anschlüsse

φ_{th}	Ausschaltschwelle (threshhold)
φ_{tr}	Einschaltschwelle (trigger)
ds	Entladen (discharge)
x	Ausgang

Aufladen über $R_1 + R_2$

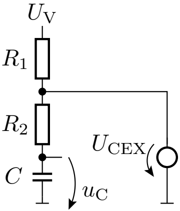
Entladen über R_2

Ersatzschaltung Aufladevorgang
(Ausgang ist null)



Parameter:
$U_C^{(+)} = U_V$
$u_C(0) = \frac{U_V}{3}$
$u_C(t_{dr}) = \frac{2 \cdot U_V}{3}$
$\tau_{off} = (R_1 + R_2) \cdot C$

Ersatzschaltung Entladevorgang
(Ausgangs ist eins)



Parameter:
$U_C^{(+)} = U_{CEX} \approx 0{,}2\,\mathrm{V}$
$u(0) = \frac{2 \cdot U_V}{3}$
$u(t_{df}) = \frac{U_V}{3}$
$\tau_{on} = R_2 \cdot C$

$$u_C(t_{on}) = \frac{1}{3} \cdot U_V = U_{CEX} - \left(U_{CEX} - \frac{2}{3} \cdot U_V \right) \cdot e^{-\frac{t_{on}}{R_2 \cdot C}}$$

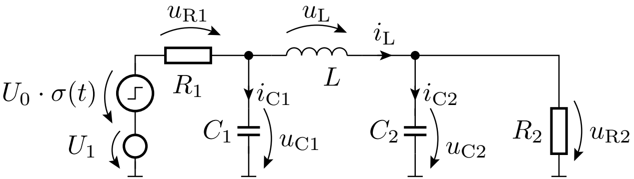
$$t_{on} = R_2 \cdot C \cdot \ln\left(\frac{U_{CEX} - \frac{2}{3} \cdot U_V}{U_{CEX} - \frac{1}{3} \cdot U_V} \right) \approx R_2 \cdot C \cdot \ln(2)$$

$$u_C(t_{off}) = \frac{2}{3} \cdot U_V = U_V - \left(U_V - \frac{1}{3} \cdot U_V \right) \cdot e^{-\frac{t_{off}}{(R_1+R_2) \cdot C}}$$

$$t_{off} = \ldots = (R_1 + R_2) \cdot C \cdot \ln(2)$$

Aufgaben

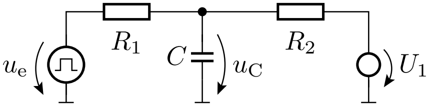
Allgemeines geschaltetes System

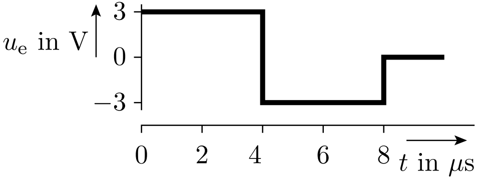


$U_0 = U_1 = 1\,\mathrm{V}$
$R_1 = 1\,\mathrm{k\Omega}$
$R_2 = 3\,\mathrm{k\Omega}$
$C_1 = 1\,\mathrm{nF}$
$C_2 = 2\,\mathrm{nF}$
$L = 10\,\mathrm{mH}$

- Schätzen Sie die Werte von u_{R2} für die stationären Zustände vor und nach dem Sprung ($t < 0$, $t \gg 0$) und im Sprungmoment $t = 0$.

Lineares System mit einer Kapazität

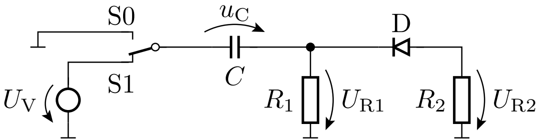




$R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}$
$R_2 = 1\,\mathrm{k\Omega}$
$C = 3\,\mathrm{nF}$
$U_1 = 1{,}5\,\mathrm{V}$
$u_C(0) = 1\,\mathrm{V}$

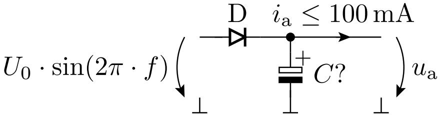
1. Rechnen Sie die Schaltung in die Grundschaltung eines geschalteten RC-Glieds um.
2. Bestimmen Sie die Zeitkonstante τ.
3. Konstruieren Sie den Spannungsverlaufs von u_C.

Abschnittsweise lineares System mit einer Kapazität



- Welchen Arbeitsbereiche sind zu unterscheiden?
- Entwickeln Sie für jeden Arbeitsbereich die Ersatzschaltung.
- Bestimmen Sie für jeden Arbeitsbereich die Zeitkonstante.
- Bestimmen Sie den stationären Wert, gegen den u_C in jedem Arbeitsbereich strebt.

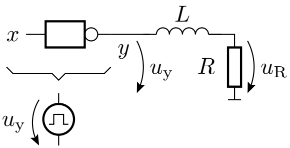
Berechnung des Glättungskondensators

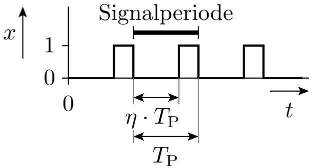


$U_0 = 12\,\mathrm{V}$
$\Delta U_{\mathrm{a.rel}} \le 5\%$
$f = 50\,\mathrm{Hz}$

Wie groß muss der Glättungskondensator hinter der Diode sein, damit die relative Restwelligkeit der geglätteten Spannung nicht größer als 5% ist?

PWM mit Glättungsinduktivität





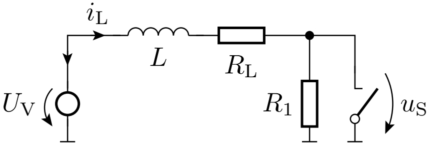
$L = 100\,\mathrm{mH}$
$R = 100\,\Omega$
$U_V = 10\,\mathrm{V}$
$\eta = 0{,}7$
$T_P = 1\,\mathrm{ms}$
$u_R(0) = 0$

Modell für den Inverter:

$$u_y = \begin{cases} U_V & x = 0 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$$

- Transformation in ein geschaltetes RL-Glied mit demselben Strom durch die Induktivität.
- Wie groß ist die Zeitkonstante τ?
- Schätzen des Spannungsverlauf über dem Widerstand für das Zeitintervall $0 \le t \le 4\,\mathrm{ms}$.

Schalten induktiver Lasten

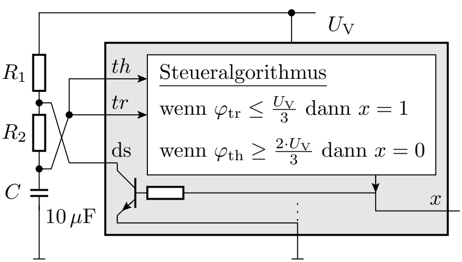


$U_\mathrm{V} = 10\,\mathrm{V}$
$R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega}$
$R_\mathrm{L} = 100\,\Omega$
$L = 100\,\mathrm{mH}$

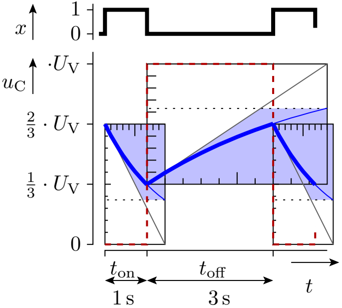
- Wie groß ist die Spannung u_S über dem Schalter im Ausschaltmoment?

Oszillator mit dem NE555

Schaltung



Soll-Verhalten



- Wie groß müssen R_1 und R_2 sein?