



# Elektronik I, Foliensatz 5

## 2.1 Kapazitäten und Induktivitäten, 2.2 Zeitdiskrete Modellierung

G. Kemnitz

Institut für Informatik, Technische Universität Clausthal  
2. Dezember 2014



## Zeitveränderliche Ströme und Spannungen

- Ab jetzt dürfen Spannungen und Ströme auch Signale, d.h. zeitabhängige Größen sein.
- Zeitabhängige Ströme und Spannungen werden im Weiteren zur Unterscheidung von konstanten Strömen und Spannungen mit den kleinen Buchstaben  $i$  und  $u$  bezeichnet.

### Definition 1

Ein Signal ist der zeitliche Werteverlauf einer physikalischen Größe, der zur Darstellung von Information verwendet wird.



## Zusätzliche physikalische Gesetzmäßigkeiten

- Umladeströme
  - Spannungsänderungen in einem Leiter erfordern Ladungsänderungen.
  - Ladungsänderung erfordern Umladeströme.
  - Umladeströme in den Knotengleichungen berücksichtigen!  
Modellierung mit einem neuen Zweipol: Kapazität
- Induktionsspannungen
  - Stromdurchflossene Leiter sind von einem Magnetfeld umgeben.
  - Änderungen des Magnetfeldes verursachen Induktionsspannungen.
  - Induktionsspannungen in den Maschengleichungen berücksichtigen!  
Modellierung mit einem neuen Zweipol: Induktivität



## Inhalt

### Kapazität, Induktivität

- 1.1 Kapazität
- 1.2 Induktivität
- 1.3 Gegeninduktivität
- 1.4 Dreckeffekte
- 1.5 Aufgaben

### Zeitdiskretes Modell

- 2.1 Prinzip
- 2.2 Glättungskondensator
- 2.3 Schaltnetzteil
- 2.4 H-Brücke
- 2.5 CMOS-Inverter
- 2.6 Aufgaben



## Kapazität, Induktivität

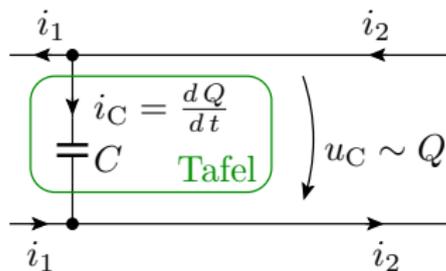
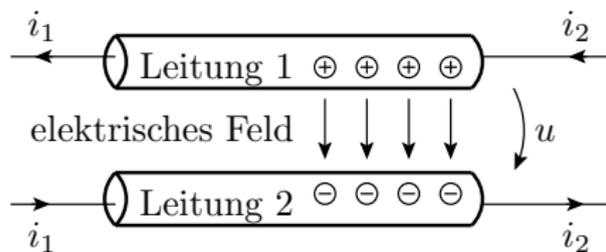


# Kapazität

## Kapazität

- Die Spannung ist proportional zur Feldstärke.
- Die Ursache elektrischer Felder sind Ladungsträger.
- Spannung proportional Ladung. Proportionalitätsfaktor

$$\text{Kapazität: } C = \frac{Q}{u}$$



- Modellierung als Zweipol, der Bauteil (Kondensator) oder Element einer Ersatzschaltung, z.B. einer Leitung, sein kann.



- Die Maßeinheit der Kapazität ist Farad:

$$[C] = 1 \text{ F} = 1 \frac{\text{As}}{\text{V}}$$

- Die Kapazität zwischen Schaltungspunkten ist meist wesentlich kleiner als  $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$ .
- kapazitiver Umladestrom:

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{du}{dt}$$

Um über einer Kapazität von  $1 \text{ pF}$  die Spannung um  $1 \text{ V}$  zu erhöhen, muss sie mit einer Ladung von  $10^{-12} \text{ As}$  geladen werden, z.B. indem  $1 \text{ ns}$  lang ein Strom von  $1 \text{ mA}$  fließt.

- Die Spannung zwischen zwei Schaltungspunkten ändert sich nur so schnell, wie sich die Kapazität auf- bzw. entlädt:

$$u(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_{t_0}^t i(\tau) \cdot d\tau + u(t_0)$$

## Kondensatoren

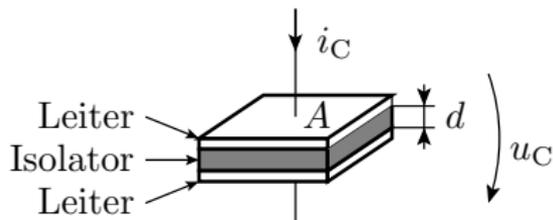


Kapazitätzweipole als Bauteile werden als Kondensatoren bezeichnet. Es gibt Sie im Bereich von pF bis mehrere Farad.

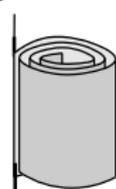
- Kleine Kapazitäten sind einfache Plattenkondensatoren mit:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d}$$

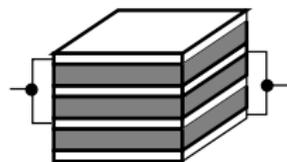
- Größere verwenden Spezialkeramik/Folie mit großem  $\varepsilon$  als Isolator.
- Noch größere werden in Vielschicht- oder gewickelter Bauweise zur Vergrößerung von  $A$  gefertigt.



gewickelt



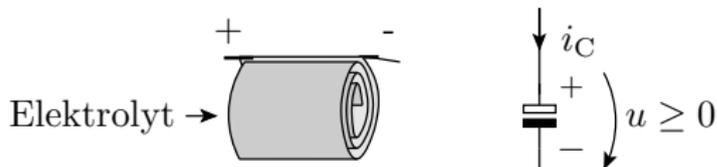
Vielschicht



## Elektrolytkondensatoren

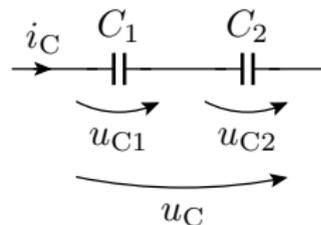


- Sehr dünne elektrolytisch erzeugte Isolationsschicht.
- Große Kapazität pro Fläche und Volumen.
- Nur mit einer positiven Spannung in der angegebenen Richtung betreibbar.
- Bei Falschpolung wird die Isolationsschicht verstört. Kurzschluss der Platten. Ohne Strombegrenzung thermische Zerstörung.





## Reihenschaltung



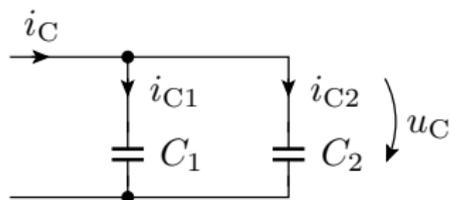
$$\begin{aligned}u_C &= u_{C.1} + u_{C.2} \\&= \frac{1}{C_1} \cdot \int_{t_0}^t i_C(\tau) \cdot d\tau + \frac{1}{C_2} \cdot \int_{t_0}^t i_C(\tau) \cdot d\tau + u_{C.1}(t_0) + u_{C.2}(t_0) \\&= \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \cdot \int_{t_0}^t i_C(\tau) \cdot d\tau + u_{C.1}(t_0) + u_{C.2}(t_0)\end{aligned}$$

Das Reziproke der Gesamtkapazität ist die Summe der Reziproken der Einzelkapazitäten:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



## Parallelschaltung



$$i_C = C \cdot \frac{du_C}{dt} = i_{C,1} + i_{C,2} = C_1 \cdot \frac{du_C}{dt} + C_2 \cdot \frac{du_C}{dt}$$
$$C = C_1 + C_2$$

Hilfestellung: Modell des Plattenkondensators:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d}$$

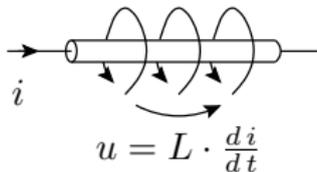
- Parallelschaltung  $\Rightarrow$  Vergrößerung der Fläche  $A$
- Reihenschaltung  $\Rightarrow$  Vergrößerung des Abstands  $d$



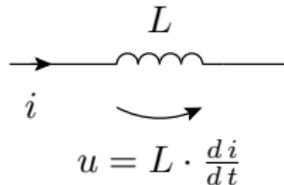
# Induktivität

- Jeder elektrische Strom ist von einem Magnetfeld umgeben.
- Bei Änderung des Stroms ändert sich die gespeicherte magnetische Energie.
- Es wird eine zur Stromänderung proportionale Spannung induziert, die der Änderung des Stromes entgegen wirkt.  
Proportionalitätsfaktor:  $L$  (Induktivität), Maßeinheit Henry ( $1 \text{ H} = 1 \text{ Vs/A}$ )

Strom, Magnetfeld und Induktionsspannung



Schaltsymbol der Induktivität



- Modellierung als Zweipol, der Bauteil (Spule) oder Element einer Ersatzschaltung, z.B. einer Leitung, sein kann.



- Der Strom über einer Induktivität (auch der einer Leitung) lässt sich nur so schnell ändern, wie das Magnetfeld auf- oder abgebaut wird:

$$i(t) = \frac{1}{L} \cdot \int_{t_0}^t u(\tau) \cdot d\tau + i(t_0)$$

Bei einer konstanten Spannung  $u(\tau) = U$  nimmt der Strom proportional mit der Zeit zu:

$$i(t) = \frac{U}{L} \cdot t + i(t_0)$$

- Die Größenordnung der Induktivität einer Leitung ist  $\approx 1$  nH je mm Leitungslänge.



## Beispielrechnung

Wie viel Strom fließt, wenn eine Spannungsquelle mit  $U_Q = 1\text{ V}$  mit einer Leitung der Länge  $1\text{ m}$  für  $1\text{ }\mu\text{s}$  kurzgeschlossen wird?

- Die Induktivität ist etwa  $L \approx 1\text{ m} \cdot \frac{1\text{ nH}}{1\text{ mm}} = 1\text{ }\mu\text{H}$ .
- Anfangsstrom  $i(0) = 0$ . Für  $t \leq 1\text{ }\mu\text{s}$  gilt:

$$i(t) = \frac{1\text{ V}}{1\text{ }\mu\text{H}} \cdot t$$

- Endwert nach  $1\text{ }\mu\text{s}$ :  $i(1\text{ }\mu\text{s}) = 1\text{ A}$ .

Die Eigenschaft, dass ein Strom bei Kurzschluss einer Spannungsquelle eine geringe Zeit benötigt, bis er so groß ist, dass er das Bauteil zerstört, wird z.B. bei der Überstrom-Abschaltautomatik von Leistung-MOS-Transistoren benutzt.

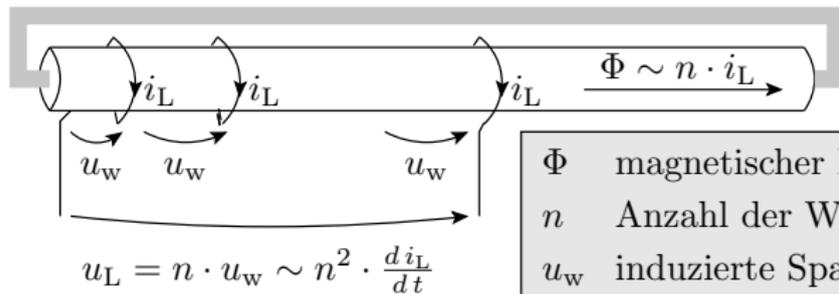


## Spule

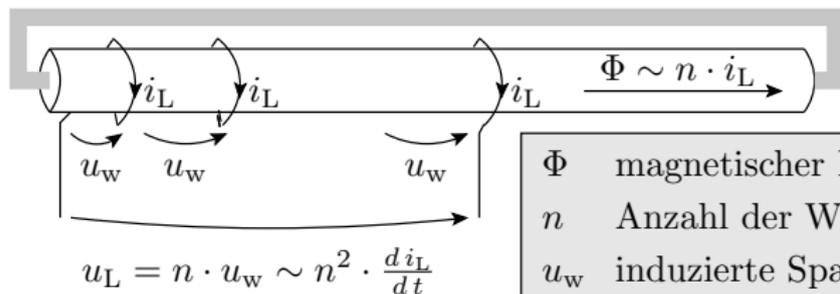


Die Regel, dass die Induktivität sich proportional zur Leitungslänge verhält, gilt nur für gerade Leiter.

Bei dem Bauteil Spule umschließt die Leitung den magnetischen Fluss mehrfach:



- Für die Magnetfelderzeugung verlaufen die Ströme durch die einzelnen Windungen parallel.
- Für die induzierten Spannungen bilden die Wicklungen eine Reihenschaltung.



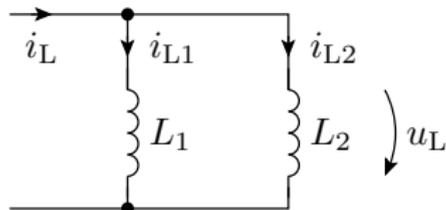
- Der magnetische Fluss wächst proportional mit der Windungszahl  $n$ .
- Der Proportionalitätsfaktor hängt von der Geometrie der Spule und dem Material, in dem sich das Magnetfeld ausbreitet, ab<sup>1</sup>.
- Für die induzierten Spannungen bilden die Wicklungen eine Reihenschaltung;  $u_L$  proportional zu  $n$  und  $\Phi$ :

$$L \sim n^2$$

<sup>1</sup>Spulen für hohe Induktivitäten haben einen eisenhaltigen Kern, meist Ferit (magnetflussverstärkend, nichtleitend, nicht magnetisierbar).

## Parallelschaltung

(keine Magnetfeldkopplung)



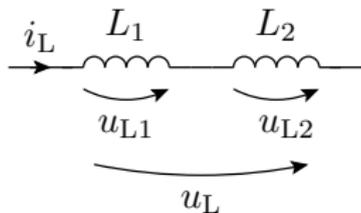
$$\begin{aligned}
 i_L &= i_{L.1} + i_{L.2} \\
 &= \frac{1}{L_1} \cdot \int_{t_0}^t u_L(\tau) \cdot d\tau + \frac{1}{L_2} \cdot \int_{t_0}^t u_L(\tau) \cdot d\tau + i_{L.1}(t_0) + i_{L.2}(t_0) \\
 &= \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) \cdot \int_{t_0}^t u_L(\tau) \cdot d\tau + i_{L.1}(t_0) + i_{L.2}(t_0)
 \end{aligned}$$

Das Reziproke der Gesamtinduktivität ist die Summe der Reziproken der Einzelinduktivitäten:

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

## Reihenschaltung

(keine Magnetfeldkopplung)



$$u_L = u_{L.1} + u_{L.2} = L_1 \cdot \frac{di_L}{dt} + L_2 \cdot \frac{di_L}{dt}$$

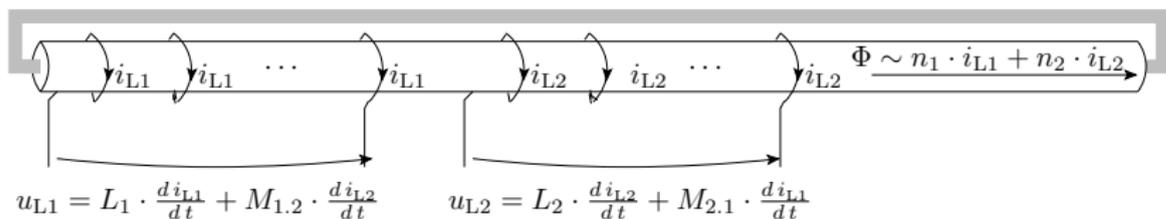
Die Gesamtinduktivität ist die Summe der Einzelinduktivitäten:

$$L = L_1 + L_2$$



## Gegeninduktivität

## Gegeninduktivität

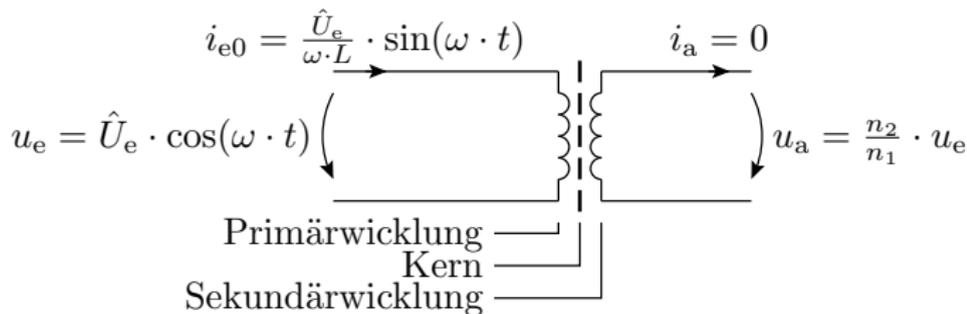


$n_j$	Windungszahl Wicklung $j$	$L_j \sim n_j^2$	Eigeninduktivität $j$
$\Phi$	magnetischer Fluss	$M_{j,k} \sim n_j \cdot n_k$	Gegeninduktivität $j.k$

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 & M_{1,2} \\ M_{2,1} & L_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \end{pmatrix}$$

- Jede Stromänderung verursacht in allen Leitern, die vom selben Magnetfeld umgeben sind, eine Induktionsspannung.

## Transformator



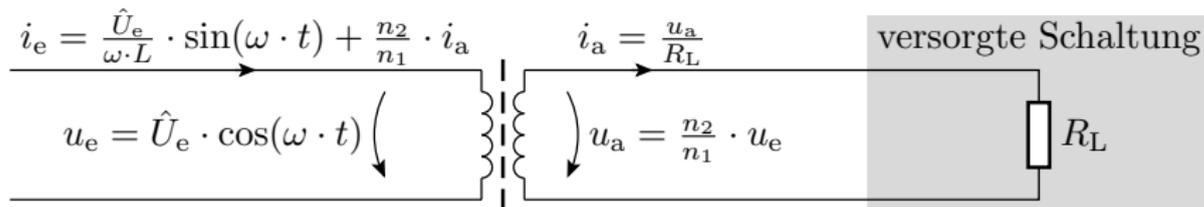
### Betrachtungsfall 1: $i_a = 0$

- $i_e$  regelt sich so ein, dass die Eingangsspannung gleich der Induktionsspannung ist:

$$u_e = \hat{U}_e \cdot \cos(\omega \cdot t) = L_1 \cdot \frac{di_{e0}}{dt}$$

$$i_{e0} = \frac{\hat{U}_e}{\omega \cdot L} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

- Die induzierte Ausgangsspannung ist Eingangsspannung mal Windungsverhältnis.



Kompensation des Sekundärstroms  $i_a$  durch einen zusätzlichen Primärstrom  $i_{e1}$  so, dass der den Kern umfließende Strom gleich bleibt:

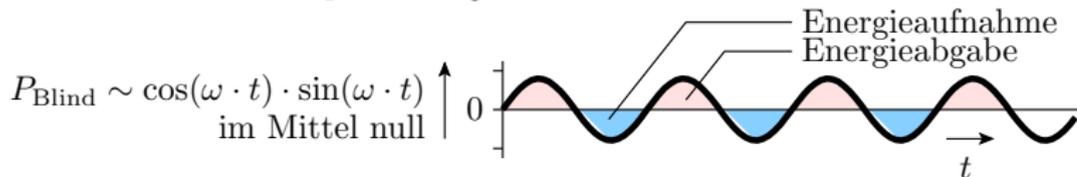
$$i_e = i_{e0} + i_{e1} = i_{e0} + \underbrace{\frac{n_2}{n_1} \cdot i_a}_{\frac{\omega \cdot \hat{U}_e}{L_1} \cdot \sin(\omega \cdot t)}$$

$$i_a = \frac{u_a}{R_L} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{u_e}{R_L} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\hat{U}_e \cdot \cos(\omega \cdot t)}{R_L}$$

$$i_e = \frac{\hat{U}_e}{\omega \cdot L} \cdot \sin(\omega \cdot t) + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \frac{\hat{U}_e \cdot \cos(\omega \cdot t)}{R_L}$$

## Leistungsumsatz in einem Transformator

$$\begin{aligned}
 P &= \underbrace{u_e \cdot i_{e0}}_{P_{\text{Blind}}} + \underbrace{u_e \cdot i_{e1}}_{P_{\text{Wirk}}} \\
 &= \underbrace{\frac{\hat{U}_e^2}{\omega \cdot L_1} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t)}_{P_{\text{Blind}} \text{ (Blindleistung)}} + \underbrace{\frac{n_2 \cdot \hat{U}_e^2 \cdot \cos(\omega \cdot t)^2}{n_1 \cdot R_L}}_{P_{\text{Wirk}} \text{ (Wirkleistung)}}
 \end{aligned}$$





## Dreckeffekte



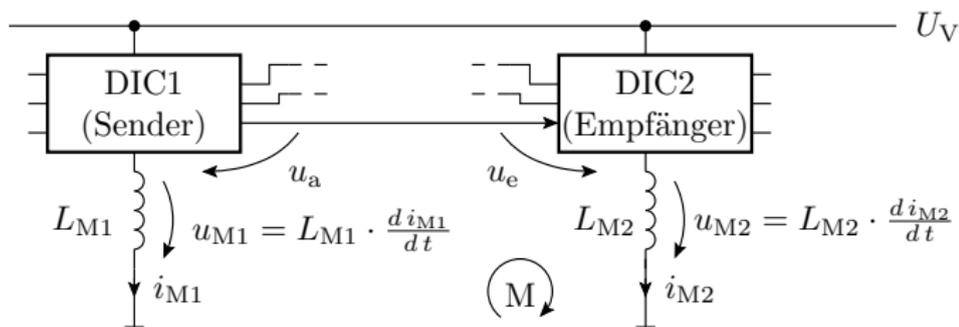
## Parasitäre Kapazitäten und Induktivitäten

- Jede Verbindung besitzt eine Induktivität.
- Zwischen allen benachbarten Verbindungen gibt es Kapazitäten und Gegeninduktivitäten.

Die meisten dieser Kapazitäten und Induktivitäten:

- sind unerwünscht und
- bleiben im (Simulations-) Modell unberücksichtigt.
- Der unerwünschte Einfluss auf die Funktion wird bei der Simulation nicht sichtbar.
- Die Ursachen der dadurch verursachten Fehlfunktionen sind messtechnisch schwer zu lokalisieren.

## Ground Bounce



DIC digitaler integrierter Schaltkreis

$L_{M.i}$  Induktivität der Verbindung zum Bezugspunkt (typ.  $10^{-8}$  H)

Die wahrgenommene Eingangsspannung am Eingang von DIC2:

$$u_e = u_a + L_{M1} \cdot \frac{di_{M1}}{dt} - L_{M2} \cdot \frac{di_{M2}}{dt}$$

Größenordnung der Spannungsverfälschungen:

$$L_{M.i} \cdot \frac{di_{M.i}}{dt} \approx 10 \text{ nH} \cdot \frac{100 \text{ mA}}{\text{ns}} = 1 \text{ V}$$



## Potentielle Fehlfunktionen

Die Induktionsspannung auf der Massezuleitung kann sein:

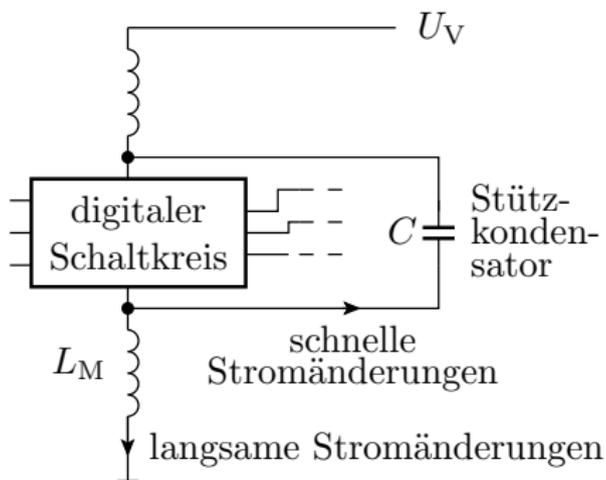
- positiv  $\Rightarrow$  potentielle Signalverfälschung von 0 in 1
- negativ  $\Rightarrow$  potentielle Signalverfälschung von 1 in 0

für alle Anschlussignale des Schaltkreises.

Maßnahmen zur Fehlervermeidung:

- Signale nach Schaltvorgängen erst nach Abschluss der kapazitiven und induktiven Umladevorgänge auswerten.
- Stützkondensatoren.
- Induktivitätsarme Masseleitungen (keine scharfen Knicke, großflächige Masseleitungen oder Masseebene).
- Schaltflanken nur so steil wie nötig.
- Differenzielle Signalübertragung.

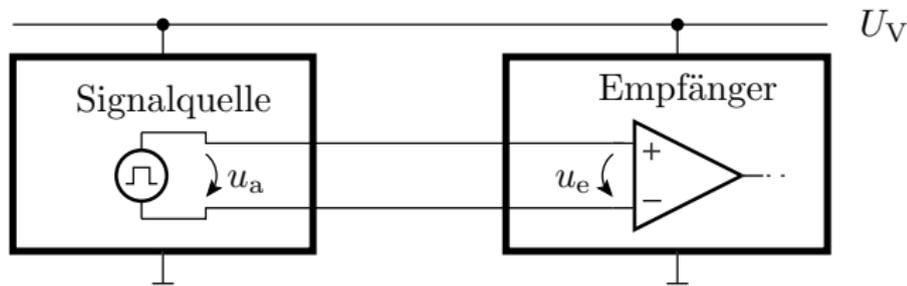
## Stützkondensator



- Induktivitätsarmer Scheibenkondensator mit einer Kapazität von etwa 10 nF bis 100 nF als Spannungsquelle für schnelle Stromänderungen.
- Anordnung unmittelbar an den Versorgungsanschlüssen des Schaltkreises.
- Extra Stützkondensator(en) je digitaler Schaltkreis.

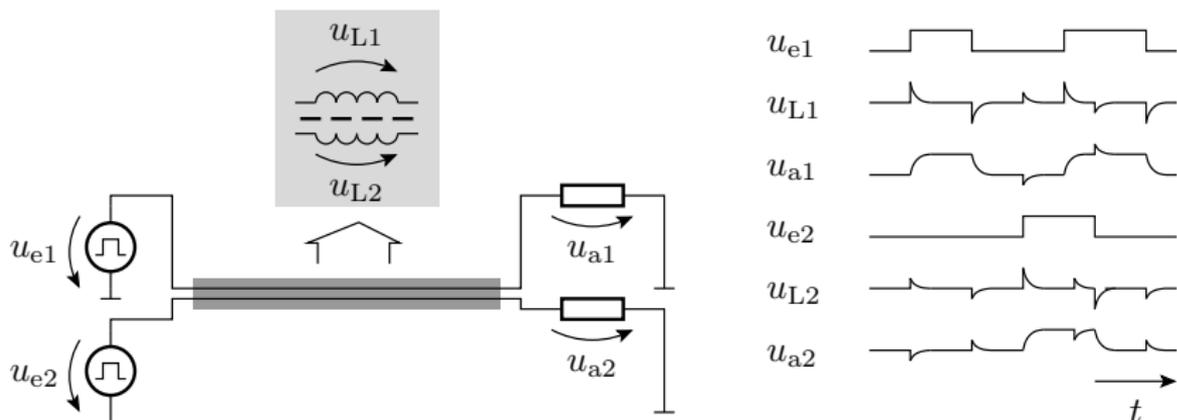
## Differenzielle Signalübertragung

- Extra Leitung statt Masseleitung für die Bezugsspannung.
- Auswertung der Differenz zwischen zwei Signalleitungen statt der Differenz zum Bezugspunkt.
- Induktionsspitzen auf den Versorgungsleitungen haben keinen Einfluss auf die Differenzspannung am Eingang des Empfängers, weil sie nicht in der Masche liegen.



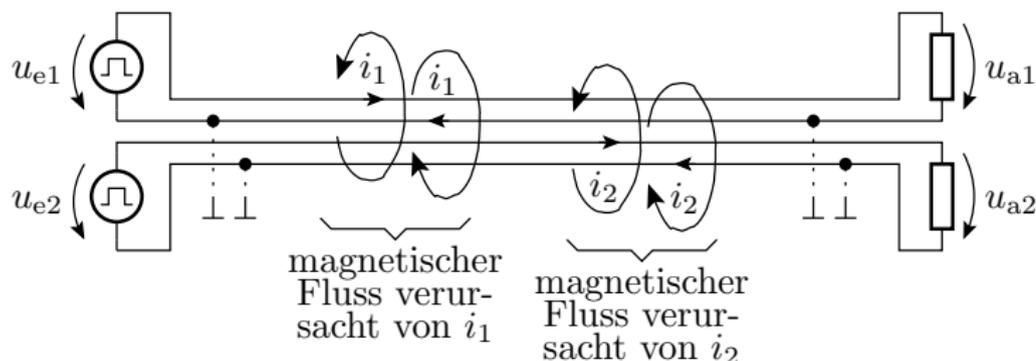
## Induktives Übersprechen

- Benachbarte Leitungen funktionieren wie ein Transformator.
- Schnelle Stromänderungen auf einer Leitung verursachen Induktionsspannungsspitzen auf den benachbarten Leitungen.



## Vermeidung von induktivem Übersprechen

- Vermeidung schneller Stromänderungen.
- Masseleitung zwischen zwei Signalleitungen.
- Differenzielle Signalübertragung (Minderung des induktiven Übersprechens durch Kompensation der Magnetfelder durch den Rückstrom).



- Koaxialkabel
- Twisted-Pair-Kabel



## Kapazitives Übersprechen

- Kapazitiven Spannungsteiler zwischen benachbarten Leitungen.

Vermeidung von Fehlfunktionen:

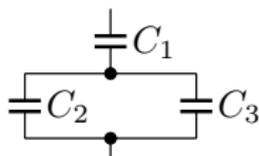
- Geeignete Leitungsführung,
- Signaländerungsgeschwindigkeiten nicht größer als nötig etc.



# Aufgaben

## Aufgaben

Wie groß ist die Gesamtkapazität der nachfolgenden Schaltung?



$$C_1 = 2 \mu\text{F}$$

$$C_2 = 3 \mu\text{F}$$

$$C_3 = 1 \mu\text{F}$$

- 
- Über einer Induktivität  $L = 10 \text{ mH}$  liegt eine konstante Spannung  $U$  an. Wie groß ist diese Spannung, wenn der Strom in einer Zeit  $\Delta t = 1 \text{ ms}$  von  $100 \text{ mA}$  auf  $200 \text{ mA}$  ansteigt?
  - Wie viel elektrische Energie wird dabei in magnetische Energie umgesetzt?
- 

Warum vergrößert sich die Induktivität eines Drahtes, wenn er zu einer Spule aufgewickelt wird?



## Transformatorberechnung

Ein Transformator zur Umwandlung der Netzspannung von 230 V in eine Niederspannung von 20 V hat eine Sekundärwicklung, an der die Niederspannung abgegriffen wird, mit  $n_2 = 40$  Windungen.

- Wie groß ist die Windungszahl der Primärwicklung?
- Wie müsste die Windungszahl der Sekundärwicklung verändert werden, damit der Trafo eine Niederspannung von 8 V liefert?
- Wie groß ist der maximale Strom der 8V-Sekundärwicklung, wenn die 230V-Primärwicklung mit einer 0,1 A-Sicherung abgesichert ist<sup>2</sup>?

---

<sup>2</sup>Der Blindstrom sei im Überschlag zu vernachlässigen.



## Allg. Entwurfsregeln

- Warum benötigen schnelle digitale Schaltkreise Stützkondensatoren?

- 
- Welchen Vorteil hat ein großer Störabstand beim Entwurf digitaler Schaltungen?



# Zeitdiskretes Modell



Eine Schaltung mit zeitveränderlichen Spannungen und Strömen bildet sich auf ein Differentialgleichungssystem ab. Wie löst man am einfachsten Differentialgleichungssysteme?

⇒ Numerisch unter Annäherung der Differentialgleichungen durch Differenzgleichungen.



# Prinzip

## Zeitdiskretes Modell für Kapazitäten und Induktivitäten

Eine Kapazität verhält sich wie eine Spannungsquelle, deren Wert sich proportional zum Strom ändert. Eine Induktivität verhält sich wie eine Stromquelle, deren Wert sich proportional zur Spannung ändert.

Für einen kleinen Zeitschritt

$$\Delta t = t_{n+1} - t_n$$

Kapazität  $\Rightarrow$  Konstantspannungsquelle

Induktivität  $\Rightarrow$  Konstantstromquelle

$$u_C(n+1) = u_C(n) + \frac{1}{C} \cdot \int_{t_n}^{t_{n+1}} i_C \cdot dt \approx u_C(n) + \frac{\Delta t}{C} \cdot i_C(n)$$

$$i_L(n+1) = i_L(n) + \frac{1}{L} \cdot \int_{t_n}^{t_{n+1}} u_L \cdot dt \approx i_L(n) + \frac{\Delta t}{L} \cdot u_L(n)$$

( $\Delta T$  – Dauer eines Zeitschritts.)

	Original	Ersatz
Kapazität		
Induktivität		



### Schaltungsanalyse fast wie im stationären Betrieb

- Ersatz von  $C$  und  $L$  durch Quellen.
- Aufstellen der Knoten- und Maschengleichungen.
- Wahlweise Ersatz der Ströme oder Spannungen an den Widerständen durch  $i_i = u_i/R_i$  bzw.  $u_i = i_i \cdot R_i$ .
- Lösen des Gleichungssystems.

Neu ist:

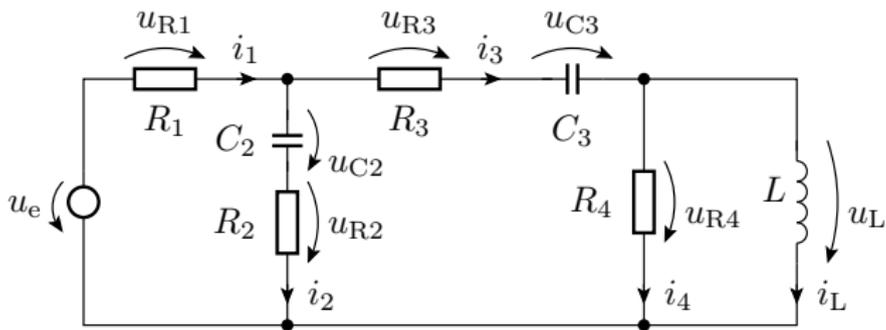
Festlegen der Anfangswerte für  $u_{C,i}$  und  $i_{L,i}$

Wiederhole für jeden Berechnungsschritt

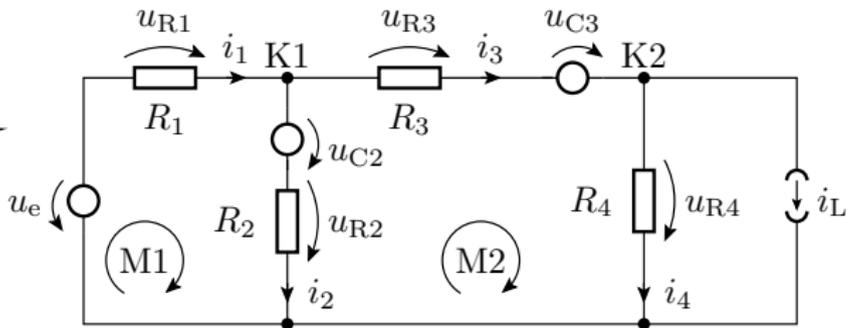
    Lösen des Gleichungssystems

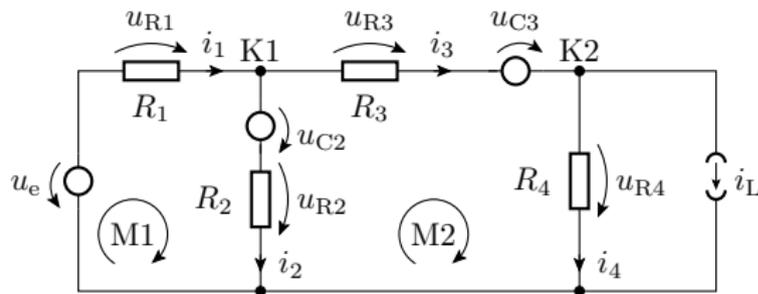
    Berechnen der Folgewerte für  $u_{C,i}$  und  $i_{L,i}$

### Beispiel



Ersatz der  
Kapazitäten  
und  
Induktivitäten  
durch  
Quellen





$$\begin{array}{rcll}
 \text{K1 :} & i_1 & -i_2 & -i_3 & = & 0 \\
 \text{K2 :} & & & i_3 & -i_4 & = & i_L \\
 \text{M1 :} & R_1 \cdot i_1 & +R_2 \cdot i_2 & & & = & u_e - u_{C2} \\
 \text{M2 :} & & -R_2 \cdot i_2 & +R_3 \cdot i_3 & +R_4 \cdot i_4 & = & u_{C2} - u_{C3}
 \end{array}$$

Die Quellenwerte für den nächsten Zeitschritt:

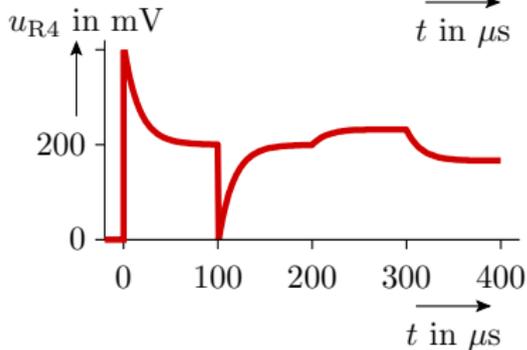
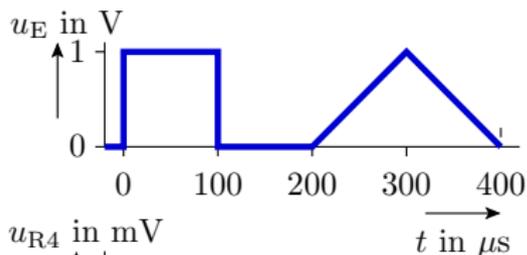
$$u_{C2}(n+1) = u_{C2}(n) + \frac{\Delta t}{C_2} \cdot i_2(n)$$

$$u_{C3}(n+1) = u_{C3}(n) + \frac{\Delta t}{C_3} \cdot i_3(n)$$

$$i_L(n+1) = i_L(n) + \frac{\Delta t}{L} \cdot u_{R4}(n) = i_L(n) + \frac{\Delta t}{L} \cdot R_4 \cdot i_4(n)$$



## Simulation



- $\Delta t$  halbieren, bis sich  $u_{R4}$  nicht mehr ändert<sup>3</sup>.

```

N = 400;           % Anzahl Zeitschritte
T = 1E-6;         % Zeitschritt in s
R1 = 1E3;         % in Ohm
R2 = 1E3;         % in Ohm
R3 = 1E3;         % in Ohm
R4 = 1E3;         % in Ohm
C1 = 1E-6;        % in Farad
C2 = 1E-6;        % in Farad
L1 = 1E-2;        % in Henry

ue = ...          % Eingangsspannung
u_C2(1) = 0;     % Anfangswerte
u_C3(1) = 0;
i_L(1) = 0;
M = [ 1 -1 -1 0;
      0 0 1 -1;
      R1 R2 0 0;
      0 -R2 R3 R4]^(-1);

for n=1:N
    V = [0; i_L(n); ue(n)-u_C2(n);
         u_C2(n)-u_C3(n)];
    i = M*V;
    u_C2(n+1) = u_C2(n) + T/C2 * i(2);
    u_C3(n+1) = u_C3(n) + T/C3 * i(3);
    u_R4(n) = R4 * i(4);
    i_L(n+1) = i_L(n) + T/L * u_R4(n);
end;
plot((1:N)*T, u_R4);

```

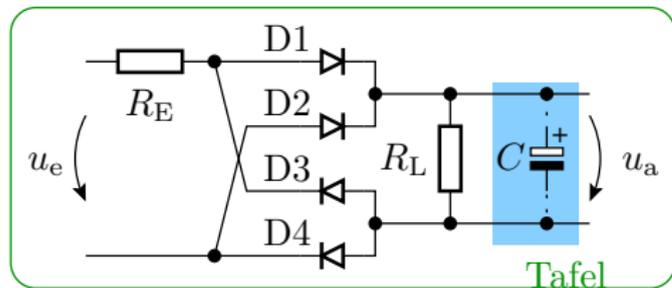
<sup>3</sup>Im Matlabprogramm rechts ist  $\Delta t$  die Variable T.



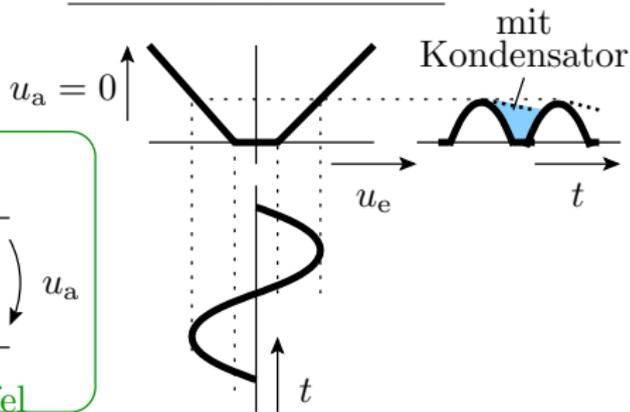
## Glättungskondensator

## Brückengleichrichter mit Glättungskondensator

Schaltung



Übertragungsverhalten



- Der Kondensator wirkt wie eine zeitveränderliche Spannungsquelle.
- Für die Dioden sind drei Arbeitsbereiche zu unterscheiden.

## Ersatzschaltungen

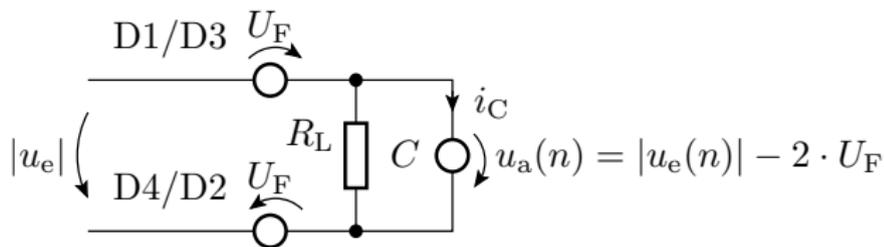
<p>Arbeitsbereich I:</p> $u_e > u_a + 2 \cdot U_F$	<p> <math>u_a(n+1) = u_a(n) + \frac{\Delta t}{C} \cdot i_C(n)</math> </p>
<p>Arbeitsbereich II:</p> $u_e < -u_a - 2 \cdot U_F$	<p> <math>u_a(n+1) = u_a(n) + \frac{\Delta t}{C} \cdot i_C(n)</math> </p>

Das Netzwerk aus  $u_e$ ,  $R_E$ ,  $2 \times U_F$  und  $R_L$  zu einem Zweipol aus  $u_{ERS}$ ,  $R_{ERS}$  zusammenfassen ...

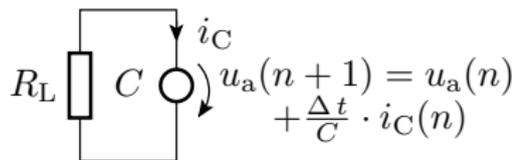
$$i_C(n) = \frac{R_L}{R_E + R_L} \cdot (|u_e(n)| - 2 \cdot U_F) - u_a(n)$$

$$R_E \parallel R_L$$

- Sonderfall:  $R_E \rightarrow 0$  (keine Begrenzung des Umladestroms):



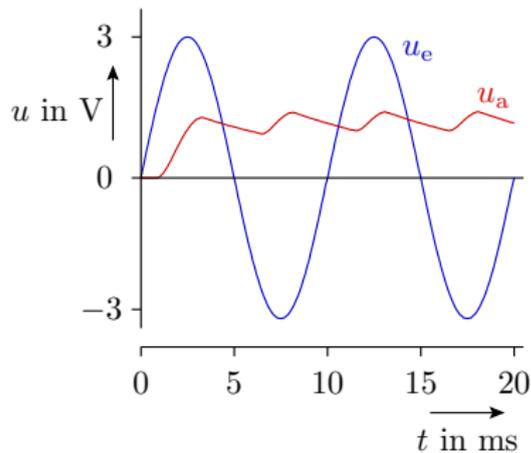
- Arbeitsbereich III: »alle Dioden gesperrt«:



$$-i_C(n) = \frac{u_a(n)}{R_L}; \quad u_a(n+1) = u_a(n) \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{R_L \cdot C}\right)$$

(diskrete Näherung für eine abklingende Exponentialfunktion)

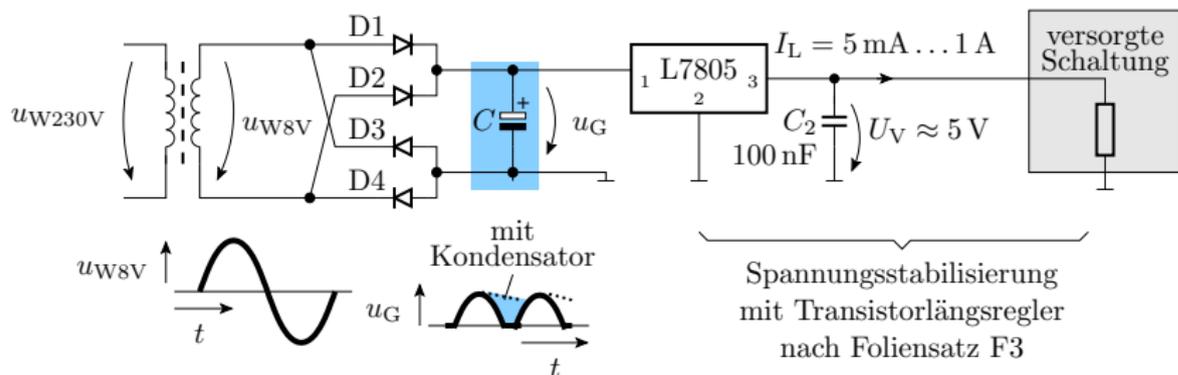
## Simulation



```

RE = 100;           % in Ohm
RL = 1E3;          % in Ohm
C = 1E-5;         % in F
UF = 0.7;         % in V
T = 1E-4;         % Zeitschritt in s
...
kUE = RL/(RL+RE);
RErs = RL*RE/(RL+RE);
uc(1) = 0;
for n=1:N          % in V
    t(n) = (n-1)*T;
    ua(n) = uc(n);
    if ue(n)-ua(n) > 2*UF
        ic = (kUE*(ue(n)-2*UF)-ua(n))/RErs;
    elseif -ue(n)-ua(n) > 2*UF
        ic = (kUE*(-ue(n)-2*UF)-ua(n))/RErs;
    else
        ic = -ua(n)/RL
    end;
    uc(n+1) = uc(n)+T/C*ic;
end;
    
```

## Einfaches Gleichspannungsnetzteil



- Trafo für 230V Eingangsspannung, etwa 8V Ausgangsspannung und 1A Ausgangsstrom
- Brückengleichrichter
- Glättungskondensator ca. 500 bis 2000  $\mu\text{F}$
- Stabilisierungsschaltkreis mit kleinen induktionsarmen Kapazitäten am Ein- und Ausgang



## Schaltnetzteil



## Schaltnetzteile

- Erzeugung einer nahezu konstanten Spannung  $u_a$  aus einer unstabilen<sup>4</sup> Quellspannungen  $U_V$ .
- hoher Wirkungsgrad, kleine Bauform, ...

### Funktionsprinzip

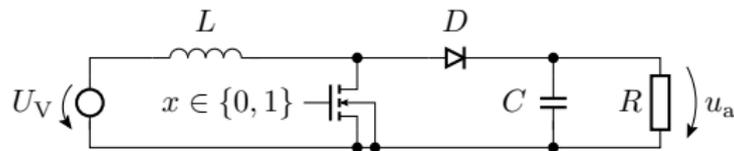
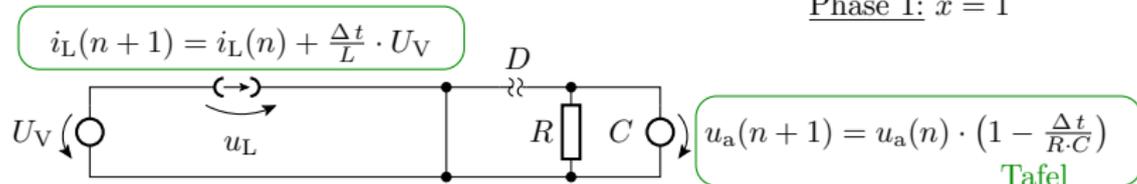
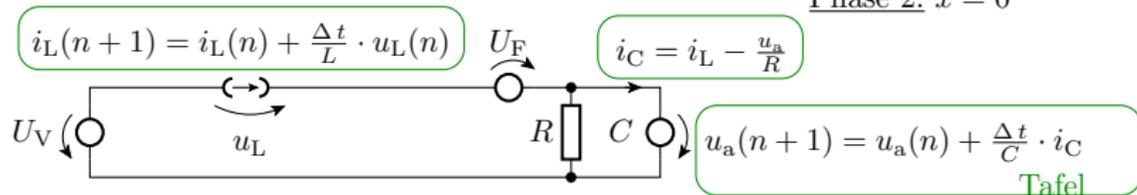
- Phase 1: Induktivität  $L$  aufladen.
- Phase 2: Induktivität  $L$  in die Glättungskondensator  $C$  entladen.
- Bauteile: Quelle  $U_V$ ,  $L$ ,  $C$ , Schalttransistor, Diode, Regelung mit PWM-Ausgang.

### Wandlertypen:

- Aufwärtswandler: kleine  $U_V \Rightarrow$  große  $u_a$
- Abwärtswandler: große  $U_V \Rightarrow$  kleine  $u_a$
- Invertierender Wandler: positive  $U_V \Rightarrow$  negative  $u_a$

<sup>4</sup>Z.B. einer Spannung, die zwischen 10 V und 20 V liegen darf.

## Aufwärtswandler


Schaltung
Phase 1:  $x = 1$ 

Phase 2:  $x = 0$ 


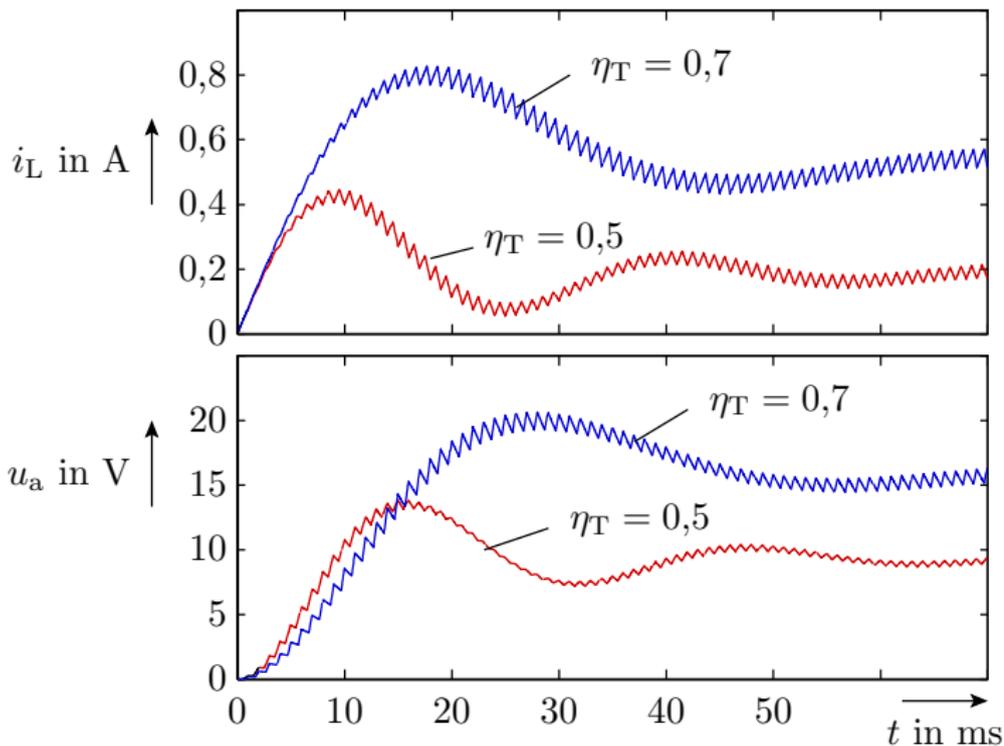
- Regelung der Ausgangsspannung über  $\eta_T = \frac{t_{x1}}{T_P}$  ( $t_{x1}$  – Zeit, die  $x$  eins ist;  $T_P$  – Periodendauer).



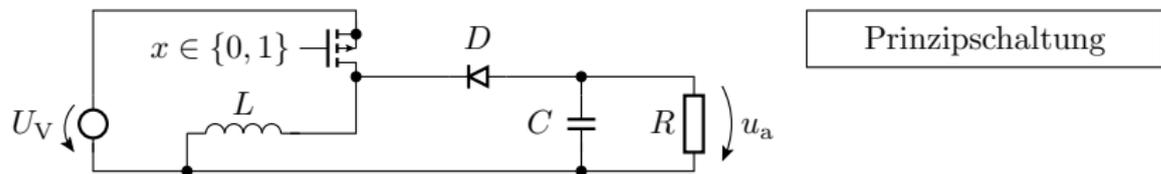
## Simulationsprogramm

```
UV = 5;      % in V
L  = 6E-2;  % in H
R  = 1E2;   % in Ohm
C  = 1E-4;  % in F
dt = 1E-5;  % in s
N  = ...;   % Abtastwerte
t  = ...;   % Zeitvektor
iL(1) = 0; } Anfangs-
ua(1) = 0; } werte

for n=1:N
  if < Transistor in Schritt n gesperrt >
    iL(n+1)=iL(n)+(dt/L)*UV;
    ua(n+1)=ua(n)*(1-dt/(R*C));
  elseif iL>0
    iL(n+1)=iL(n)+(dt/L)*(UV-UF-ua(n));
    ua(n+1)=ua(n)+(dt/C)*(iL(n)-ua(n)/R);
  else
    iL(n)=0; iL(n+1)=0;
    ua(n+1)=ua(n)*(1-dt/(R*C));
  end;
end;
< Ergebnisausgabe >
```



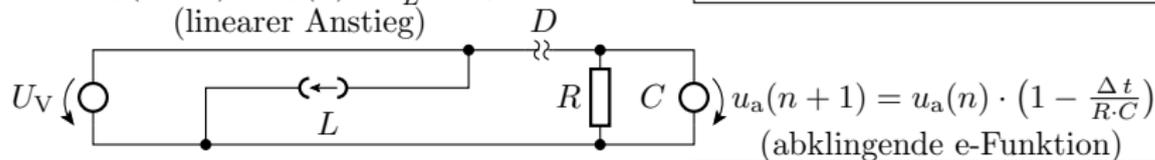
## Invertierender Wandler



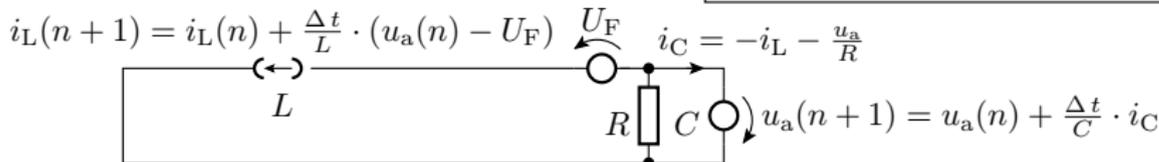
$$i_L(n+1) = i_L(n) + \frac{\Delta t}{L} \cdot U_V$$

(linearer Anstieg)

Transistor eingeschaltet ( $x = 0$ )



Transistor ausgeschaltet  $x = 1$



- $i_L$  fließt in Phase 2 in umgekehrter Richtung durch  $C$

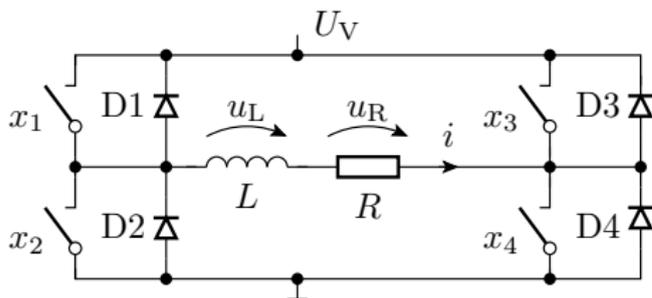


## H-Brücke

## Simulation einer H-Brücke mit induktiver Last

- stufenlose Stromeinstellung für Elektromagneten
- Stromglättung bei einer stufenlosen Leistungssteuerung über PWM

a) Schaltung

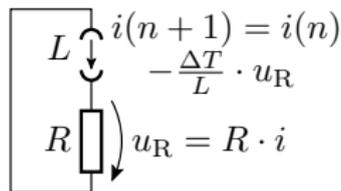


```

i(1) = 0;
for n=1:N
    if ...
        i(n+1)=...
    
```

Ersatzschaltung Kurzschluss

$$\begin{aligned}
 (x_1 = x_3 = 0) \\
 (x_2 = x_4 = 1)
 \end{aligned}$$



$$i(n+1) = i(n) \cdot \left(1 - \frac{R \cdot \Delta t}{L}\right)$$

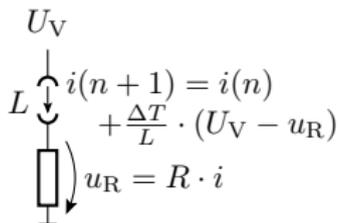
Programm ergänzen

$x_1$  bis  $x_4$  geschaltete Transistoren

## Ersatzschaltungen mit Versorgungsspannung über der Last

positive Ausgabe

$$(x_1 = x_4 = 1) \wedge (x_2 = x_3 = 0)$$

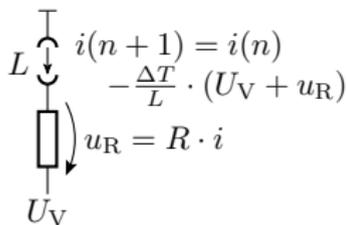


$$i(n+1) = i(n) \cdot \left(1 - \frac{R \cdot \Delta t}{L}\right) + \frac{\Delta T}{L} \cdot U_V$$

Matlab-Programm ergänzen

negative Ausgabe

$$(x_1 = x_4 = 0) \wedge (x_2 = x_3 = 1)$$



$$i(n+1) = i(n) \cdot \left(1 - \frac{R \cdot \Delta t}{L}\right) - \frac{\Delta T}{L} \cdot U_V$$

Matlab-Programm ergänzen

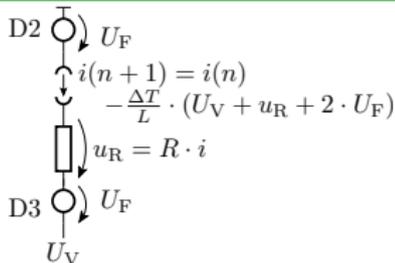
## Ersatzschaltung »alle Transistoren aus«

Zur Kurzschlussvermeidung beim Umschalten:

- negative Ausgabe  $\Rightarrow$  Leerlauf  $\Rightarrow$  positive Ausgabe
- positive Ausgabe  $\Rightarrow$  Leerlauf  $\Rightarrow$  Kurzschluss ...

### Leerlauf 1

$$(x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0) \wedge (i > 0)$$

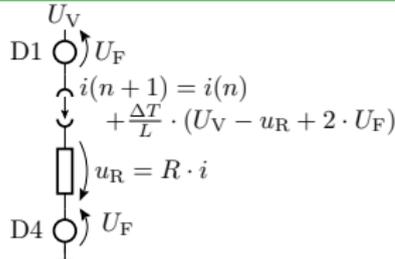


$$i(n+1) = i(n) \cdot \left(1 - \frac{R \cdot \Delta t}{L}\right) - \frac{\Delta T}{L} \cdot (U_V + 2 \cdot U_F)$$

Matlab-Program ergänzen

### Leerlauf 2

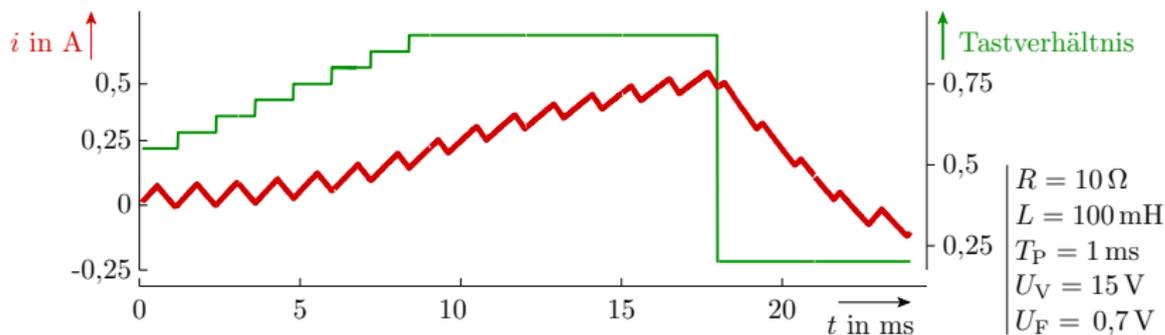
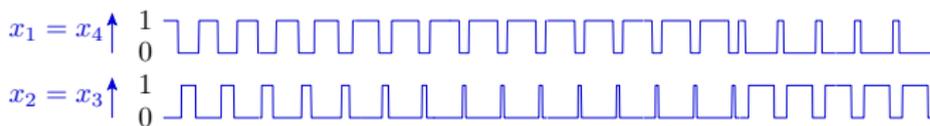
$$(x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0) \wedge (i < 0)$$



$$i(n+1) = i(n) \cdot \left(1 - \frac{R \cdot \Delta t}{L}\right) + \frac{\Delta T}{L} \cdot (U_V + 2 \cdot U_F)$$

Matlab-Program ergänzen

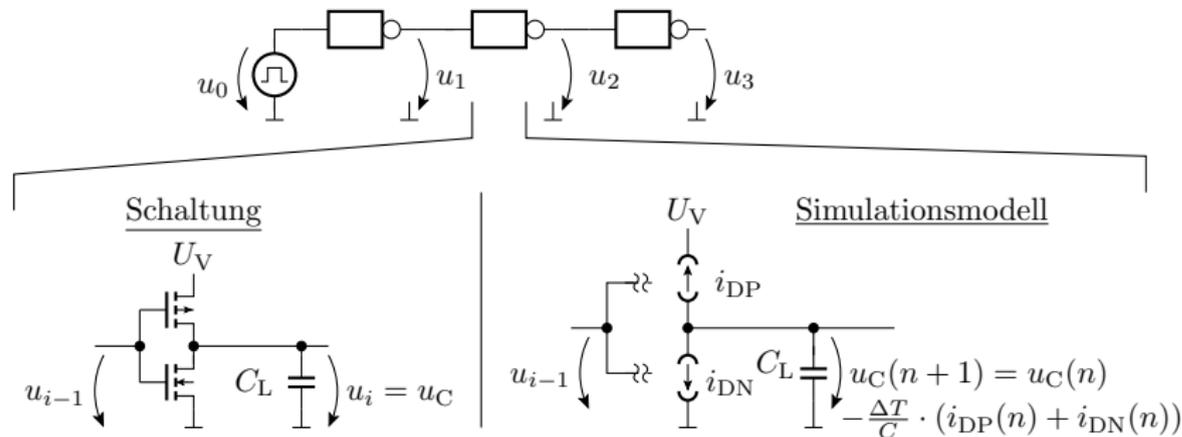
## Beispielsimulation





# CMOS-Inverter

## Simulation von CMOS-Invertiern



- MOS-Transistoren verhalten sich nichtlinear

Berechnung des Stroms  $i_{DN}$ 

```
1 %-.....
2 % Simulation eines NMOS-Transistors
3 %-.....
4 function ID=SimTransNMOS(UGS, UDS)
5   Uth = 1;           % Einschaltsp. in V
6   K= 1E-3;          % in A/V^2
7
8   if UGS<Uth        % Sperrbereich
9     ID=0;
10  else
11    if UGS-UDS<Uth % Einschuerbereich
12      ID=(K/2)*(UGS-Uth)^2;
13    else             % aktiver Bereich
14      ID=K*((UGS-Uth)*UDS-UDS*UDS/2);
15    end
16  end
17 end
```

Berechnung des Stroms  $i_{DP}$ 

```
1 %-----  
2 % Simulation eines PMOS-Transistors  
3 %-----  
4 function ID=SimTransPMOS(UGS, UDS)  
5     Uth = -1;           % Einschaltsp. in V  
6     K= -1E-3;          % in A/V^2  
7  
8     if UGS>Uth         % Sperrbereich  
9         ID=0;  
10    else  
11        if UGS-UDS>Uth % Einschnuerbereich  
12            ID=(K/2)*(UGS-Uth)^2;  
13        else           % aktiver Bereich  
14            ID=K*((UGS-Uth)*UDS-UDS*UDS/2);  
15        end  
16    end  
17 end
```

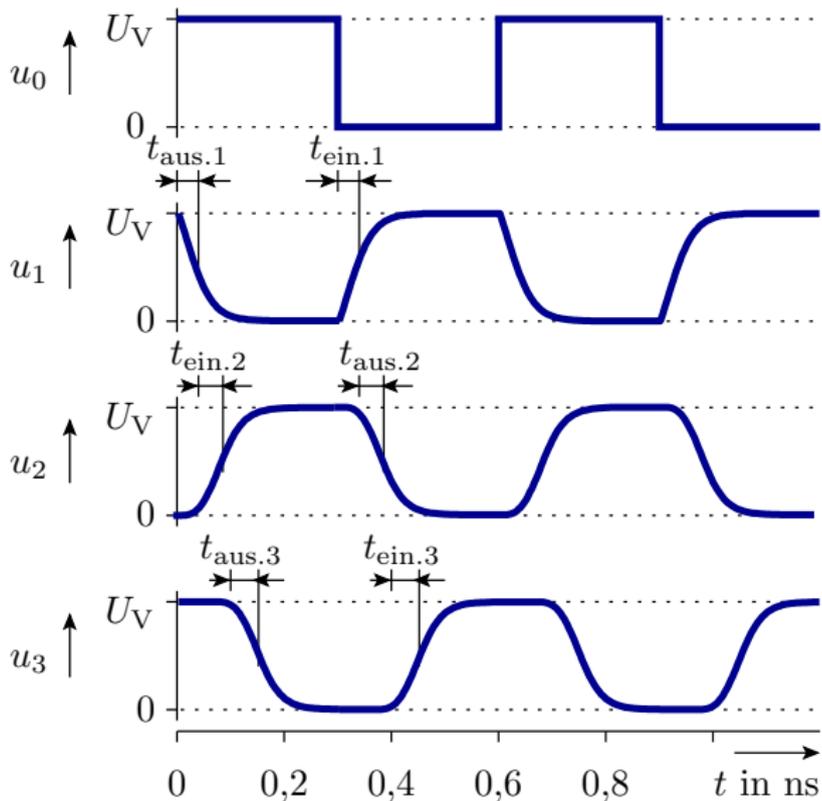
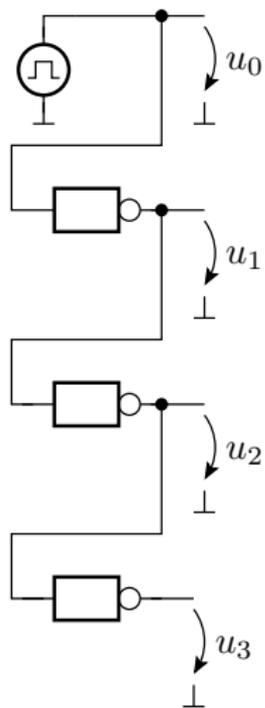


## Simulation des Gatters

```
1 C = 1E-13;      % Kapazitaet in Farrad
2 TP = 6E-10;    % Signalperiode in s
3 UV = 5;        % Versorgungsspannung in V
4 M = 100;       % Abtastpunkte je Periode
5 u0P=[5*ones(1,M/2) zeros(1,M/2)];
6 u0 = [u0P u0P];
7 dt=TP/M;
8 N = length(u0);
9 t=(1:N)*dt;
10
11 u1(1) = UV;
12 u2(1) = 0;
13 u3(1) = UV;
14 for n=1:N
15 % 1. Inverter
16 iDN = SimTransNMOS(u0(n), u1(n));
17 iDP = SimTransPMOS(u0(n)-UV, u1(n)-UV);
18 u1(n+1) = u1(n)-dt/C*(iDN + iDP);
```



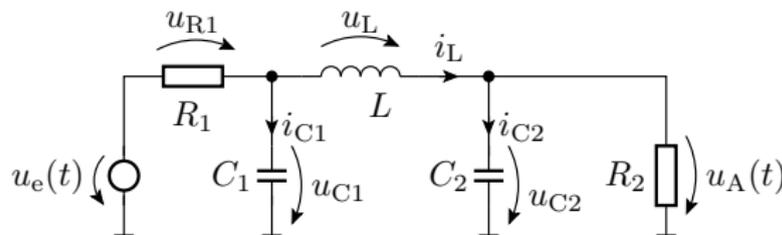
```
19 % 2. Inverter
20 iDN = SimTransNMOS(u1(n), u2(n));
21 iDP = SimTransPMOS(u1(n)-UV, u2(n)-UV);
22 u2(n+1) = u2(n)-dt/C*(iDN + iDP);
23 % 3. Inverter
24 iDN = SimTransNMOS(u2(n), u3(n));
25 iDP = SimTransPMOS(u2(n)-UV, u3(n)-UV);
26 u3(n+1) = u3(n)-dt/C*(iDN + iDP);
27 end;
28 %__gnuplot_set__ terminal fig color      %octave-spezifisch
29 %__gnuplot_set__ output "SimGacMOS1.fig"
30
31 subplot(4,1,1); plot(t, u0); replot;      %octave-spezifisch
32 subplot(4,1,2); plot(t, u1(1:N));replot;
33 subplot(4,1,3); plot(t, u2(1:N));replot;
34 subplot(4,1,4); plot(t, u3(1:N));replot;
```





# Aufgaben

## Algorithmus zur zeitdiskreten Simulation

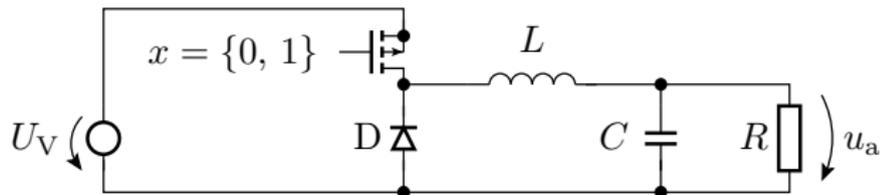


### bekannte Größen

- alle Bauteile
- Signalverlauf von  $u_E$
- Schrittweite  $\Delta t$
- Anfangswerte von  $u_{C1}$ ,  $u_{C2}$  und  $i_L$

- Ersatzschaltung mit den Kapazitäten und der Induktivität als Quellen.
- Knoten- und Maschengleichungen zur Berechnung der Ströme durch die Kapazitäten und der Spannung über der Induktivität. Umstellung des Gleichungssystems nach den gesuchten Größen.
- Ergänzung: Anfangsinitialisierung, Schleife und Gleichungen zur Berechnung der Spannungen über den Kapazitäten und dem Strom durch die Induktivität.

## Abwärtswandler



- Aufstellen der Ersatzschaltungen mit der Kapazität und der Induktivität als Quellen für beide Betriebsphasen.
- Berechnungsvorschriften für den Folgestrom durch die Induktivität und die Folgespannung über der Kapazität.
- Verbale Beschreibung, wie die Schaltung funktioniert.