



# Elektronik I, Foliensatz 6

## 2.3 Geschaltete Systeme

G. Kemnitz

Institut für Informatik, Technische Universität Clausthal  
15. Januar 2014



# 1. Geschaltete Systeme

## Geschaltete Systeme

- 1.1 Sprungantwort
- 1.2 Geschaltetes RC-Glied
- 1.3 RC-Glied, Abbildung auf
- 1.4 Geschaltetes RL-Glied
- 1.5 RL-Glied, Abbildung auf
- 1.6 RC-Oszillator
- 1.7 Aufgaben



## Geschaltete Systeme



## Geschaltete Systeme

Modell für Systeme, deren Eingaben oder Arbeitsbereiche sprunghaft wechseln:

- digitale Systeme, gepulste Ausgabe
- Wechsel zwischen linearen Kennlinienästen
- Abschätzung der Dauer von Ausgleichsvorgängen.

---

**Rechtecksignal:** Signal, dessen Wert sich zu den Zeitpunkten  $t_i$  sprunghaft ändert und sonst konstant bleibt.

**Einheitssprung:**

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

**Sprungantwort** Reaktion eines linearen Systems auf einen Einheitssprung:

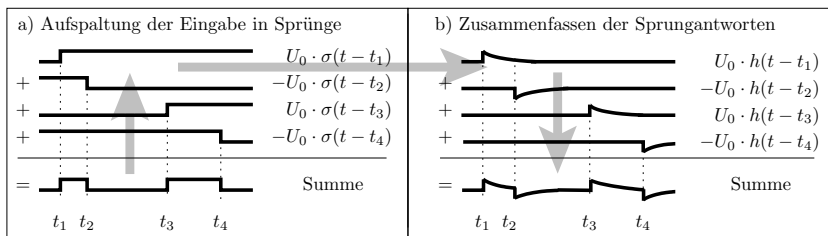
$$h(t) = f(\sigma(t))$$



# Sprungantwort

## Bedeutung der Sprungantwort

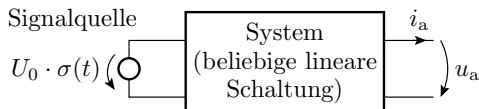
- Die Systemreaktion eines geschalteten linearen Systems ist eine Linearkombination zeitversetzter Sprungantworten.



$$f \left( X_0 + \sum_{i=1}^N X_i \cdot \sigma(t - t_i) \right) = f(X_0) + \sum_{i=0}^{N-1} X_i \cdot h(t - t_i)$$

⇒ erlaubt einfache Überschläge und Abschätzungen

## Messen der Sprungantwort



| Messsignal                 | Sprungantwort     |
|----------------------------|-------------------|
| $i_a(U_0 \cdot \sigma(t))$ | $\frac{i_a}{U_0}$ |
| $u_a(U_0 \cdot \sigma(t))$ | $\frac{u_a}{U_0}$ |

- Anlegen eines Eingabesprungs
- Aufzeichnen der Systemreaktion

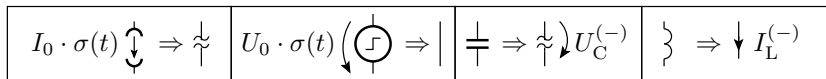
$$f(U_0 \cdot \sigma(t)) = U_0 \cdot f(\sigma(t)) = U_0 \cdot h(t)$$

- Die Sprungantwort ist:

$$h(t) = \frac{f(U_0 \cdot \sigma(t))}{U_0}$$

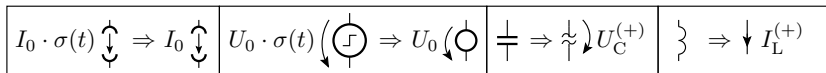
## Anfangs- und Endwerte

vor dem Sprung ( $t < 0$ ):



- $U^{(-)}, I^{(-)}$  stationäre Spannungen und Ströme vor dem Sprung

lange nach dem Sprung ( $t \gg 0$ ):



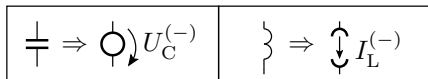
- $U^{(+)}, I^{(+)}$  stationäre Spannungen und Ströme nach dem Sprung



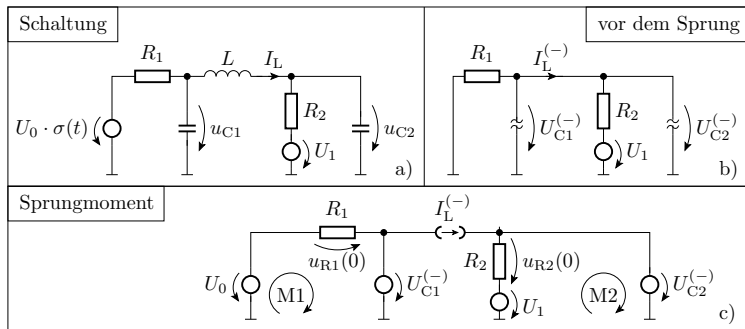
im Moment des Sprunges ( $t = 0$ ):

$$u_C(0) = \frac{1}{C} \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_0^{\Delta t} i_C(t) \cdot d\tau + U_C^{(-)} = U_C^{(-)}$$

$$i_L(0) = \frac{1}{L} \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_0^{\Delta t} u_L(\tau) \cdot d\tau + I_L^{(-)} = I_L^{(-)}$$



## Anwendung auf ein Schaltungsbeispiel

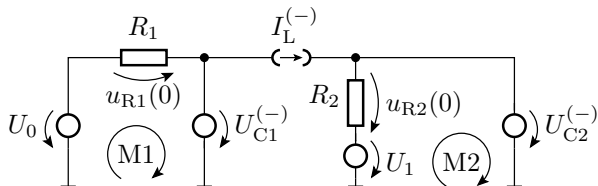


- Stationärer Zustand vor dem Sprung:

$$U_{C1}^{(-)} = U_{C2}^{(-)} = U_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$I_L^{(-)} = -\frac{U_1}{R_1 + R_2}$$

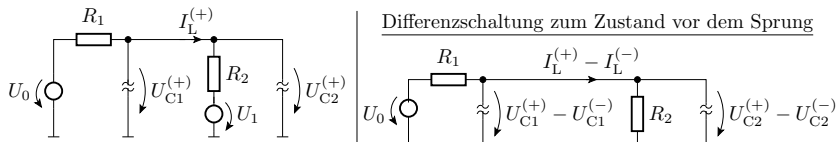
## Im Sprungmoment



$$u_{R1}(0) = U_0 - U_{C1}^{(-)}$$

$$u_{R2}(0) = -U_1 + U_{C2}^{(-)}$$

## Stationärer Zustand nach dem Sprung



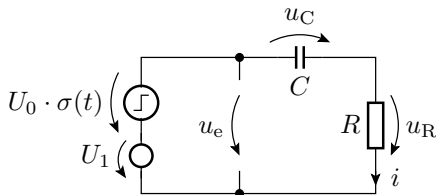
$$U_{C1}^{(+)} - U_{C1}^{(-)} = U_{C2}^{(+)} - U_{C2}^{(-)} = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_L^{(+)} - I_L^{(-)} = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$$



## Geschaltetes RC-Glied

## Das geschaltete RC-Glied



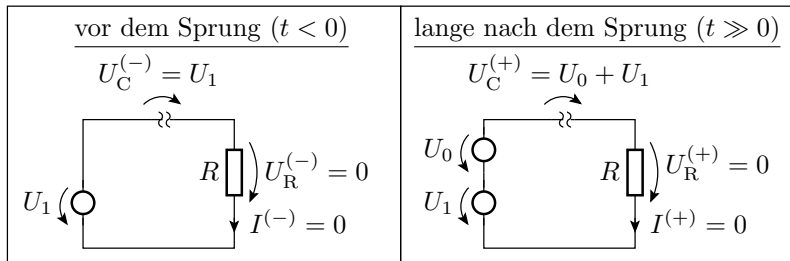
gesucht:

|                |   |             |   |             |   |
|----------------|---|-------------|---|-------------|---|
| Anfangs- und   | { | $U_R^{(-)}$ | = | $U_C^{(-)}$ | = |
| Endwerte       |   | $u_R(0)$    | = | $u_C(0)$    | = |
|                |   | $U_R^{(+)}$ | = | $U_C^{(+)}$ | = |
| Ausgabeverlauf |   | $u_R(t)$    | = | $u_C(t)$    | = |

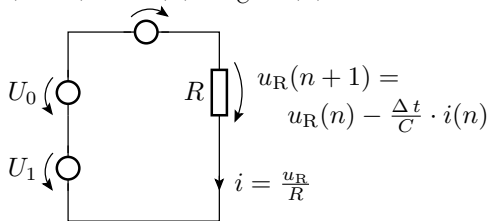
Tafel

- Grundschialtung zur Abschätzung des dynamischen Verhaltens

## Anfangs- und Endwert



Ausgleichsvorgang  $u_C(n+1) = u_C(n) + \frac{\Delta t}{C} \cdot i(n)$



Anfangswerte:

- Kapazität:  $u_C(0) = U_1$  (behält Wert)
- Widerstand:  $u_R(0) = U_0 + U_1 - u_C(0) = U_0$  (Sprunghöhe)

Zeitdiskrete Berechnung:

$$u_C(n+1) = u_C(n) + \frac{\Delta t}{R \cdot C} \cdot u_R(n)$$

$$u_R(n+1) = u_R(n) - \frac{\Delta t}{R \cdot C} \cdot u_R(n) = u_R(n) \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C}\right)$$





$$u_R(n+1) = u_R(n) \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C}\right) \Rightarrow u_R(n) = u_R(0) \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C}\right)^n$$

mit  $n = \frac{t}{\Delta t}$  und  $u_R(0) = U_0$

- Spannungsverlauf Widerstand für  $\Delta t \rightarrow 0$  :

$$u_R(t) = U_0 \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C}\right)^{\frac{t}{\Delta t}} = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

- Spannungsverlauf Kapazität:

$$u_C(t) = U_0 + U_1 - u_R(t) = U_1 + U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right)$$

- Stromverlauf:

$$i(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

- Beide Spannungsverläufe und auch der Stromverlauf sind abklingende Exponentialfunktion mit der Zeitkonstanten:

$$\tau = R \cdot C$$



## Zusammenfassung

- Das Ausgabesignal eines geschalteten RC-Glieds, egal ob der Strom, die Spannung über  $R$  oder die Spannung über  $C$  ist eine abklingende Exponentialfunktion vom Typ:

$$x(t) = \begin{cases} X^{(-)} & t < 0 \\ X^{(+)} - (X^{(+)} - x(0)) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} & t \geq 0 \end{cases}$$

$X^{(-)}$  stationärer Wert vor dem Sprung;

$X^{(+)}$  stationärer Wert lange nach dem Sprung;

$x(0)$  Wert im Moment des Sprungs;

$\tau = R \cdot C$  Zeitkonstante

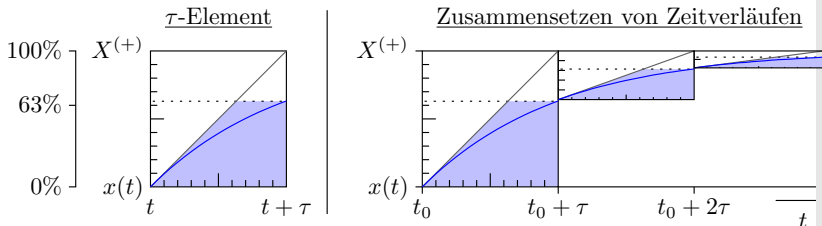
## Graphische Konstruktion der Sprungantwort

(Abschätzung der Ausgabe geschalteter RC-Glieder)

- der Anstieg zum Zeitpunkt  $t$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{X^{(+)} - x(t)}{\tau}$$

- abnehmender Betrag des Anstiegs
- nach  $\tau$  wird  $1 - e^{-1} \approx 63\%$  des Endwerts erreicht
- 



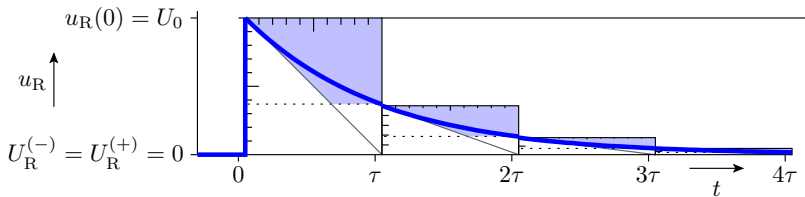
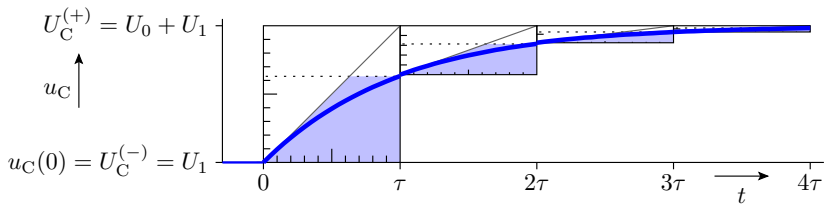


## Ausgabe für einen einzelnen Schaltvorgang

|                                     | $i(t)$                 | $u_R(t)$        | $u_C(t)$                |
|-------------------------------------|------------------------|-----------------|-------------------------|
| vor dem Sprung                      | $I^{(-)} = 0$          | $U_R^{(-)} = 0$ | $U_C^{(-)} = U_1$       |
| Sprungmoment                        | $i(0) = \frac{U_0}{R}$ | $u_R(0) = U_0$  | $u_C(0) = U_1$          |
| stationärer Wert<br>nach dem Sprung | $I^{(+)} = 0$          | $U_R^{(+)} = 0$ | $U_C^{(+)} = U_0 + U_1$ |

## Entwurf an der Tafel

- Schaltung
- Ersatzschaltung vor, lange nach und im Sprungmoment
- Skizze mit  $\tau$ -Elementen



## Ausgabe für eine Folge von Schaltvorgängen

Konstruktionsregeln für  $u_C$

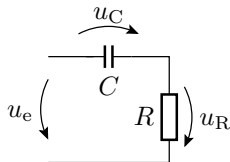
- Anfangswert gleich Endwert im vorherigen  $\tau$ -Element (Stetigkeit)
- $U_C^{(+)} = u_e$

Konstruktionsregeln für  $u_R$

- Anfangswert resultiert aus der Maschengleichung

$$u_R + u_C = u_e$$

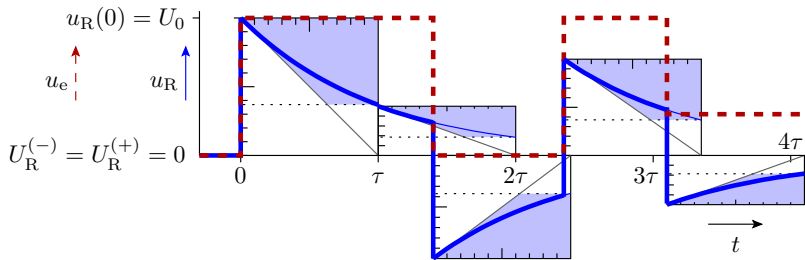
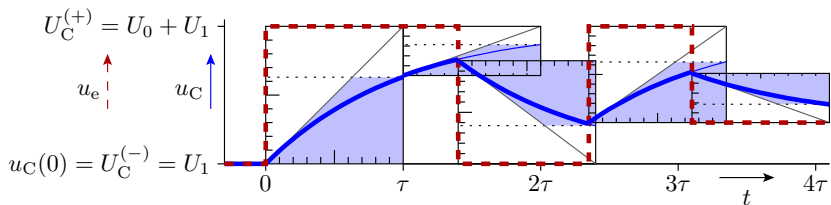
- $U_R^{(+)} = 0$





# 1. Geschaltete Systeme

# 2. Geschaltetes RC-Glied



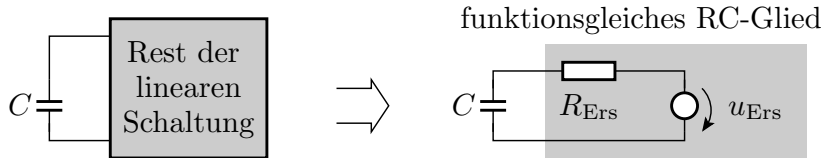


## RC-Glied, Abbildung auf



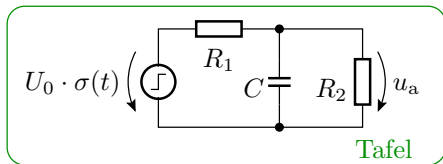
## Transformation in ein geschaltetes RC-Glied

Alle linearen (oder abschnittsweise linearen) Schaltungen mit einer wesentlichen Kapazität und ohne (wesentliche) Induktivitäten lassen sich in ein funktionsgleiches RC-Glied umrechnen:

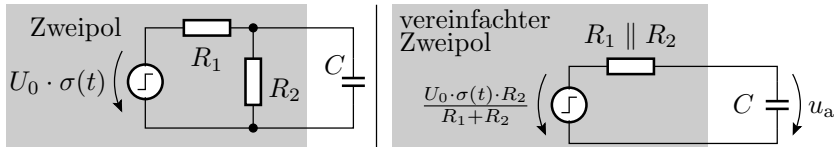


»Wesentlich« bedeutet hier, dass die Umladezeit für diese Kapazität viel größer als für alle anderen Kapazitäten und Induktivitäten ist.

## Belastetes RC-Glied



- Was bewirkt der Widerstand parallel zur Kapazität?



Der Widerstand parallel zur Kapazität bewirkt:

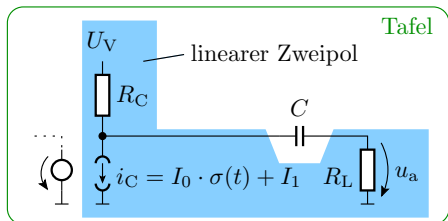
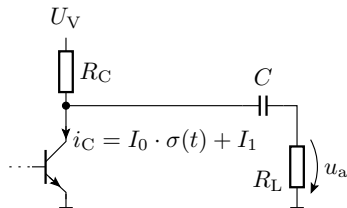
- eine Verringerung der Sprunghöhe:

$$u_{\text{Ers}} = \frac{U_0 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot \sigma(t)$$

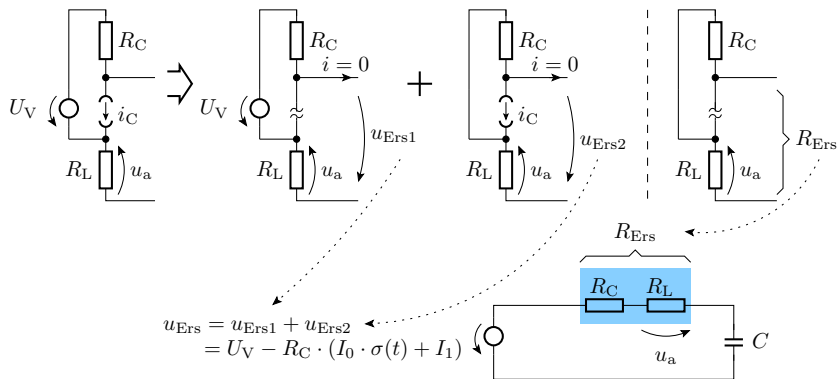
- eine Verkürzung der Zeitkonstante:

$$\tau = (R_1 \parallel R_2) \cdot C$$

## Transistor als geschaltete Stromquelle



- Transistor durch lineare Ersatzschaltung ersetzen.
- Den blau unterlegten Zweipol in eine Reihenschaltung aus einer geschalteten Quelle, einer konstanten Quelle und einem Widerstand umrechnen.



Zeitkonstante:

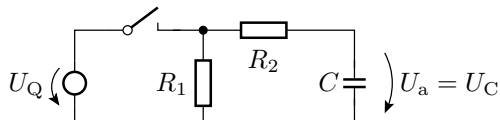
$$\tau = (R_C + R_L) \cdot C$$

Sprunghöhe von  $u_a$ :

$$u_a(0) = -I_0 \cdot \frac{R_C \cdot R_L}{R_C + R_L} = -I_0 \cdot (R_C \parallel R_L)$$

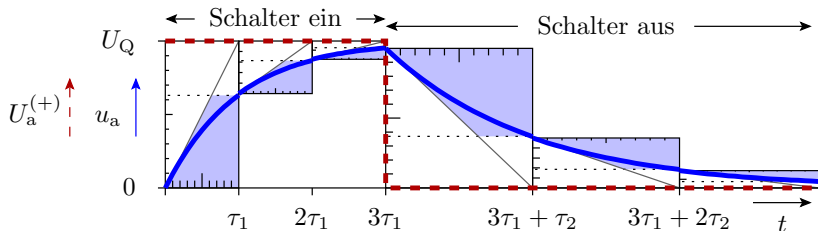
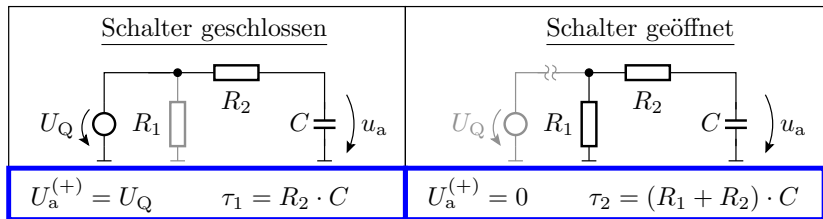
## Abschnittsweise Annäherung durch geschaltete RC-Glieder

Die Abbildung auf ein geschaltetes RC-Glied ist auch für einzelne Arbeitsbereiche möglich.

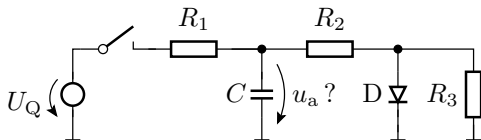


zwei lineare Arbeitsbereiche:

- Schalter geschlossen
- Schalter geöffnet.



## Gesucht: Zeitkonstante und stationären Endwerte



Arbeitsbereiche:

- A1 Schalter geschlossen, Diode gesperrt
- A2 Schalter geschlossen, Diode leitend
- A3 Schalter geöffnet, Diode leitend
- A4 Schalter geöffnet, Diode gesperrt



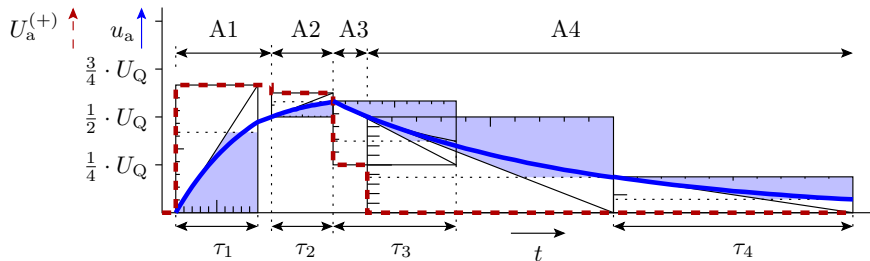
|                  |  |   |
|------------------|--|---|
| <p><b>A1</b></p> |  | $R_{\text{Ers1}} = R_1 \parallel (R_2 + R_3)$ $U_{a.1}^{(+)} = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot U_Q$ |
| <p><b>A2</b></p> |  | $R_{\text{Ers2}} = R_1 \parallel R_2$ $U_{a.2}^{(+)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot (U_Q - U_F) + U_F$       |
| <p><b>A3</b></p> |  | $R_{\text{Ers3}} = R_2$ $U_{a.3}^{(+)} = U_F$   |
| <p><b>A4</b></p> |  | $R_{\text{Ers4}} = R_2 + R_3$ $U_{a.4}^{(+)} = 0$   |

$U_{a.i}^{(+)}$ ,  $\tau_i$  für  $R_1 = R_2 = R_3 = R$  und  $U_Q = 4 \cdot U_F \Rightarrow$  **Tafel**

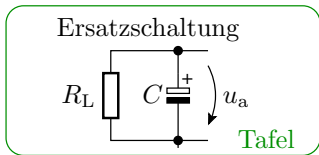
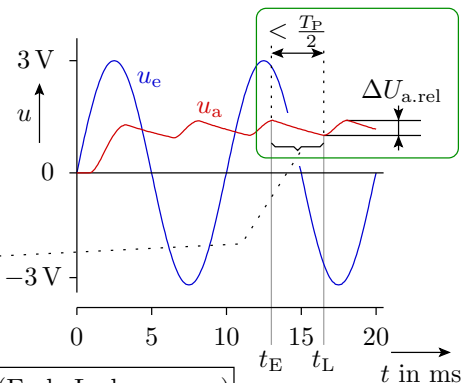
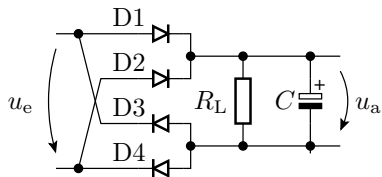


Ausgabe für:  $R_1 = R_2 = R_3 = R$ ;  $U_Q = 4 \cdot U_F$

|                 | A1                            | A2                            | A3                        | A4                           |
|-----------------|-------------------------------|-------------------------------|---------------------------|------------------------------|
| Schalter        | geschlossen                   | geschlossen                   | geöffnet                  | geöffnet                     |
| Diode           | gesperrt                      | leitend                       | leitend                   | gesperrt                     |
| $u_a$           | $\leq \frac{1}{2} \cdot U_Q$  | $> \frac{1}{2} \cdot U_Q$     | $> \frac{1}{2} \cdot U_Q$ | $\leq \frac{1}{2} \cdot U_Q$ |
| $\tau_i$        | $\frac{2}{3} \cdot R \cdot C$ | $\frac{1}{2} \cdot R \cdot C$ | $R \cdot C$               | $2 \cdot R \cdot C$          |
| $U_{a.i}^{(+)}$ | $\frac{2}{3} \cdot U_Q$       | $\frac{5}{8} \cdot U_Q$       | $\frac{1}{4} \cdot U_Q$   | 0                            |



## Glättungskondensators hinter einem Gleichrichter



- $t_E$  Zeit Beginn Entladevorgang (Ende Ladevorgang)  
 $t_L$  Zeit Beginn Ladevorgang (Ende Entladevorgang)

$$\text{Entladefunktion: } u_a(t) = u_A(t_e) \cdot e^{-\frac{t-t_E}{R_L \cdot C}}$$



Die Größe des Kondensators ergibt sich aus der zulässigen Restwelligkeit:

$$\Delta U_{a.\text{rel}} = \frac{U_{a.\text{max}} - U_{a.\text{min}}}{U_{a.\text{max}}}$$

Maximalwert: Beginn der Entladephase:

$$U_{a.\text{max}} = u_a(t_E)$$

Minimalwert: Ende der Entladephase:

$$U_{a.\text{min}} = u_a(t_E) \cdot e^{-\frac{t_L - t_E}{R_L \cdot C}}$$

Relative Restwelligkeit:

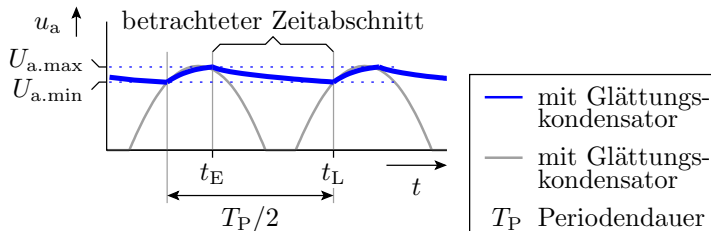
$$\Delta U_{a.\text{rel}} = 1 - e^{-\frac{t_L - t_E}{R_L \cdot C}}$$

Erforderliche Kapazität:

$$C \geq -\frac{t_L - t_E}{R_L \cdot \ln(1 - \Delta U_{a.\text{rel}})}$$

$$C \geq -\frac{t_L - t_E}{R_L \cdot \ln(1 - \Delta U_{a.rel})}$$

Worst Case:  $t_L - t_E \leq \frac{T_P}{2}$



Praktische Dimensionierung:

$$C \geq -\frac{T_P}{2 \cdot R_L \cdot \ln(1 - \Delta U_{a.rel})}$$



## Beispiel

Wie groß ist der Glättungskondensator zu wählen:

- $R_L \geq 100 \Omega$
- Wechselspannung mit einer Frequenz von 50 Hz
- maximale relative Restwelligkeit  $\Delta U_{a,rel} \leq 10\%$

50 Hz  $\Rightarrow$  Periodendauer  $T_P = 20$  ms.

$$C \geq - \frac{20 \text{ ms}}{2 \cdot 100 \Omega \cdot \ln(1 - 10\%)} \approx 950 \mu\text{F}$$

Der nächst größere verfügbare Standardwert ist  $1000 \mu\text{F}$ .

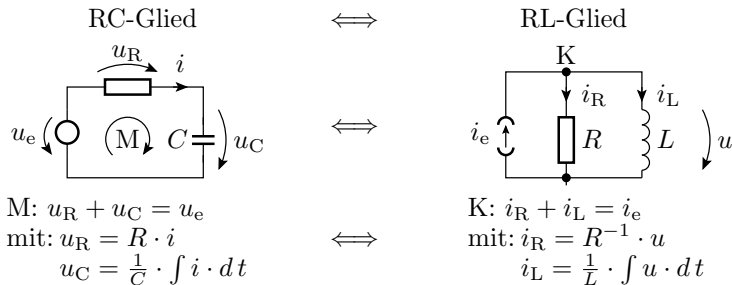


## Geschaltetes RL-Glied

## Duale Schaltung zum geschalteten RC-Glied

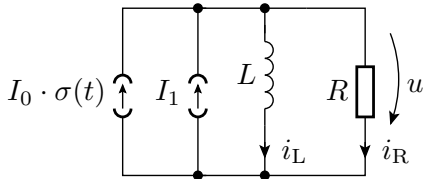
Vertauschen der Bedeutung von Strom und Spannung:

- Kapazität  $\Leftrightarrow$  Induktivität:  $i = C \cdot \frac{du}{dt} \Rightarrow u = L \cdot \frac{di}{dt}$
- Widerstand  $\Leftrightarrow$  Leitwert:  $u = R \cdot i \Rightarrow i = R^{-1} \cdot u$
- Spannungsquelle  $\Leftrightarrow$  Stromquelle
- Reihenschaltung  $\Leftrightarrow$  Parallelschaltung
- Masche  $\Leftrightarrow$  Knoten.





## Grundschialtung eines geschalteten RL-Gliedes



gesucht:

Anfangs- und  
Endwerte

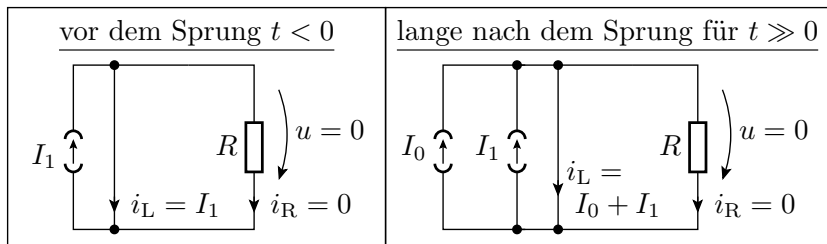
$$\left\{ \begin{array}{l} I_R^{(-)} = \\ i_R(0) = \\ I_R^{(+)} = \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} I_L^{(-)} = \\ i_L(0) = \\ I_L^{(+)} = \end{array} \right.$$

Ausgabeverlauf

$$i_R(t) = \quad i_L(t) =$$

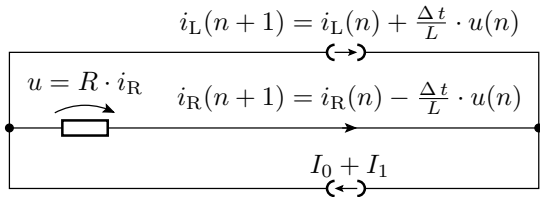
Tafel

## Anfangs- und Endwert



|                                     | $u(t)$               | $i_R(t)$        | $i_L(t)$                |
|-------------------------------------|----------------------|-----------------|-------------------------|
| vor dem Sprung                      | $U^{(-)} = 0$        | $I_R^{(-)} = 0$ | $I_L^{(-)} = I_1$       |
| Sprungmoment                        | $u(0) = I_0 \cdot R$ | $i_R(0) = I_0$  | $i_L(0) = I_1$          |
| stationärer Wert<br>nach dem Sprung | $U^{(+)} = 0$        | $I_R^{(+)} = 0$ | $I_L^{(+)} = I_0 + I_1$ |

## Umladevorgang



Anfangswerte:

- Induktivität:  $i_L(0) = I_L^{(-)} = I_1$
- Widerstand:  $i_R(0) = I_0 + I_1 - i_L(0) = I_0$

zeitdiskrete Berechnung:

$$i_L(n+1) = i_L(n) + \frac{R \cdot \Delta t}{L} \cdot i_R(n)$$

$$i_R(n+1) = i_R(n) - \frac{R \cdot \Delta t}{L} \cdot i_R(n) = i_R(n) \cdot \left(1 - \frac{R \cdot \Delta t}{L}\right)$$



$$i_R(n+1) = i_R(n) \cdot \left(1 - \frac{R \cdot \Delta t}{L}\right) \Rightarrow i_R(n) = i_R(0) \cdot \left(1 - \frac{R \cdot \Delta t}{L}\right)^n$$

mit  $n = \frac{t}{\Delta t}$  und  $i_R(0) = I_0$

- Stromverlauf Widerstand für  $\Delta t \rightarrow 0$  :

$$i_R(t) = I_0 \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(1 - \frac{R \cdot \Delta t}{L}\right)^{\frac{t}{\Delta t}} = I_0 \cdot e^{-\frac{R \cdot t}{L}}$$

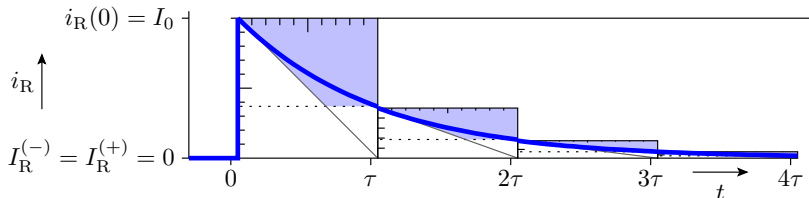
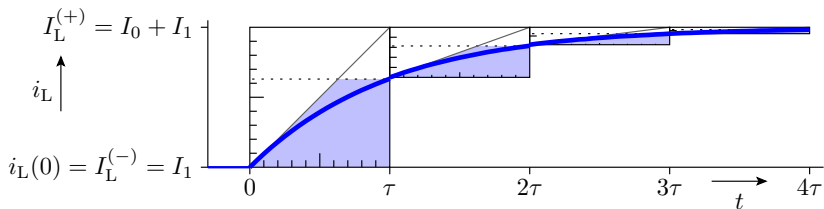
- Stromverlauf Induktivität:

$$i_L(t) = I_1 + I_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{R \cdot t}{L}}\right)$$

Abklingende Exponentialfunktion mit der Zeitkonstanten:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

## Konstruktion der Sprungantwort



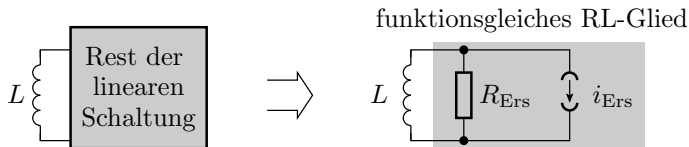
(Zusammensetzen aus  $\tau$ -Elementen)



## RL-Glied, Abbildung auf

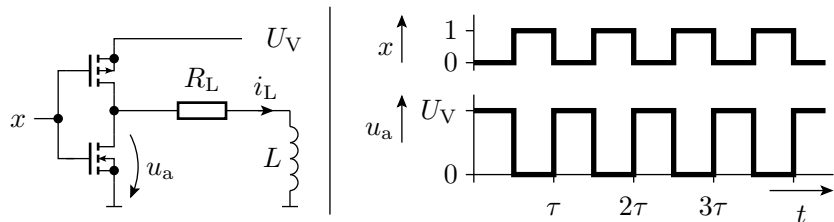
## Transformation in ein funktionsgleiches geschaltetes RL-Glied

Alle linearen (oder abschnittsweise linearen) Schaltungen mit einer wesentlichen Induktivität und ohne (wesentliche) Kapazität lassen durch ein funktionsgleiches RL-Glied annähern:



»Wesentlich« bedeutet hier, dass die Umladezeit für diese Induktivität viel größer als für alle anderen Induktivitäten und Kapazitäten ist.

## Ansteuerung eines Elektromagneten mit einem CMOS-Inverter



Wie lauten die Parameter des funktionsgleichen RL-Gliedes?  
 Welchen Signalverlauf hat der Strom  $i_L$ ?

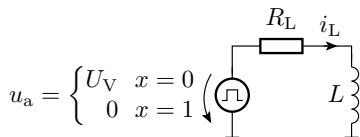
Das Modell des CMOS-Inverters sei:

$$u_a = \begin{cases} U_V & \text{für } x = 0 \\ 0 & \text{für } x = 1 \end{cases}$$

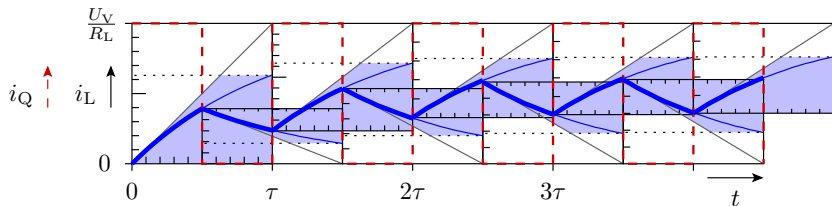
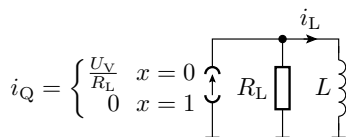


# Lösung

Ersatz des Inverters



funktionsgleiches RL-Glied



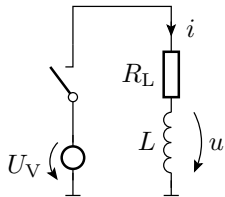
## Abschnittsweise Annäherung durch geschaltete RL-Glieder

Die Abbildung auf ein geschaltetes RC-Glied ist auch für einzelne lineare Arbeitsbereiche möglich.

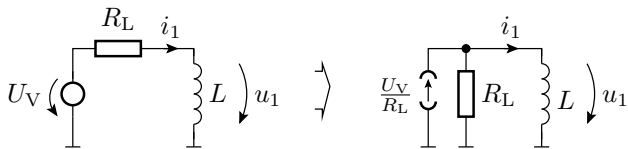
---

zwei lineare Arbeitsbereiche:

- Schalter geschlossen
- Schalter geöffnet.



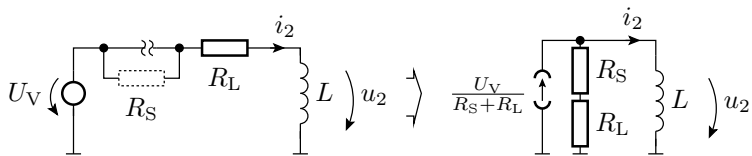
## Funktionsgleiches RL-Glied für Schalter geschlossen



$$I_1^{(+)} = \frac{U_V}{R_L}$$

$$\tau_1 = \frac{L}{R_L}$$

## Funktionsgleiches RL-Glied für Schalter geöffnet



$$I_2^{(+)} = \lim_{R_S \rightarrow \infty} \left( \frac{U_V}{R_L + R_S} \right) = 0$$

$$\tau_2 = \lim_{R_S \rightarrow \infty} \left( \frac{L}{R_L + R_S} \right) = 0$$

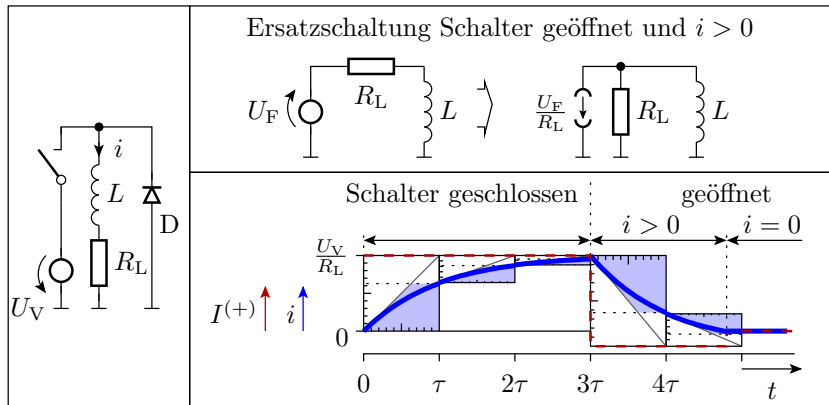
Problem: Ausschaltmoment

$$i_2(0) = I_1^{(+)} = \frac{U_V}{R_L}$$

$$u_2(0) = \lim_{R_S \rightarrow \infty} ((R_L + R_S) \cdot i_2(0)) \rightarrow \infty$$

Bevor eine Spannung unendlich wird, gibt es einen dielektrischen Durchschlag (Funkenüberschlag am Schaltkontakt).

## Freilaufdiode

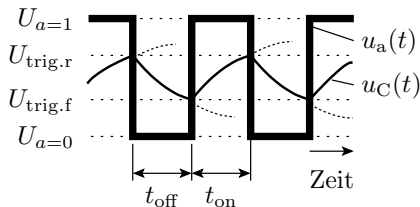
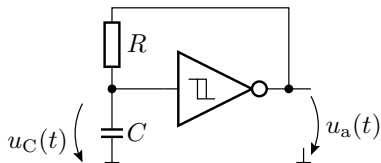




## RC-Oszillator

## Einfacher RC-Oszillator

- Prinzip: periodisches Umladen eines RC-Gliedes
- Beispiel: Umladesteuerung mit einem Schwellwertschalter mit Hysterese



Entladefunktion:

$$u_C(t) = U_{a=0} - (U_{a=0} - U_{\text{trig.r}}) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Ladefunktion:

$$u_C(t) = U_{a=1} - (U_{a=1} - U_{\text{trig.f}}) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$



Entladefunktion:

$$u_C(t) = U_{a=0} - (U_{a=0} - U_{\text{trig.r}}) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Ladefunktion:

$$u_C(t) = U_{a=1} - (U_{a=1} - U_{\text{trig.f}}) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

---

Entladezeit  $t_{\text{off}}$ , in der die Ausgangsspannung »0« ist:

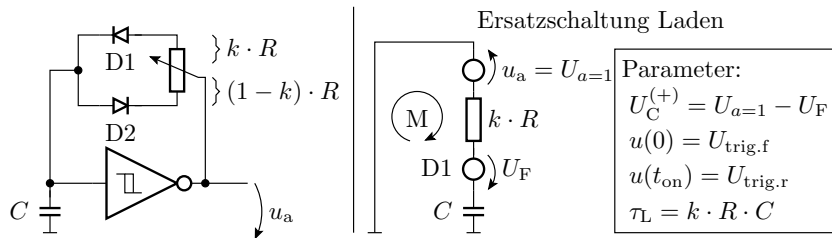
$$\begin{aligned} U_{\text{trig.f}} &= U_{a=0} - (U_{a=0} - U_{\text{trig.r}}) \cdot e^{-\frac{t_{\text{off}}}{R \cdot C}} \\ t_{\text{off}} &= R \cdot C \cdot \ln \left( \frac{U_{a=0} - U_{\text{trig.r}}}{U_{a=0} - U_{\text{trig.f}}} \right) \end{aligned}$$

Die Aufladezeit  $t_{\text{on}}$ , in der die Ausgangsspannung »1« ist:

$$\begin{aligned} U_{\text{trig.r}} &= U_{a=1} - (U_{a=1} - U_{\text{trig.f}}) \cdot e^{-\frac{t_{\text{on}}}{R \cdot C}} \\ t_{\text{on}} &= R \cdot C \cdot \ln \left( \frac{U_{a=1} - U_{\text{trig.f}}}{U_{a=1} - U_{\text{trig.r}}} \right) \end{aligned}$$

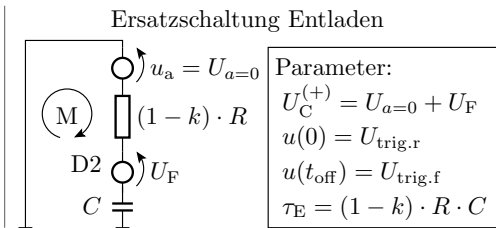
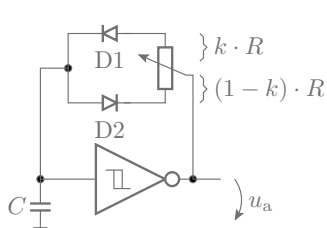


## Rechteckgenerator mit einstellbarer Pulsweite



Ladezeit:

$$t_{\text{on}} = k \cdot R \cdot C \cdot \ln \left( \frac{U_{a=1} - U_F - U_{\text{trig.f}}}{U_{a=1} - U_F - U_{\text{trig.r}}} \right)$$



$$t_{\text{off}} = (1 - k) \cdot R \cdot C \cdot \ln \left( \frac{U_{a=0} + U_F - U_{\text{trig,r}}}{U_{a=0} + U_F - U_{\text{trig,f}}} \right)$$

Mit

$$\left( \frac{U_{a=0} + U_F - U_{\text{trig,r}}}{U_{a=0} + U_F - U_{\text{trig,f}}} \right) = \left( \frac{U_{a=1} - U_F - U_{\text{trig,f}}}{U_{a=1} - U_F - U_{\text{trig,r}}} \right) = \textit{konst.}$$

ist die absolute Pulsbreite konstant:

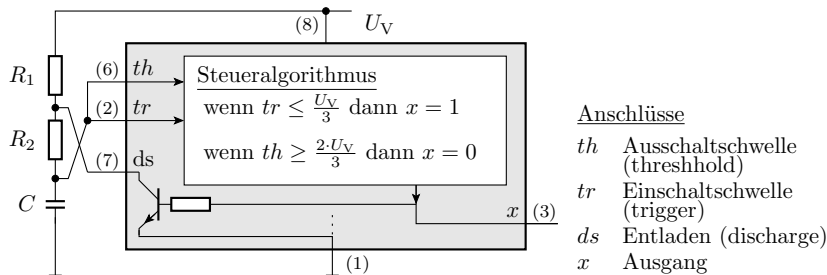
$$T_P = t_{\text{on}} + t_{\text{off}} = R \cdot C \cdot \ln(\textit{konst.})$$

und die relative Pulsbreite gleich dem Einstellwert:  $\eta_T = k$

## Rechteckgenerator mit einem NE555

NE555: Standardschaltkreis für die Lade-Entlade-Steuerung eines geschalteten RC-Gliedes bestehend aus:

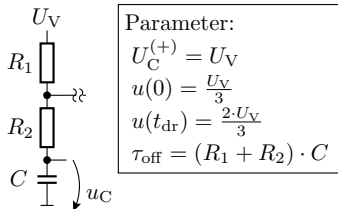
- zwei Komparatoren
- Transistor zum Entladen der Kapazität des RC-Gliedes



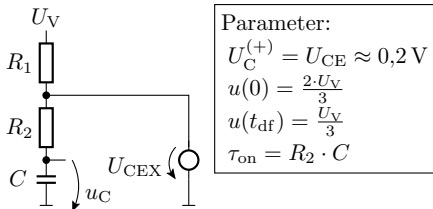
Aufladen über  $R_1 + R_2$

Entladen über  $R_2$

Ersatzschaltung Aufladevorgang  
(Ausgang ist eins)



Ersatzschaltung Entladevorgang  
(Ausgangs ist null)



$$u(t_{\text{off}}) = \frac{1}{3} \cdot U_V = U_{\text{CEX}} - \left( U_{\text{CEX}} - \frac{2}{3} \cdot U_V \right) \cdot e^{-\frac{t_{\text{off}}}{R_2 \cdot C}}$$

$$t_{\text{off}} = R_2 \cdot C \cdot \ln \left( \frac{U_{\text{CEX}} - \frac{2}{3} \cdot U_V}{U_{\text{CEX}} - \frac{1}{3} \cdot U_V} \right) \approx R_2 \cdot C \cdot \ln(2)$$

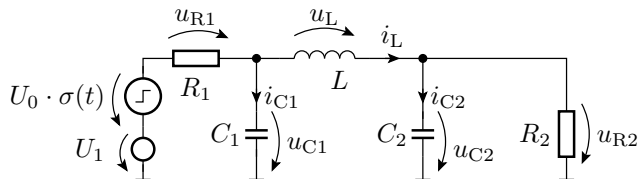
$$u(t_{\text{on}}) = \frac{2}{3} \cdot U_V = U_V - \left( U_V - \frac{1}{3} \cdot U_V \right) \cdot e^{-\frac{t_{\text{on}}}{(R_1 + R_2) \cdot C}}$$

$$t_{\text{on}} = \dots = (R_1 + R_2) \cdot C \cdot \ln(2)$$



# Aufgaben

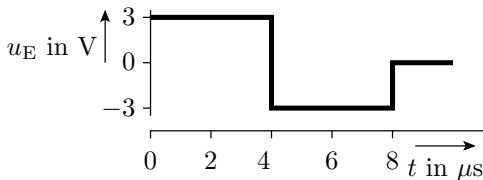
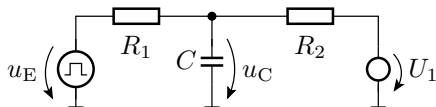
## Allgemeines geschaltetes System



$$\begin{aligned}
 U_0 &= U_1 = 1 \text{ V} \\
 R_1 &= 1 \text{ k}\Omega \\
 R_2 &= 3 \text{ k}\Omega \\
 C_1 &= 1 \text{ nF} \\
 C_2 &= 2 \text{ nF} \\
 L &= 10 \text{ mH}
 \end{aligned}$$

- Schätzen Sie die Werte von  $u_{R2}$  für die stationären Zustände vor und nach dem Sprung ( $t < 0$ ,  $t \gg 0$ ) und im Sprungmoment  $t = 0$ .

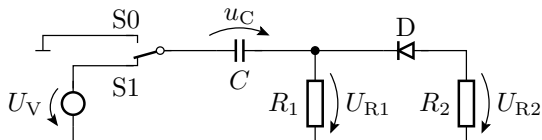
## Lineares System mit einer Kapazität



$$\left. \begin{array}{l} R_1 = 2 \text{ k}\Omega \\ R_2 = 1 \text{ k}\Omega \\ C = 3 \text{ nF} \\ U_1 = 1,5 \text{ V} \\ u_C(0) = 1 \text{ V} \end{array} \right\}$$

- 1 Rechnen Sie die Schaltung in die Grundsaltung eines geschalteten RC-Glieds um.
- 2 Bestimmen Sie die Zeitkonstante  $\tau$ .
- 3 Konstruieren Sie den Spannungsverlauf von  $u_C$ .

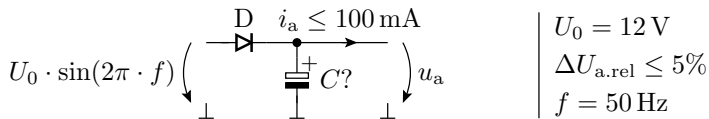
## Abschnittsweise lineares System mit einer Kapazität



- Welchen Arbeitsbereiche sind zu unterscheiden?
- Entwickeln Sie für jeden Arbeitsbereich die Ersatzschaltung.
- Bestimmen Sie für jeden Arbeitsbereich die Zeitkonstante.
- Bestimmen Sie den stationären Wert, gegen den  $u_C$  in jedem Arbeitsbereich strebt.

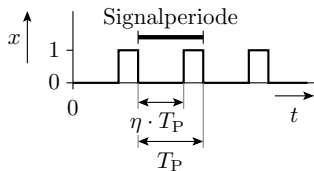
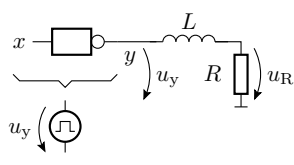


## Berechnung des Glättungskondensators



Wie groß muss der Glättungskondensator hinter der Diode sein, damit die relative Restwelligkeit der geglätteten Spannung nicht größer als 5% ist?

## PWM mit Glättungsinduktivität



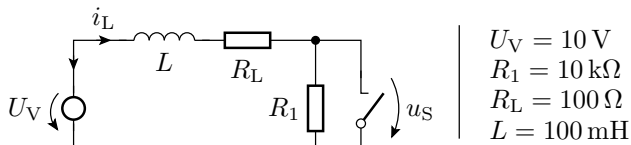
$$\begin{aligned}
 L &= 100 \text{ mH} \\
 R &= 100 \Omega \\
 U_V &= 10 \text{ V} \\
 \eta &= 0,7 \\
 T_P &= 1 \text{ ms} \\
 u_R(0) &= 0
 \end{aligned}$$

Modell für den Inverter:

$$u_y = \begin{cases} U_V & x = 0 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$$

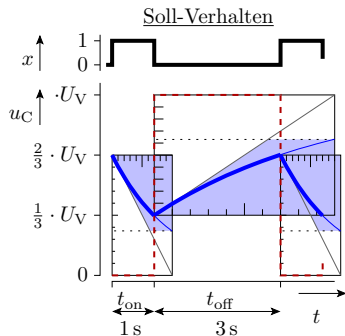
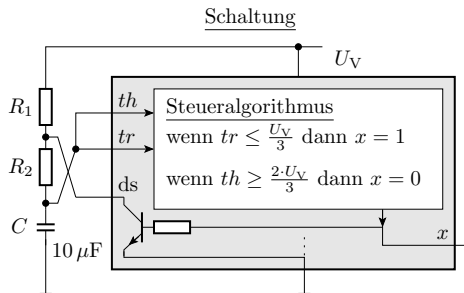
- Transformation in ein geschaltetes RL-Glied mit demselben Strom durch die Induktivität.
- Wie groß ist die Zeitkonstante  $\tau$ ?
- Schätzen des Spannungsverlauf über dem Widerstand für das Zeitintervall  $0 \leq t \leq 4 \text{ ms}$ .

## Schalten induktiver Lasten



- Wie groß ist die Spannung  $u_S$  über dem Schalter im Ausschaltmoment?

### Oszillator mit dem NE555



- Wie groß müssen  $R_1$  und  $R_2$  sein?