



Elektronik I, Foliensatz 2

1.3 Handwerkszeug bis 1.4 Schaltungen mit Dioden

G. Kemnitz

Institut für Informatik, Technische Universität Clausthal
25. Dezember 2013



Inhalt des zweiten Foliensatzes

Handwerkszeug

- 1.1 Widerstandsnetzwerke
- 1.2 Spannungsteiler
- 1.3 Stromteiler
- 1.4 Zerlegung in Überlagerungen
- 1.5 Zweipolvereinfachung
- 1.6 Aufgaben

Dioden

- 2.1 LED-Anzeige für Logikwerte
- 2.2 Gleichrichter
- 2.3 Diode als Spannungsquelle
- 2.4 Logikfunktionen
- 2.5 Aufgaben



Handwerkszeug



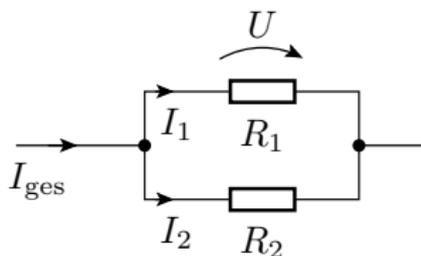
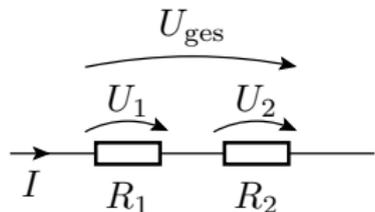
Werkzeugkasten

- Abschätzungen und Entwurfsaufgaben erfolgen in der Praxis überwiegend durch mehrfache Anwendung einfacher Analyseschritte:
 - Nachbildung durch schrittweise vereinfachte Ersatzschaltungen, die sich im betrachteten Arbeitsbereich (nahezu) gleich verhalten.
 - Zusammenfassen von Widerständen
 - Zurückführen auf Strom- und Spannungsteiler
 - Zerlegen in Überlagerungen.
- Die Analyse über Knoten- und Maschengleichungen ist in diesem Werkzeugkasten die Notlösung, wenn die einfacheren Lösungswege versagen.



Widerstandsnetzwerke

Grundregeln



Reihenschaltung:

$$\frac{U_{\text{ges}}}{I} = R_{\text{ges}} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} = R_1 + R_2$$

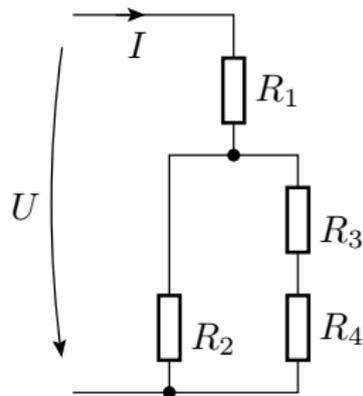
Parallelschaltung

$$\frac{I_{\text{ges}}}{U} = G_{\text{ges}} = \frac{I_1}{U} + \frac{I_2}{U} = G_1 + G_2$$

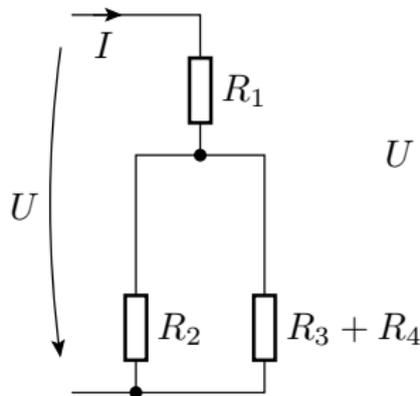
$$R_{\text{ges}} = R_1 \parallel R_2 = \frac{1}{G_{\text{ges}}} = \frac{1}{G_1 + G_2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Schrittweises Zusammenfassen

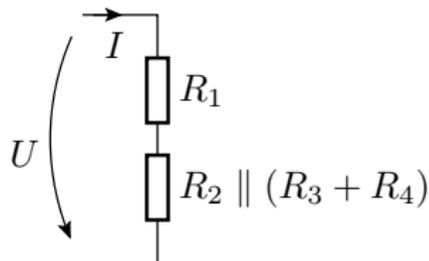
Widerstandsnetzwerk



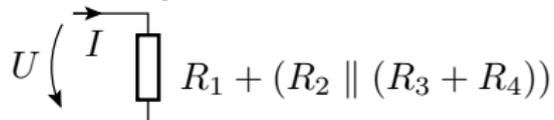
1. Vereinfachung



2. Vereinfachung



3. Vereinfachung

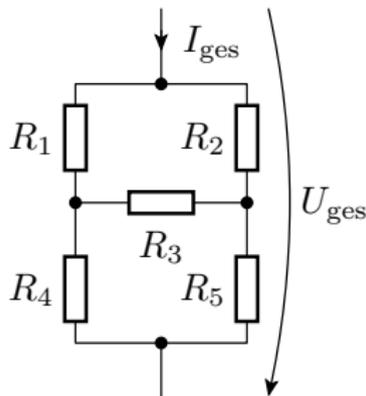


Das schrittweise Zusammenfassen funktioniert nicht immer

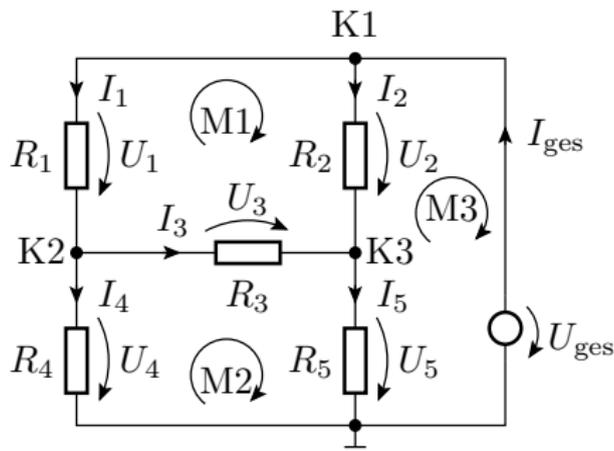
Brückenschaltung

In dieser Schaltung gibt es keine Widerstände, durch die der gleiche Strom fließt oder über denen die gleiche Spannung abfällt.

⇒ einfache Zusammenfassung nicht möglich!



Notlösung Gleichungssystem



$$\text{K1: } -I_1 - I_2 + I_{\text{ges}} = 0$$

$$\text{K2: } I_1 - I_3 - I_4 = 0$$

$$\text{K3: } I_2 + I_3 - I_5 = 0$$

$$\text{M1: } -R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 - R_3 \cdot I_3 = 0$$

$$\text{M2: } -R_4 \cdot I_4 + R_3 \cdot I_3 + R_5 \cdot I_5 = 0$$

$$\text{M3: } -R_5 \cdot I_5 - R_2 \cdot I_2 = -U_{\text{ges}}$$

Das gesamte Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -R_1 & R_2 & -R_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & -R_4 & R_5 & 0 \\ 0 & -R_2 & 0 & 0 & -R_5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_{\text{ges}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -U_{\text{ges}} \end{pmatrix}$$

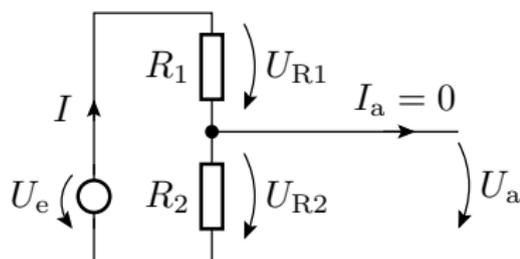
- 6 Gleichungen und 6 Unbekannte
- gesuchter Gesamtwiderstand:

$$R_{\text{ges}} = \frac{U_{\text{ges}}}{I_{\text{ges}}}$$



Spannungsteiler

Spannungsteilerregel



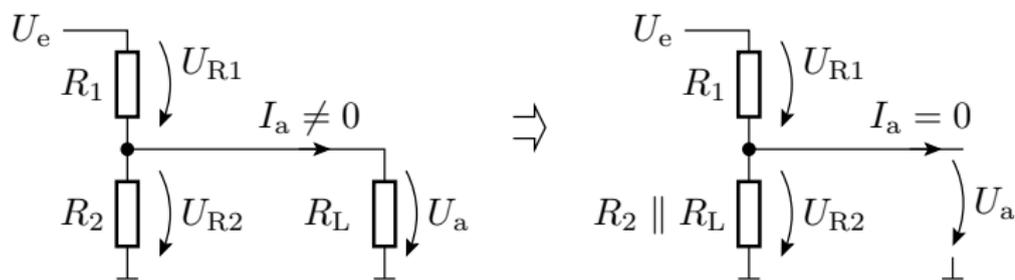
Werden zwei Widerstände vom gleichen Strom durchflossen, verhalten sich die Spannungsabfälle proportional zu den Widerständen:

$$\frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{U_e}{R_1 + R_2} = \frac{U_a}{R_2} = I$$

Anwendung auf die Beziehung zwischen U_e und U_a :

$$U_a = U_e \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Belasteter Spannungsteiler

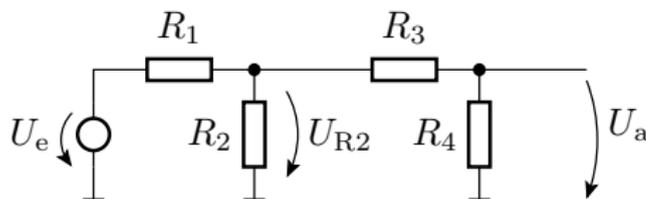


- Transformation in einen unbelasteten Spannungsteiler.
- Anwendung der Spannungsteilerregel:

$$U_a = U_e \cdot \frac{R_2 \parallel R_L}{R_1 + R_2 \parallel R_L}$$



Mehrfachanwendung



Zusammenfassen von R_2 bis R_4 zu einem Ersatzwiderstand:

$$R_{234} = R_2 \parallel (R_3 + R_4) = \frac{R_2 \cdot (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}$$

Berechnung von U_{R2} über die Spannungsteilerregel:

$$U_{R2} = U_e \cdot \frac{R_{234}}{R_1 + R_{234}}$$

Berechnung von U_a aus U_{R2} über die Spannungsteilerregel:



$$U_a = U_{R2} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

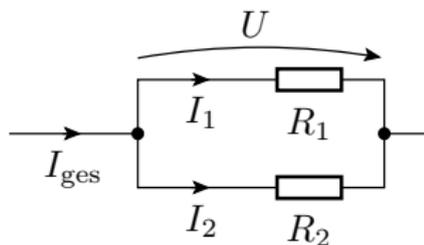
Zusammenfassen:

$$U_a = U_e \cdot \frac{R_{234}}{R_1 + R_{234}} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$



Stromteiler

Stromteilerregel



Die Ströme durch Widerstände, über denen dieselbe Spannung abfällt, ist umgekehrt proportional zu den Widerstandswerten:

$$R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2 = (R_1 \parallel R_2) \cdot I_{\text{ges}} = U$$

Anwendung auf das Verhältnis zwischen I_{ges} und I_1 :

$$\frac{I_1}{I_{\text{ges}}} = \frac{R_1 \parallel R_2}{R_1}$$



Zerlegung in Überlagerungen



Überlagerungssatz

In linearen Systemen ist die Ausgabe einer Linearkombination von Eingaben gleich der Linearkombination der Ausgaben der einzelnen Eingaben:

$$f(k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2) = k_1 \cdot f(x_1) + k_2 \cdot f(x_2)$$

Angewendet auf ein System

$$\mathbf{X} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{Q}$$

bei dem die Eingabe \mathbf{Q} ein Vektor von Quellenwerten und das Ergebnis \mathbf{X} ein Vektor der gesuchten Ströme/Spannungen ist:

$$\begin{aligned}\mathbf{X} &= \mathbf{M}^{-1} \cdot (\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2) \\ &= \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{Q}_1 + \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{Q}_2\end{aligned}$$

Man kann den Quellenvektor in Summanden zerlegen, die gesuchten Ströme und Spannungen für jeden Summanden einzeln berechnen und addieren.

Helmholtzsches Überlagerungsprinzip

Bei einem linearen System mit n Quellen ist möglich:

- Aufteilung des Vektors der Quellenwerte in eine Summe von n Vektoren mit nur einer Quelle, z.B.:

$$\begin{pmatrix} I_{Q1} \\ U_{Q2} \\ U_{Q1} + U_{Q2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{Q1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ U_{Q1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ U_{Q2} \\ U_{Q2} \end{pmatrix}$$

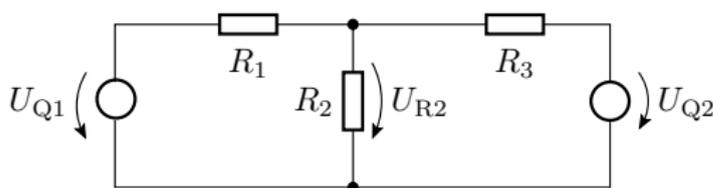
- Berechnung aller $\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{Q}_i$ und Summation.

Zu diesem Rechenweg ist identisch:

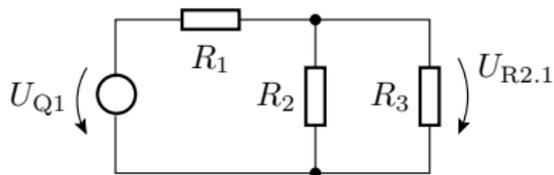
- Aufstellung von n Ersatzschaltungen mit nur einem Quellenwert ungleich Null.
- Berechnung der gesuchten Ströme und Spannungen für jede dieser Ersatzschaltungen und Summation.

Die Analyse **mehrerer** Ersatzschaltungen mit **einer** Quelle ist oft einfacher als die **einer** Ersatzschaltung mit **mehreren** Quellen.

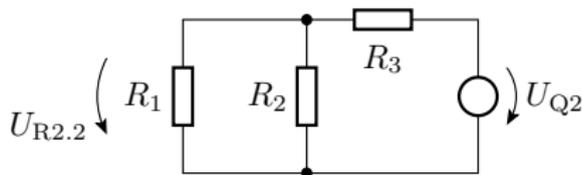
Gesucht: U_{R2} in Abhängigkeit von U_{Q1} und U_{Q2}



Ersatzschaltung für $U_{Q2} = 0$



Ersatzschaltung für $U_{Q1} = 0$

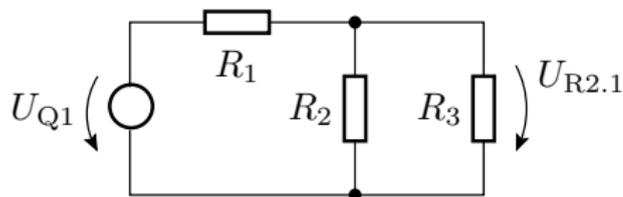


$$U_{R2} = U_{R2.1} + U_{R2.2}$$



Berechnung von U_{R2} für die Ersatzschaltung mit der ersten Quelle

Ersatzschaltung für $U_{Q2} = 0$

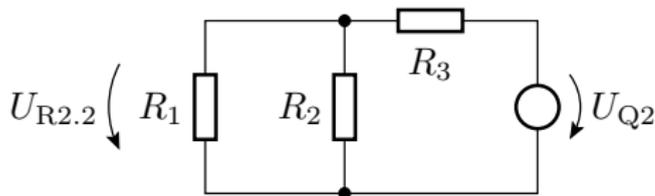


$$U_{R2.1} = \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1 + (R_2 \parallel R_3)} \cdot U_{Q1}$$



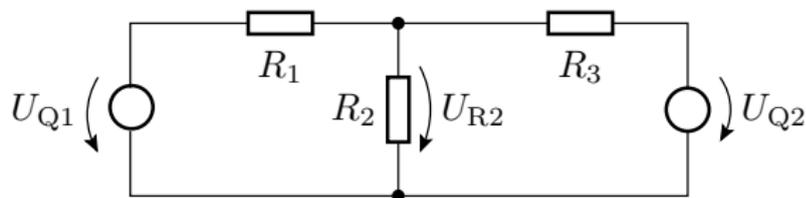
Berechnung von U_{R_2} für die Ersatzschaltung mit der zweiten Quelle

Ersatzschaltung für $U_{Q_1} = 0$



$$U_{R_2.2} = \frac{R_1 \parallel R_2}{R_3 + (R_1 \parallel R_2)} \cdot U_{Q_2}$$

Die Überlagerung der beiden Teilergebnisse



$$\begin{aligned}
 U_{R2} &= U_{R2.1} + U_{R2.2} \\
 &= \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1 + (R_2 \parallel R_3)} \cdot U_{Q1} + \frac{R_1 \parallel R_2}{R_3 + (R_1 \parallel R_2)} \cdot U_{Q2}
 \end{aligned}$$

Vorteile der Analyse nach Helmholtzschem Überlagerungsprinzip:

- Oft auf mehrfache Anwendung der Spannungs- oder Stromteilerregel rückführbar.
- Aus dem Ergebnis ist der Einfluss der einzelnen Quellen auf die untersuchten Ströme/Spannungen direkt ablesbar

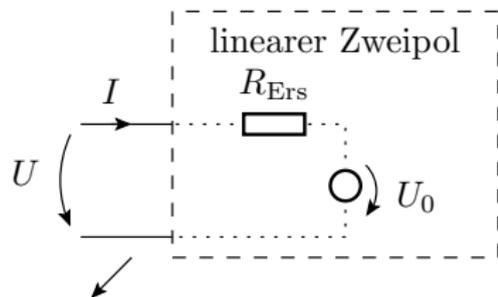


Zweipolvereinfachung

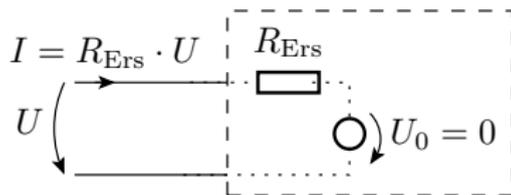
Black-Box-Verhalten eines linearen Zweipols (außer Stromquelle):

$$U = U_0 + R_{\text{Ers}} \cdot I$$

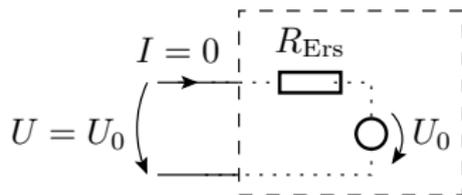
Ein linearer Zweipol aus vielen Bauteilen lässt sich immer durch einen Zweipol aus einem Widerstand und einer Quelle nachbilden.



Schaltung zur Berechnung von R_{Ers} :
Weglassen aller internen Quellen.



Berechnung von U_0 :
Leerlaufspannung der unveränderten Schaltung.



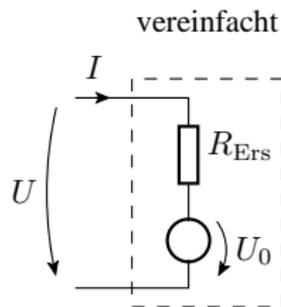
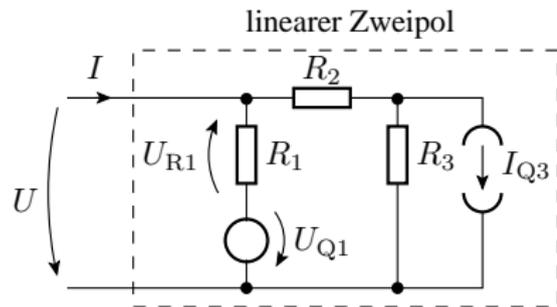


Fakt 1

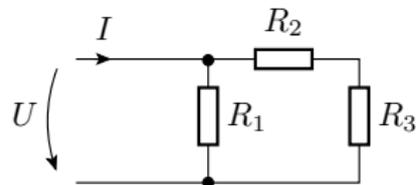
Der Ersatzwiderstand eines Zweipols ist der Ersatzwiderstand des Widerstandsnetzwerks, das übrig bleibt, wenn alle Quellenwerte auf Null gesetzt werden.

Die Leerlaufspannung eines Zweipols ist die Anschlussspannung, wenn kein Strom eingespeist wird.

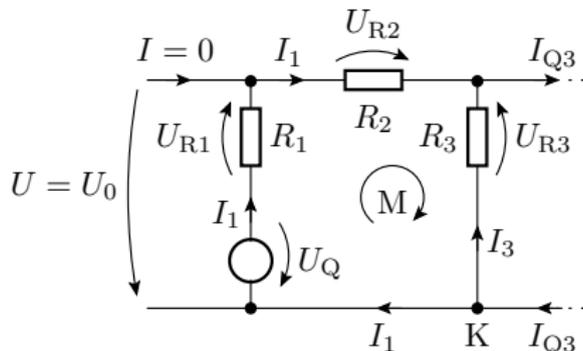
Beispiel



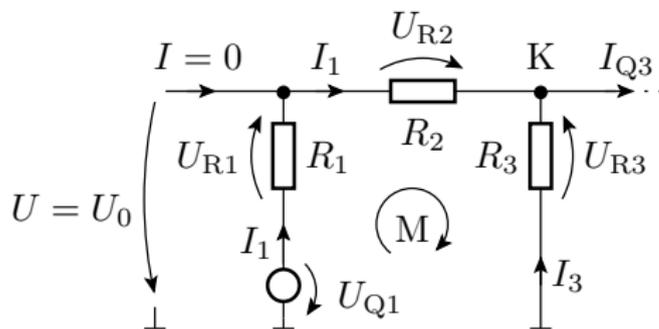
Berechnung von R_{Ers}



Berechnung von U_0

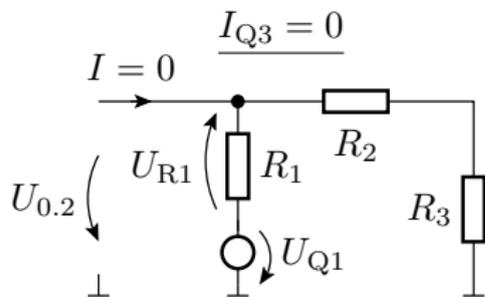
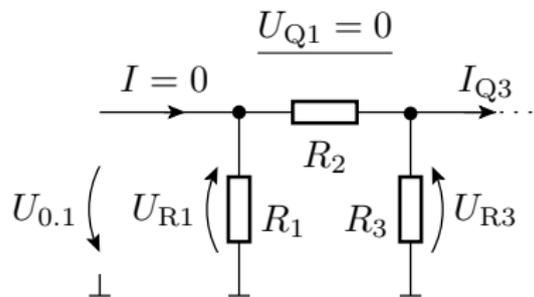


Berechnung von U_0 über ein Gleichungssystem



$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ (R_1 + R_2) & -R_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{Q3} \\ U_{Q1} \end{pmatrix}$$

Berechnung von U_0 durch Überlagerung



$$U_{0.1} = -U_{R1} = -R_1 \cdot \underbrace{\frac{(R_1 + R_2) \parallel R_3}{R_1 + R_2}}_{\text{Stromteiler}} \cdot I_{Q3}$$

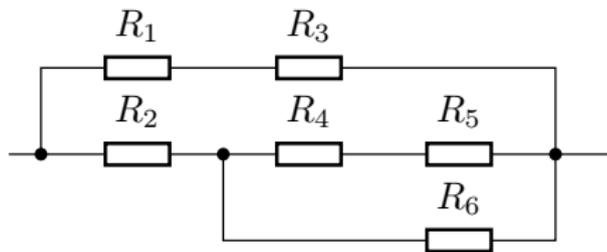
$$U_{0.2} = U_{R23} = \underbrace{\frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}}_{\text{Spannungsteiler}} \cdot U_{Q1}$$



Aufgaben

Widerstandszusammenfassung

Wie groß ist R_{ges} ?



$$R_1 = 4 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 8 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 6 \text{ k}\Omega$$

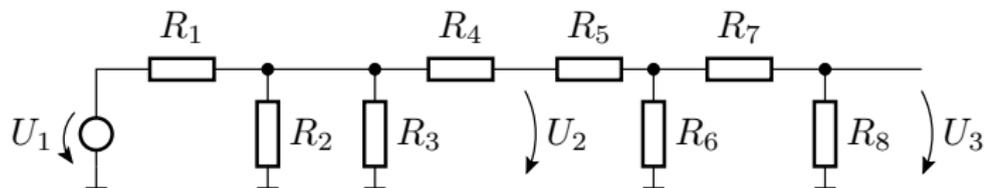
$$R_4 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_5 = 3 \text{ k}\Omega$$

$$R_6 = 4 \text{ k}\Omega$$

Mehrfacher Spannungsteiler

Wie groß sind U_2 und U_3 ?

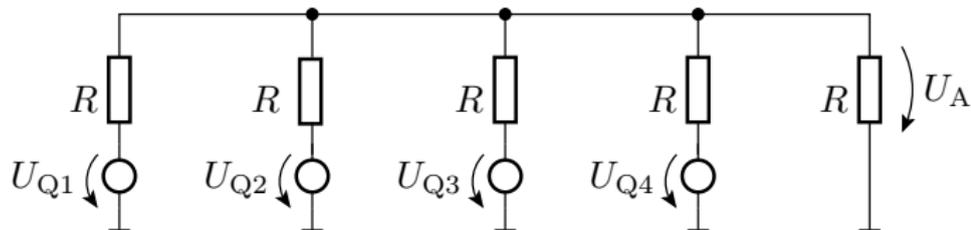


$$\begin{aligned} R_1 &= R_4 = R_6 = 2 \text{ k}\Omega \\ R_2 &= R_3 = 8 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_5 &= R_7 = R_8 = 1 \text{ k}\Omega \\ U_1 &= 8 \text{ V} \end{aligned}$$

Überlagerungssatz

Wie groß ist U_A ?

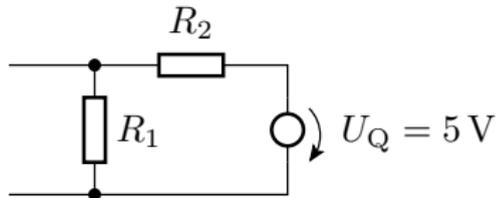


R – Widerstände mit demselben Wert

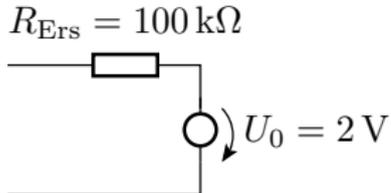
Zweipolumformung

Wie groß müssen R_1 und R_2 sein, damit sich die Schaltungen links und rechts nach außen hin gleich verhalten?

gegebenen Zweipol



Soll-Verhalten



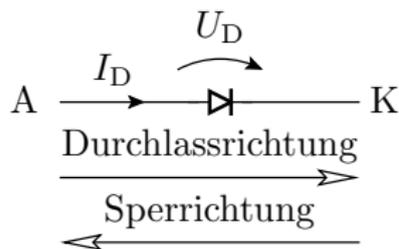


Dioden



2. Dioden

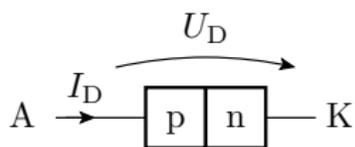
Schaltzeichen und Anschlussbelegung:



U_D	Spannungsabfall in Durchlassrichtung
I_D	Strom in Durchlassrichtung
A	Anode
K	Kathode

Realisierungen:

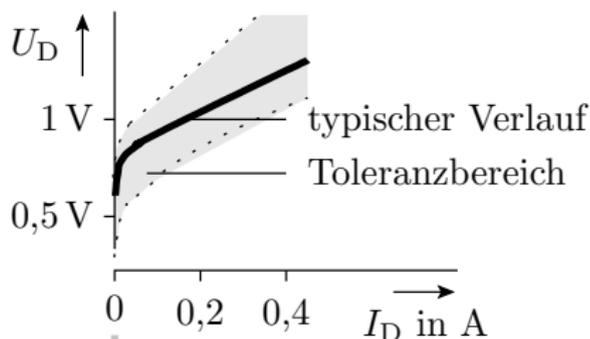
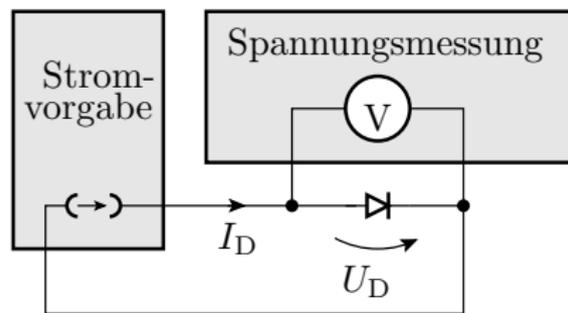
- pn-Übergang: Gleichricht-, Schalt-, Leucht-, Fotodiode, ...



p	Halbleitergebiet mit beweglichen Löchern
n	Halbleitergebiet mit beweglichen Elektronen

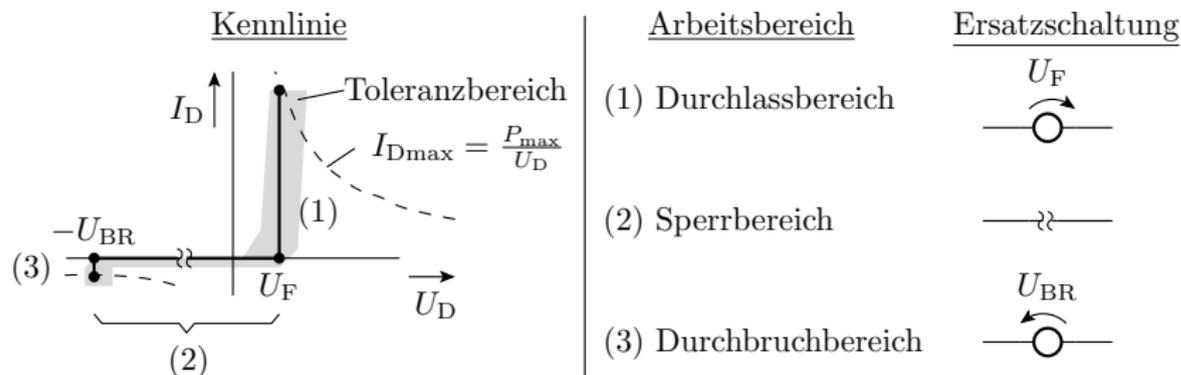
- Metall-Halbleiter-Übergang (Schottky-Dioden): schnelle Gleichricht- und Schaltdioden
- bestimmte Typen von Röhren (veraltete Technik)

Messen des Anschlussverhaltens



- Bei einem nennenswerten Strom in Durchlassrichtung fällt über der Diode in grober Näherung eine geringe konstante Spannung U_F ab.
- Bei einem nennenswerten negativen Strom fällt über einer Diode eine etwa konstante betragsmäßig viel größere Spannung U_S ab.

Modellierung durch 3 lineare Kennlinienäste



Kennlinienast	Bereich	UI-Beziehung
Durchlassbereich	$0 < I_D \leq \frac{P_{max}}{U_F}$	$U_D = U_F$
Durchbruchbereich	$\frac{P_{max}}{U_S} < I_D < 0$	$U_D = -U_{BR}$
Sperrbereich	$-U_{BR} < U_D < U_F$	$I_D = 0$



Die Parameter einiger Dioden

	P_{\max}	U_F	U_{BR}
1N4148 (Standarddiode)	500 mW	$\approx 0,7 \text{ V}$	$\geq 100 \text{ V}$
BAT46 (Schottky-Diode)	150 mW	$\approx 0,45 \text{ V}$	$\geq 100 \text{ V}$
TLHR44... (Leuchtdiode rot)	100 mW	$\approx 1,6 \text{ V}$	$\geq 6 \text{ V}$
TLHG44... (Leuchtdiode grün)	100 mW	$\approx 2,4 \text{ V}$	$\geq 6 \text{ V}$
BZX83 C4V5 (Z-Diode)	500 mW		4,4 bis 5,0 V

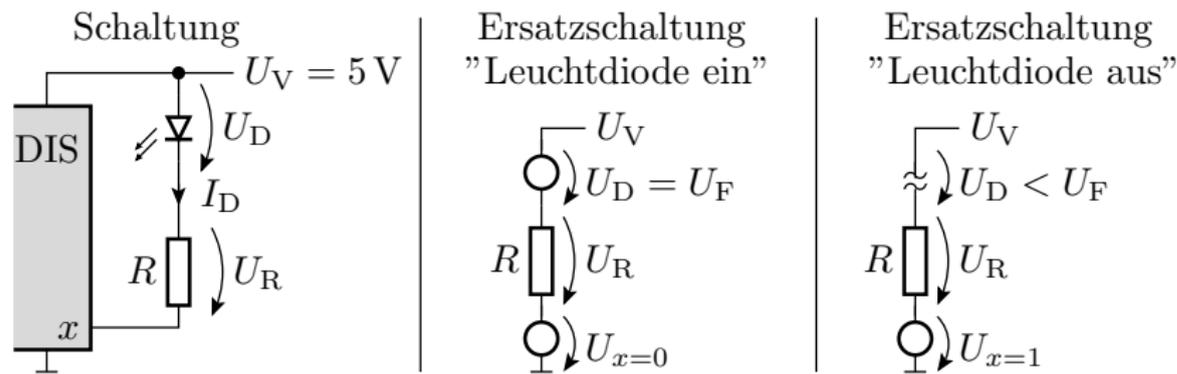
U_F – Flussspannung; U_{BR} – Durchbruchspannung im Sperrbereich; P_{\max} – maximal zulässige Verlustleistung.



LED-Anzeige für Logikwerte

Aufgabe

Am Ausgang eines digitalen Schaltkreises, z.B. eines Mikrorechners, ist eine rote Leuchtdiode so anzuschließen, dass sie bei der Ausgabe einer »0« gut sichtbar leuchtet und bei der Ausgabe einer »1« aus ist.



DIS – digitaler integrierter Schaltkreis

Ersatzschaltungen und Modelrechnungen

Arbeitsbereich »Leuchtdiode ein«

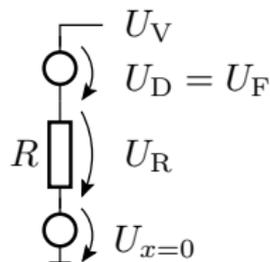
- LED-Modell: Konstantspannungsquelle

$$U_F \approx 1,6 \dots 1,8 \text{ V}$$

- Modell DIS-Ausgang: Spannungsquelle

- Abschätzung von R : $U_{x=0} \approx 0 \dots 0,3 \text{ V}$

$$R = \frac{U_V - U_F - U_{x=0}}{I_D} \approx \frac{5 \text{ V} - 1,6 \dots 2,1 \text{ V}}{10 \text{ mA}} = 290 \dots 340 \Omega$$

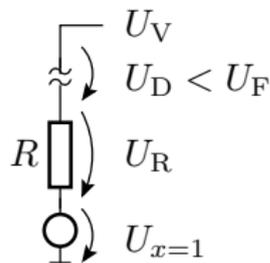


Arbeitsbereich »Leuchtdiode aus«

- Voraussetzung:

$$U_{x=1} > U_V - U_F = 5 \text{ V} - 1,6 \dots 1,8 \text{ V}$$

$$U_{x=1} > 3,4 \text{ V}$$





Toleranzbereichs des LED-Stroms

$$\frac{U_{V\min} - U_{F\max} - U_{x0\max}}{R_{\max}} < I_D < \frac{U_{V\max} - U_{F\min} - U_{x0\min}}{R_{\min}}$$

- Nächster Widerstandswert zu 290...340 Ω aus der E24-Reihe: 300 Ω
- 5% Widerstandstoleranz: 285...315 Ω
- Bereich der Versorgungsspannung: $U_V = 4,9 \dots 5,1 \text{ V}$:
- minimaler Strom: $\frac{4,9 \text{ V} - 1,8 \text{ V} - 0,3 \text{ V}}{315 \Omega} \approx 8,95 \text{ mA}$
- maximaler Strom: $\frac{5,1 \text{ V} - 1,6 \text{ V} - 0 \text{ V}}{285 \Omega} \approx 12,3 \text{ mA}$

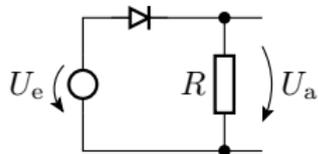
-
- 20% Abweichung der Helligkeit der LED akzeptabel?
 - Ist $U_{x=1}$ des DIS ausreichend groß?
 - Alle Ströme, Spannungen und Verlustleistungen zulässig?
 \Rightarrow Auch der Entwurf kleiner Schaltungen erfordert erheblichen Arbeitsaufwand.



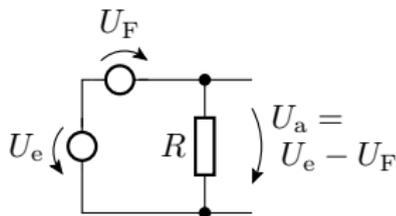
Gleichrichter

Einfacher Gleichrichter

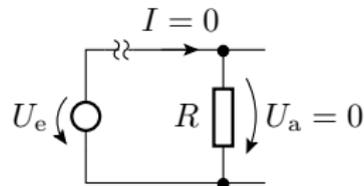
Schaltung



Ersatzschaltung $U_e > U_F$



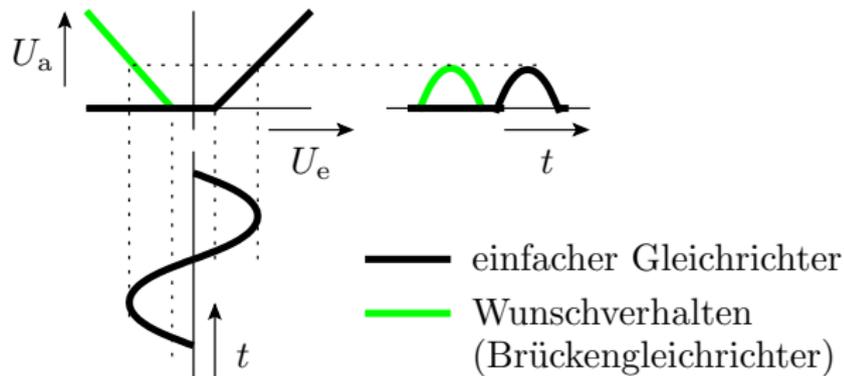
Ersatzschaltung $U_e \leq U_F$



Übertragungsfunktion:

$$U_a = \begin{cases} U_e - U_F & \text{für } U_e \geq U_F \\ 0 & \text{für } U_F > U_e > -U_{BR} \end{cases}$$

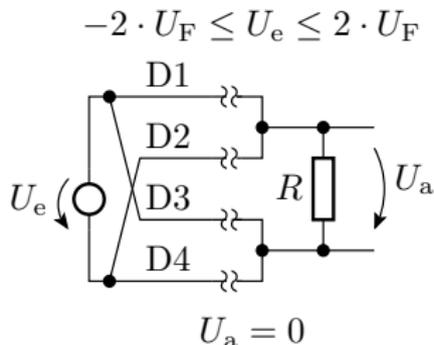
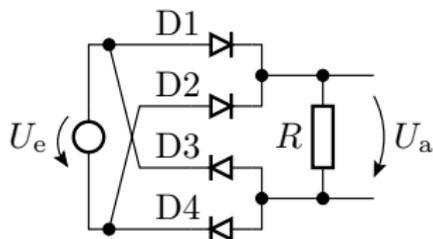
Ist- und Wunschverhalten



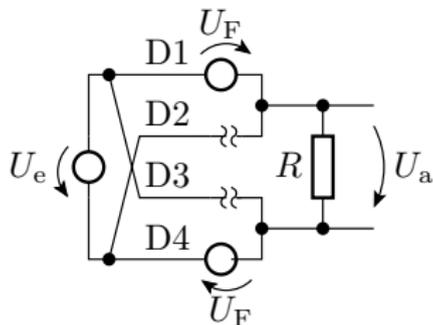
Der einfache Gleichrichter schneidet bei der Gleichrichtung von Wechselspannungen eine Halbwelle ab.

Brückengleichrichter

Schaltung

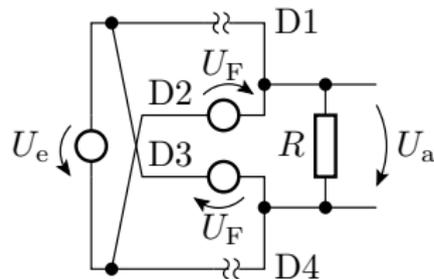


$U_e > 2 \cdot U_F$



$U_a = U_e - 2 \cdot U_F$

$U_e < -2 \cdot U_F$

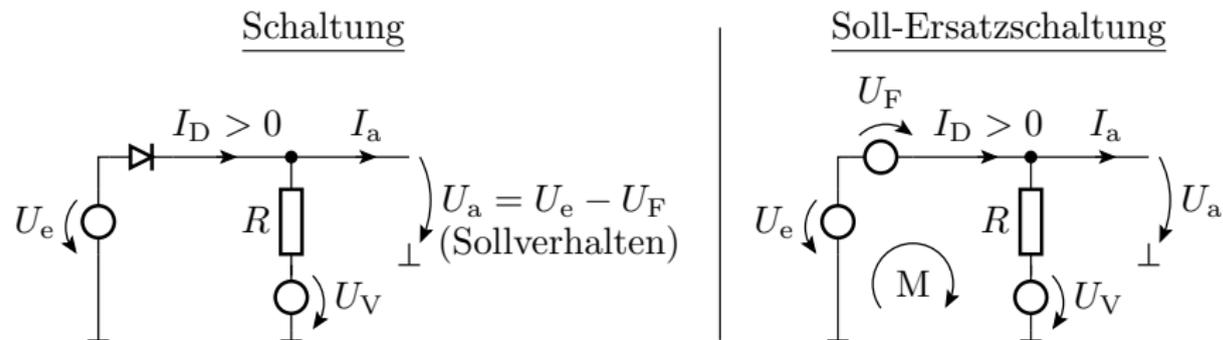


$U_a = -U_e - 2 \cdot U_F$



Diode als Spannungsquelle

Subtraktion der Flussspannung

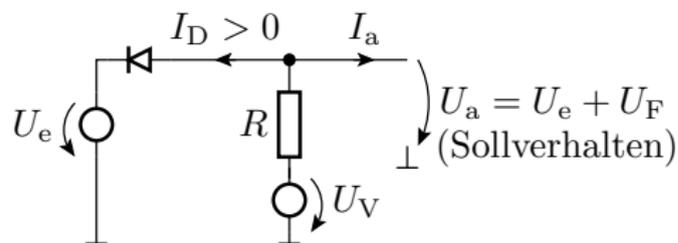


Maximale Versorgungsspannung, bis zu der das Modell gilt:

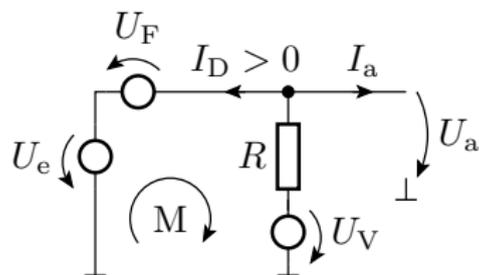
$$U_V < U_e - U_F + R \cdot I_a$$

Addition der Flussspannung

Schaltung



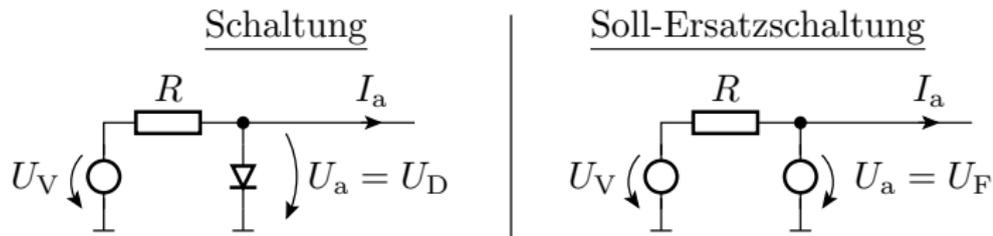
Soll-Ersatzschaltung



Minimale Versorgungsspannung, bis zu der das Modell gilt:

$$U_V > U_e + U_F - R \cdot I_a$$

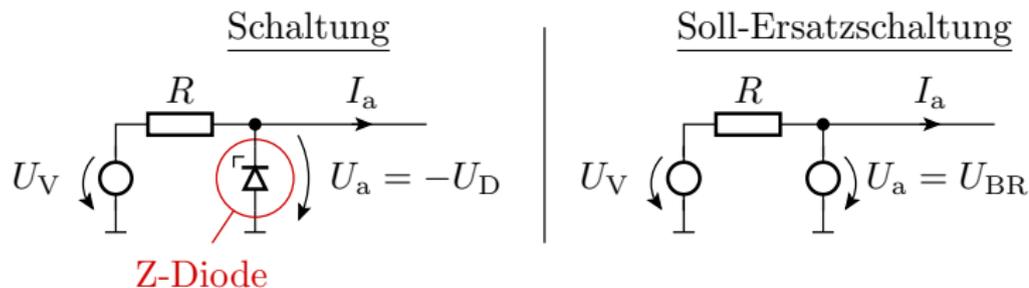
Konstantes Potential gleich der Flussspannung



Minimale Versorgungsspannung, bis zu der das Modell gilt:

$$U_V > U_a + R \cdot I_a$$

Konstantes Potential gleich der Durchbruchspannung



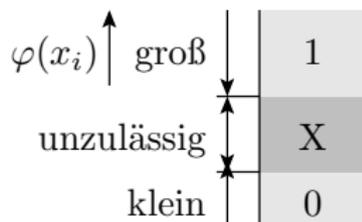
Minimale Versorgungsspannung, bis zu der das Modell gilt:

$$U_V > U_a + R \cdot I_a$$



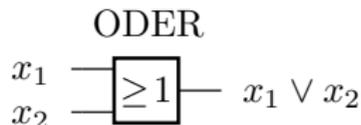
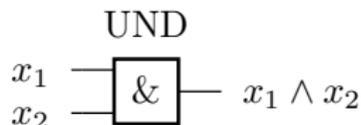
Logikfunktionen

Zuordnung zwischen Logik- und Signalwerten



- In der Regel und auch in dieser Vorlesung ist die Zuordnung:
 $1 \Rightarrow \text{groß}$ und $0 \Rightarrow \text{klein}$.
- Die umgekehrte Zuordnung ist auch zulässig.
- Signalwerte zwischen 0 und 1 sind unzulässig oder unbestimmt (X).

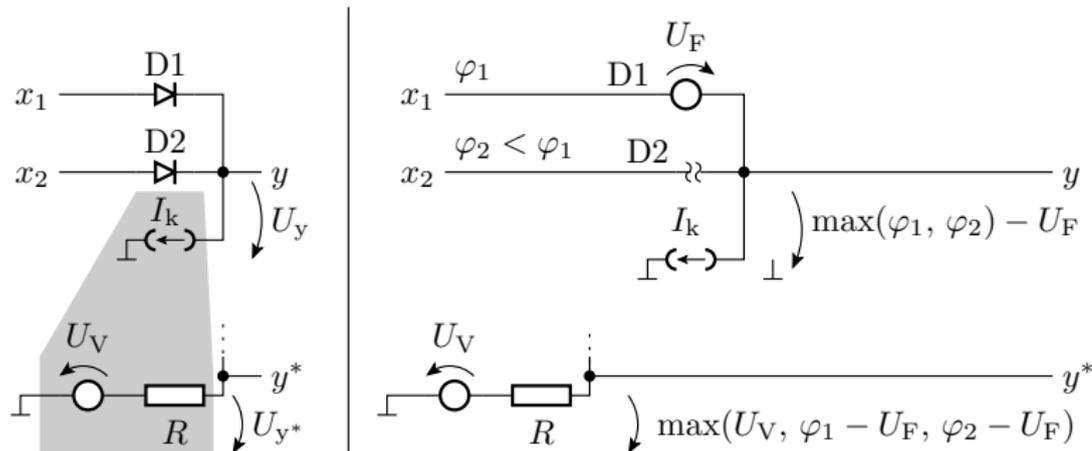
UND und ODER



x_2	x_1	$x_1 \vee x_2$	$x_1 \wedge x_2$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

- UND: Der minimale Eingabewert setzt sich durch.
- ODER: Der maximale Eingabewert setzt sich durch.

Dioden-ODER

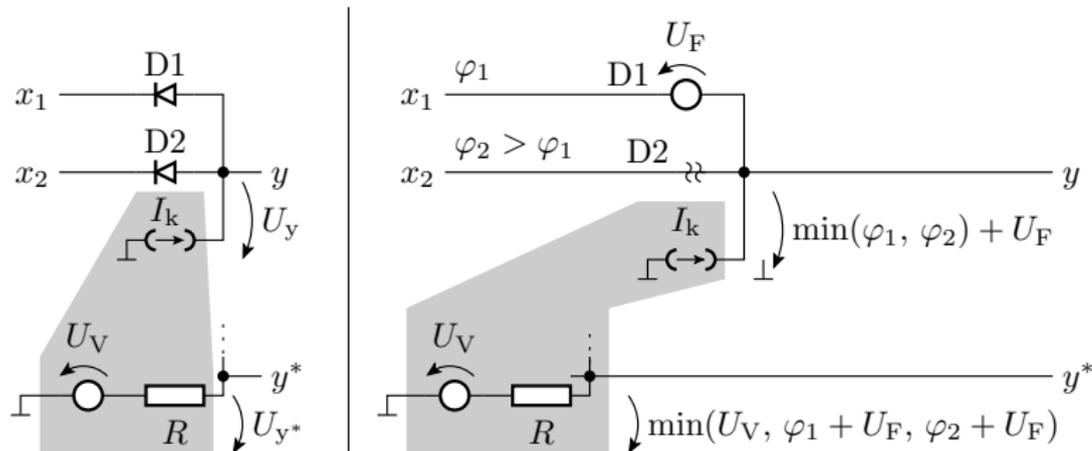


$$U_y = \max_{i=1}^{N_e} (\varphi_i) - U_F$$

N_e – Anzahl der Eingänge.* – Ersatz der Stromquelle durch eine Spannungsquelle und einen Widerstand. Hier gilt zusätzlich:

$$U_{y^*} = \max(U_y, U_V)$$

Dioden-UND

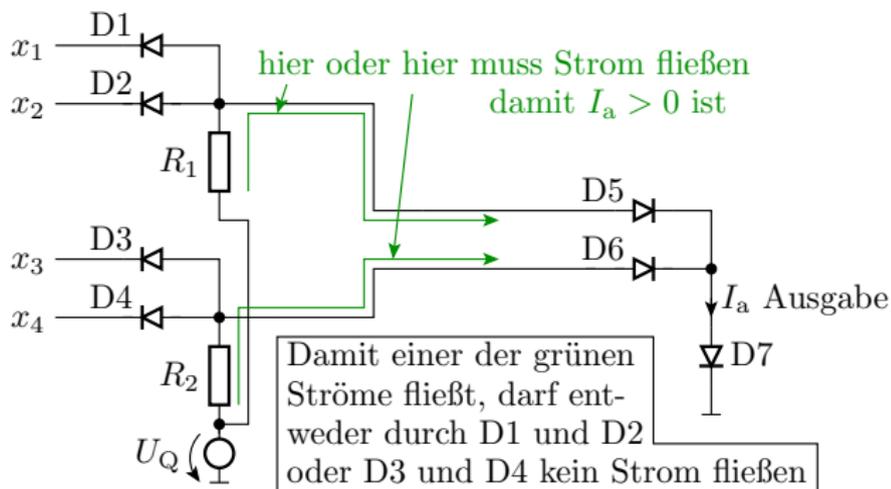


$$U_y = \min_{i=1}^{N_e} (\varphi(x_i) + U_F)$$

N_e – Anzahl der Eingänge.* – Ersatz der Stromquelle durch eine Spannungsquelle und einen Widerstand. Hier gilt zusätzlich:

$$U_{y^*} = \min(U_y, U_V)$$

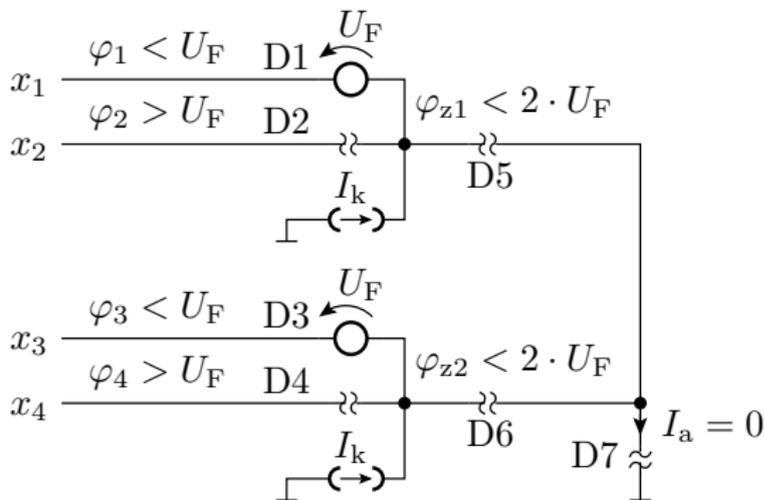
Verkettung von UND- und ODER



I_a ist nur groß, wenn entweder die Potentiale von x_1 und x_2 größer als U_F sind oder wenn die Potentiale von x_3 und x_4 größer als U_F sind. Sonst ist $I_a = 0$. Logische Funktion:

$$y = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_3 \wedge x_4)$$

Elektrische Kontrolle für $I_a = 0$

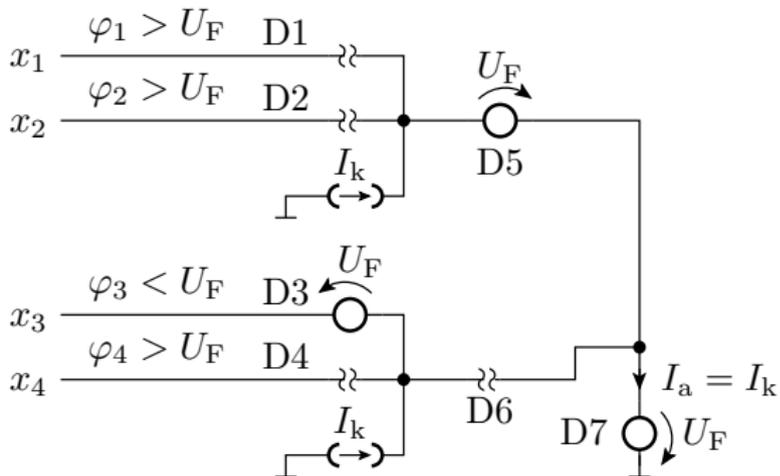


$$\varphi_{z1} = \varphi_1 + U_F < 2 \cdot U_F \Rightarrow \text{D5 sperrt}$$

$$\varphi_{z2} = \varphi_3 + U_F < 2 \cdot U_F \Rightarrow \text{D6 sperrt}$$

Damit bekommt auch D7 keinen Strom: $I_a = 0$

Elektrische Kontrolle für $x_1 \wedge x_2 = 1$



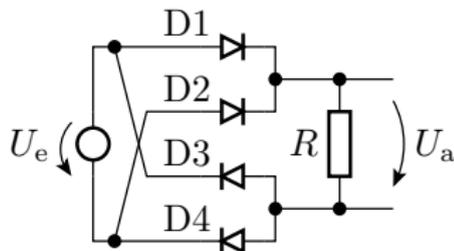
Die Dioden D_1 und D_2 sperren, so dass der obere Quellenstrom I_k als I_a durch D_7 fließt.



Aufgaben

Brückengleichrichter mit einer Diode im Durchbruchbereich

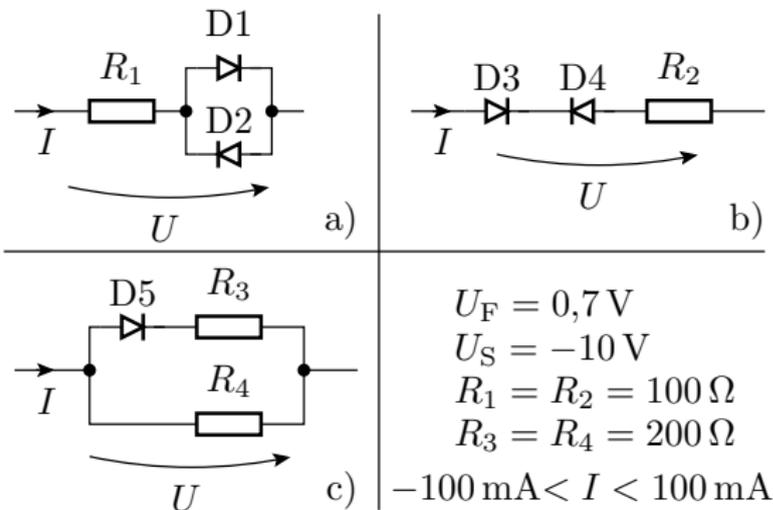
Wie ist die Ersatzschaltung für den Brückengleichrichter, wenn die Eingangsspannung so groß ist, dass D2 in den Durchbruchbereich übergeht?



- Wie ist die Ersatzschaltung?
- Was für Ströme und Leistungsumsätze treten auf?

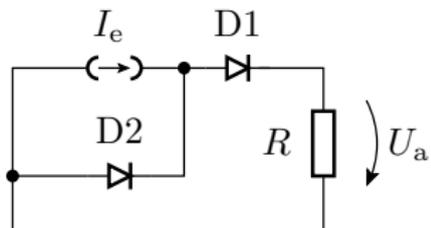
Bestimmung von Zweipolkennlinien

- Welche Strom-Spannungs-Beziehungen haben die drei Zweipole?



Stromteiler mit Dioden

Wie groß ist U_a in Abhängigkeit von I_e ?



Logikschaltung

- Wie groß ist U_a in Abhängigkeit von den drei Eingangsspannungen?
- Welche logische Funktion lässt sich mit dieser Schaltung nachbilden?

