



Elektronik 1, Foliensatz 6: geschaltete Systeme

G. Kemnitz

Institut für Informatik, TU-Clausthal (E1F6.pdf)

12. Januar 2022



1. Geschaltete Systeme

Geschaltete Systeme

- 1.1 Sprungantwort
- 1.2 Geschaltetes RC-Glied
- 1.3 RC-Glied, Abbildung auf
- 1.4 Geschaltetes RL-Glied
- 1.5 RL-Glied, Abbildung auf
- 1.6 RC-Oszillator
- 1.7 Aufgaben



Geschaltete Systeme



Geschaltete Systeme

Modell für Systeme, deren Eingaben oder Arbeitsbereiche sprunghaft wechseln:

- digitale Systeme, gepulste Ausgabe,
- Wechsel zwischen linearen Kennlinienästen,
- Abschätzung der Dauer von Ausgleichsvorgängen.

Rechtecksignal: Signal, dessen Wert sich zu den Zeitpunkten t_i sprunghaft ändert und sonst konstant bleibt¹.

Einheitssprung:

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

Sprungantwort: Reaktion eines linearen Systems auf einen
Einheitssprung:

$$h(t) = f(\sigma(t))$$

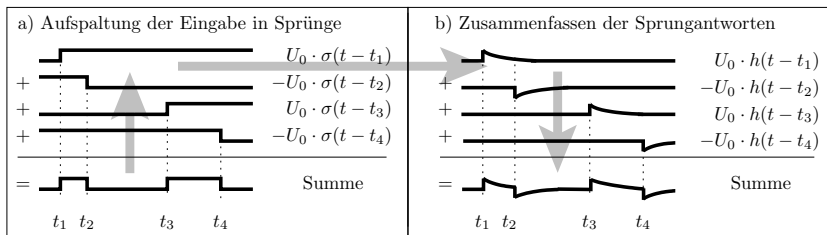
¹Theoretisches Modell. Praktisch können sich Ströme und Spannungen wegen der immer vorhandenen L 's und C 's nicht sprunghaft ändern.



Sprungantwort

Bedeutung der Sprungantwort

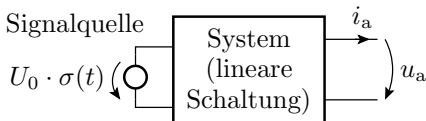
- Die Systemreaktion eines geschalteten linearen Systems ist eine Linearkombination zeitversetzter Sprungantworten.



$$f \left(X_0 + \sum_{i=1}^N X_i \cdot \sigma(t - t_i) \right) = f(X_0) + \sum_{i=0}^{N-1} X_i \cdot h(t - t_i)$$

⇒ Erlaubt einfache Überschlüsse und Abschätzungen.

Messen der Sprungantwort



Messsignal	Sprungantwort
$i_a(U_0 \cdot \sigma(t))$	$\frac{i_a}{U_0}$
$u_a(U_0 \cdot \sigma(t))$	$\frac{u_a}{U_0}$

- Anlegen eines Eingabesprungs.
- Aufzeichnen der Systemreaktion:

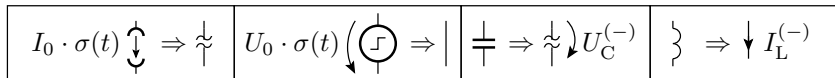
$$f(U_0 \cdot \sigma(t)) = U_0 \cdot f(\sigma(t)) = U_0 \cdot h(t)$$

- Die Sprungantwort ist:

$$h(t) = \frac{f(U_0 \cdot \sigma(t))}{U_0}$$

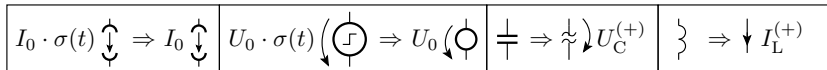
Anfangs- und Endwerte

Vor dem Sprung ($t < 0$):



- $U^{(-)}, I^{(-)}$ stationäre Spannungen und Ströme vor dem Sprung.

Stationärer Zustand² lange nach dem Sprung ($t \gg 0$):



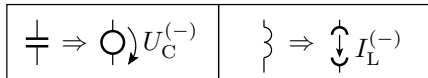
- $U^{(+)}, I^{(+)}$ stationäre Spannungen und Ströme nach dem Sprung.

²Es ist hier vorausgesetzt, dass die Schaltung den stationären Zustand erreicht, d.h. dass sie nicht schwingt. Ob ein System schwingt oder nicht, kann man ausprobieren, simulieren, ... Mathematik dazu Laplace-Transformation, nicht in dieser Vorlesung.

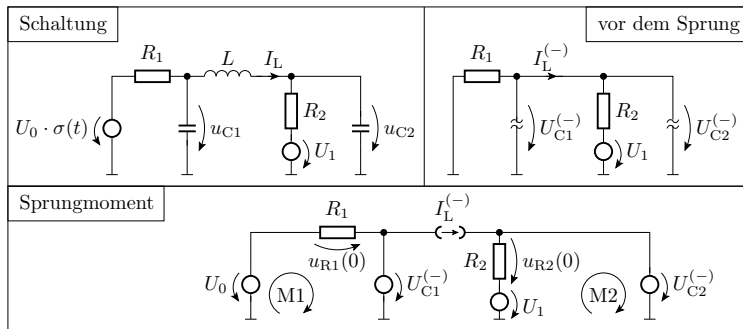
Im Moment des Sprunges ($t = 0$):

$$u_C(0) = \frac{1}{C} \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_0^{\Delta t} i_C(t) \cdot dt + U_C^{(-)} = U_C^{(-)}$$

$$i_L(0) = \frac{1}{L} \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_0^{\Delta t} u_L(t) \cdot dt + I_L^{(-)} = I_L^{(-)}$$



Anwendung auf ein Schaltungsbeispiel

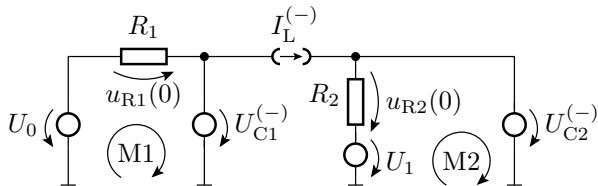


- Stationärer Zustand vor dem Sprung:

$$U_{C1}^{(-)} = U_{C2}^{(-)} = U_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$I_L^{(-)} = -\frac{U_1}{R_1 + R_2}$$

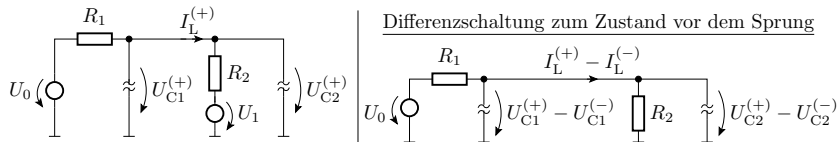
Im Sprungmoment



$$u_{R1}(0) = U_0 - U_{C1}^{(-)}$$

$$u_{R2}(0) = U_{C2}^{(-)} - U_1$$

Stationärer Zustand nach dem Sprung



$$U_{C_1}^{(+)} - U_{C_1}^{(-)} = U_{C_2}^{(+)} - U_{C_2}^{(-)} = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_L^{(+)} - I_L^{(-)} = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$$

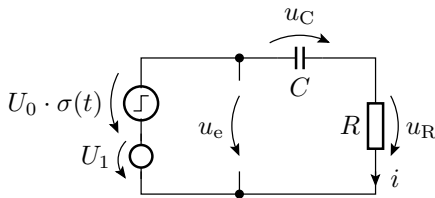
Die Abschätzung der stationären Werte vor und lange nach einem Sprung sowie im Sprungmoment ist nützlich,

- um Simulationsergebnisse auf Glaubwürdigkeit zu untersuchen,
- Größenordnungen der Ströme und Spannungen abzuschätzen, ...



Geschaltetes RC-Glied

Das geschaltete RC-Glied

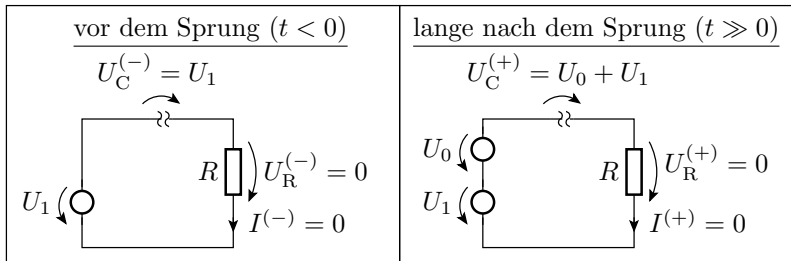


gesucht:

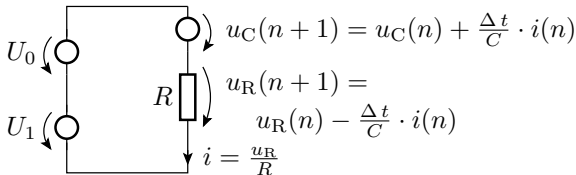
Anfangs- und	$\left\{ \begin{array}{l} U_R^{(-)} = \\ u_R(0) = \\ U_R^{(+)} = \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} U_C^{(-)} = \\ u_C(0) = \\ U_C^{(+)} = \end{array}$
Endwerte		
Ausgabeverlauf		

- Grundschialtung zur Abschätzung des dynamischen Verhaltens auch vieler anderer Schaltungen.

Anfangs- und Endwert



Ausgleichsvorgang



Anfangswerte:

- Kapazität: $u_C(0) = U_1$ (behält Wert)
- Widerstand: $u_R(0) = U_0 + U_1 - u_C(0) = U_0$ (Sprunghöhe)

Zeitdiskrete Berechnung

$$u_C(n+1) = u_C(n) + \frac{\Delta t}{R \cdot C} \cdot u_R(n)$$

$$u_R(n+1) = u_R(n) - \frac{\Delta t}{R \cdot C} \cdot u_R(n) = u_R(n) \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C}\right)$$



$$u_R(n+1) = u_R(n) \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C}\right) \Rightarrow u_R(n) = u_R(0) \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C}\right)^n$$

mit $n = \frac{t}{\Delta t}$, $u_R(0) = U_0$, $\frac{\Delta t}{R \cdot C} = -x$ und $x \rightarrow 0$

- Spannungsverlauf Widerstand:

$$u_R(t) = U_0 \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C}\right)^{\frac{t}{\Delta t}} = U_0 \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}\right)^{-\frac{t}{R \cdot C}} = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

- Spannungsverlauf Kapazität:

$$u_C(t) = U_0 + U_1 - u_R(t) = U_1 + U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right)$$

- Stromverlauf:

$$i(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

- Beide Spannungsverläufe und auch der Stromverlauf sind abklingende Exponentialfunktionen mit der Zeitkonstanten:

$$\tau = R \cdot C$$



Zusammenfassung

- Die Strom- und Spannungsverläufe am geschalteten RC-Glied sind abklingende Exponentialfunktionen, bei denen die Differenz zum stationären Wert $X^{(+)} - x$ mit der Zeitkonstante $\tau = R \cdot C$ abnimmt:

$$x(t) = \begin{cases} X^{(-)} & t < 0 \\ X^{(+)} - (X^{(+)} - x(0)) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} & t \geq 0 \end{cases}$$

$X^{(-)}$ stationärer Wert vor dem Sprung,

$X^{(+)}$ stationärer Wert lange nach dem Sprung,

$x(0)$ Wert im Moment des Sprungs.

$\tau = R \cdot C$ Zeitkonstante.

- Der stationäre Wert wird nach ca. $3 \cdot \tau$ bis $5 \cdot \tau$ erreicht.

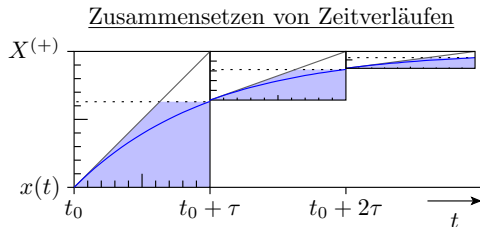
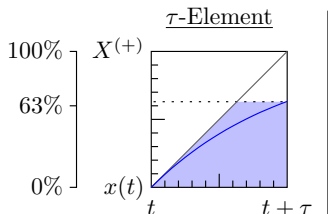
Graphische Konstruktion der Sprungantwort

(Abschätzung der Ausgabe geschalteter RC-Glieder)

- Anstieg zum Zeitpunkt t

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{X^{(+)} - x(t)}{\tau}$$

- Der Betrag des Anstiegs nimmt ab.
- Nach τ wird $1 - e^{-1} \approx 63\%$ des Endwerts erreicht.

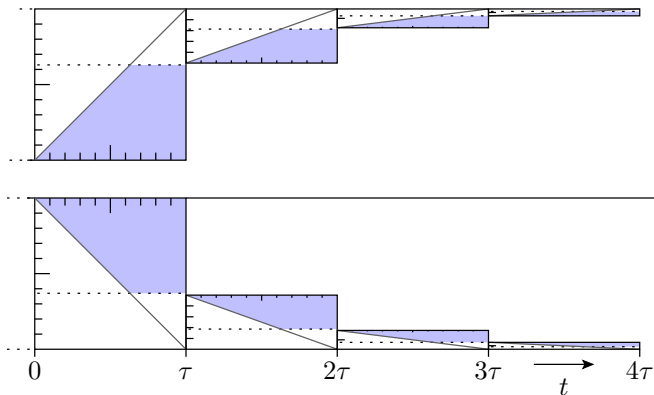


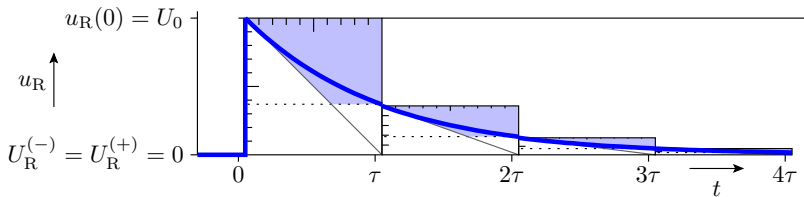
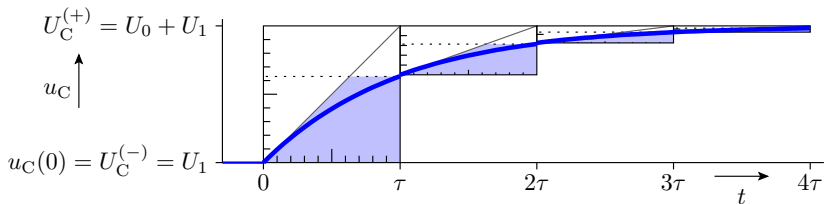


1. Geschaltete Systeme

2. Geschaltetes RC-Glied

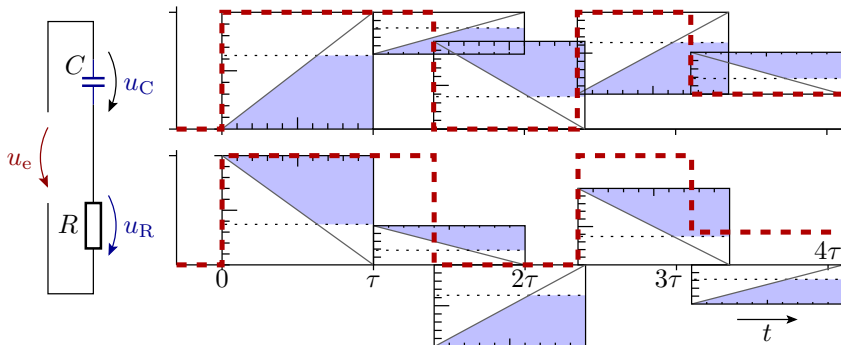
	$i(t)$	$u_R(t)$	$u_C(t)$
vor dem Sprung	$I^{(-)} = 0$	$U_R^{(-)} = 0$	$U_C^{(-)} = U_1$
Sprungmoment	$i(0) = \frac{U_0}{R}$	$u_R(0) = U_0$	$u_C(0) = U_1$
stat. nach Sprung	$I^{(+)} = 0$	$U_R^{(+)} = 0$	$U_C^{(+)} = U_0 + U_1$

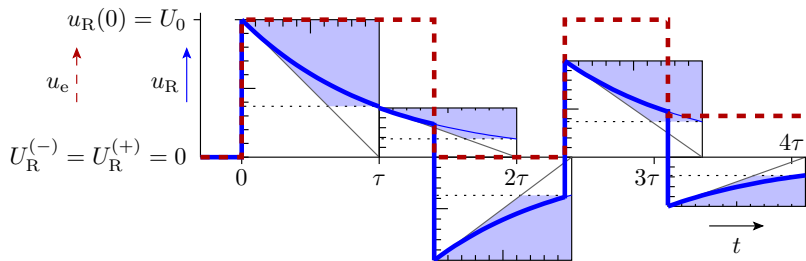
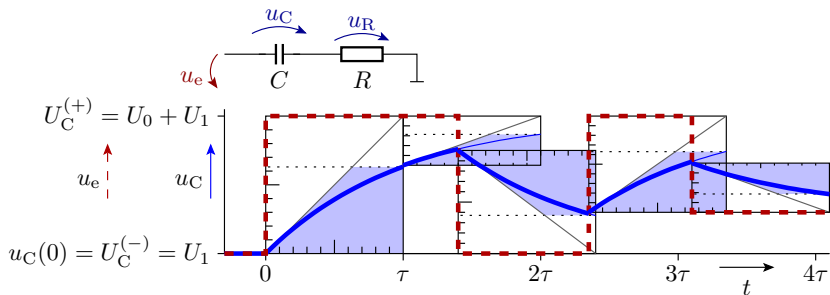




Ausgabe für eine Folge von Schaltvorgängen

- Konstruktion u_C : Anfangswert gleich Endwert im vorherigen τ -Element (Stetigkeit). $U_C^{(+)} = u_e$
- Konstruktion u_R : Anfangswert resultiert aus der Maschengleichung $u_R = u_e - u_C$. $U_R^{(+)} = 0$



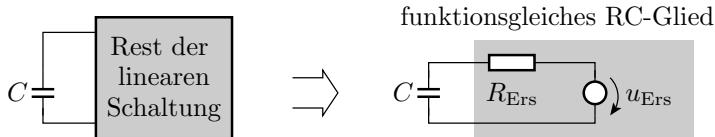




RC-Glied, Abbildung auf

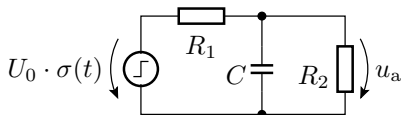
Transformation in ein geschaltetes RC-Glied

Alle linearen (oder abschnittsweise linearen) Schaltungen mit einer wesentlichen Kapazität und ohne (wesentliche) Induktivitäten lassen sich in ein funktionsgleiches RC-Glied umrechnen:

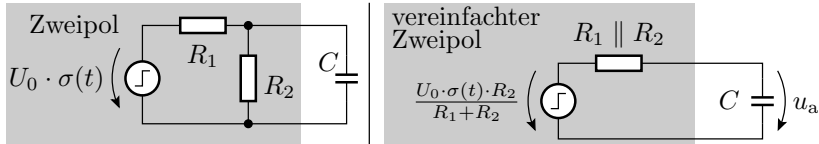


»Wesentlich« bedeutet, dass die Umladezeitkonstanten für alle anderen Kapazitäten und Induktivitäten viel kleiner sind.

Belastetes RC-Glied



- Was bewirkt der Widerstand parallel zur Kapazität?



Der Widerstand parallel zur Kapazität bewirkt:

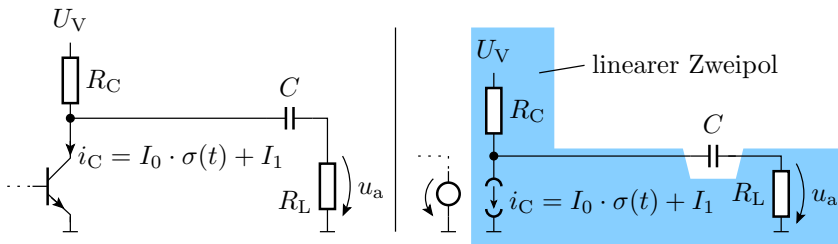
- eine Verringerung der Sprunghöhe:

$$u_{\text{Ers}} = \frac{U_0 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot \sigma(t)$$

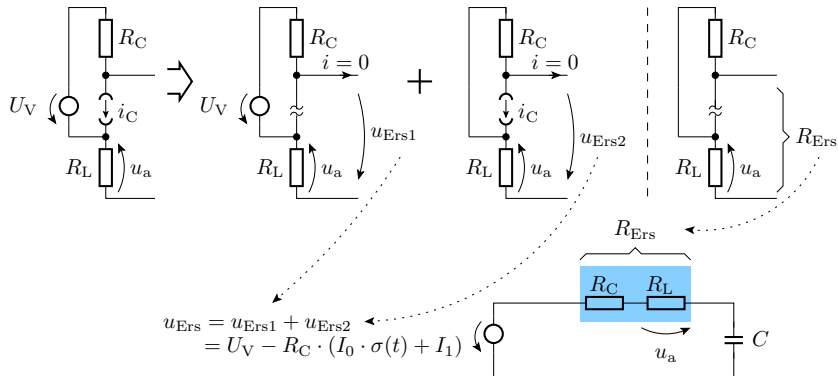
- eine Verkürzung der Zeitkonstante:

$$\tau = (R_1 \parallel R_2) \cdot C$$

Transistor als geschaltete Stromquelle



- Transistor durch lineare Ersatzschaltung ersetzen.
- Den blau unterlegten Zweipol in eine Reihenschaltung aus einer geschalteten Quelle, einer konstanten Quelle und einem Widerstand umrechnen.



Zeitkonstante:

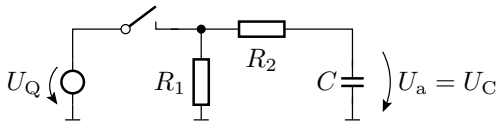
$$\tau = (R_C + R_L) \cdot C$$

Sprunghöhe von u_a :

$$u_a(0) = -I_0 \cdot \frac{R_C \cdot R_L}{R_C + R_L} = -I_0 \cdot (R_C \parallel R_L)$$

Abschnittsweise Annäherung durch geschaltete RC-Glieder

Die Abbildung auf ein geschaltetes RC-Glied ist auch für einzelne Arbeitsbereiche möglich.

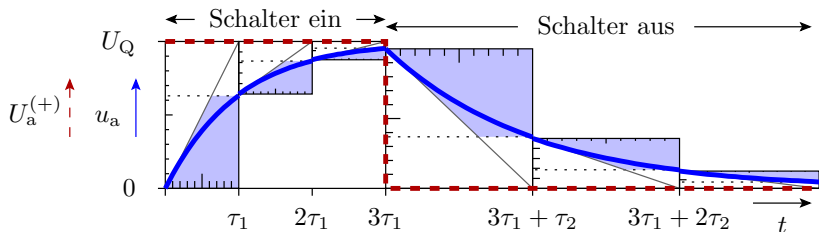
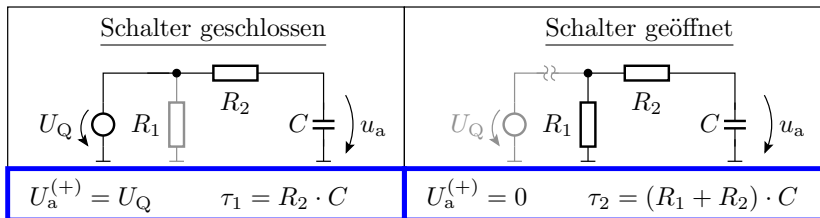


zwei lineare Arbeitsbereiche:

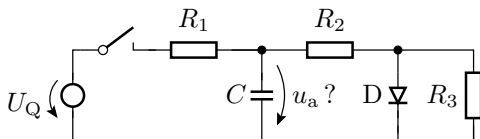
- Schalter geschlossen,
- Schalter geöffnet.



1. Geschaltete Systeme 3. RC-Glied, Abbildung auf



Gesucht: Zeitkonstanten und stationäre Endwerte

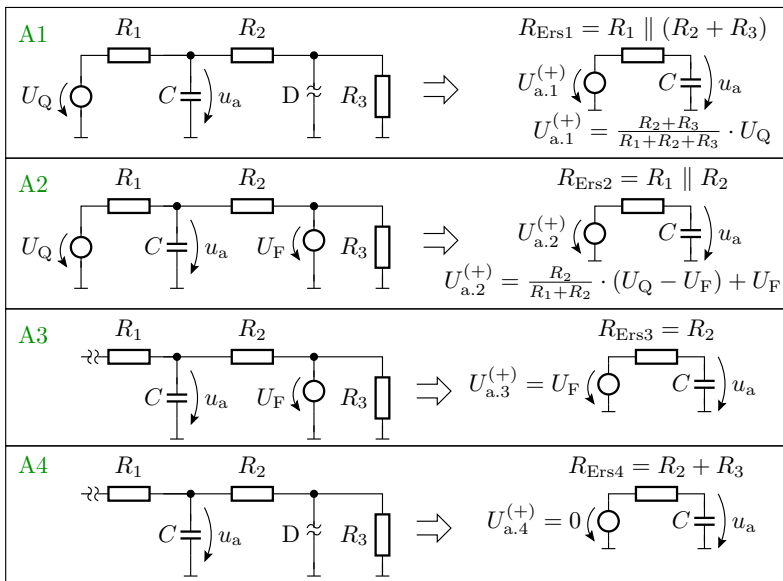


Arbeitsbereiche:

- A1 Schalter geschlossen, Diode gesperrt.
- A2 Schalter geschlossen, Diode leitend.
- A3 Schalter geöffnet, Diode leitend.
- A4 Schalter geöffnet, Diode gesperrt.



1. Geschaltete Systeme 3. RC-Glied, Abbildung auf

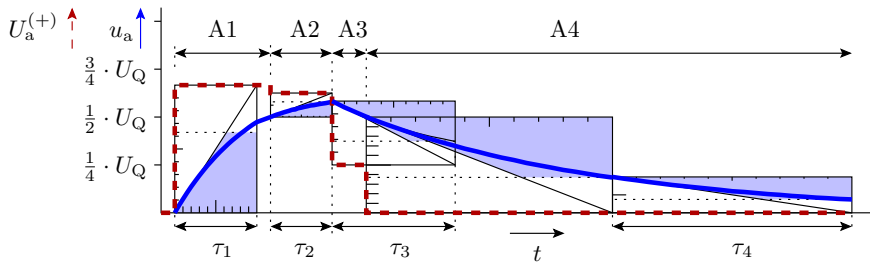


$U_{a.i}^{(+)}$, τ_i für $R_1 = R_2 = R_3 = R$ und $U_Q = 4 \cdot U_F \Rightarrow$ **Tafel**

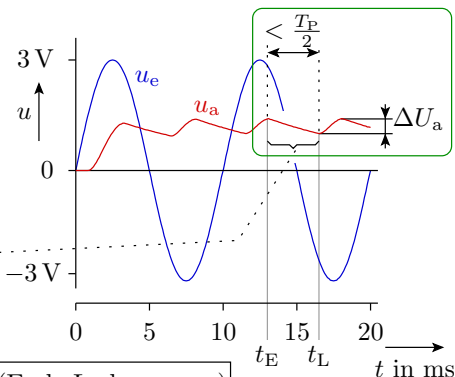
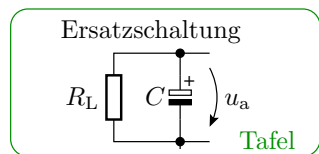
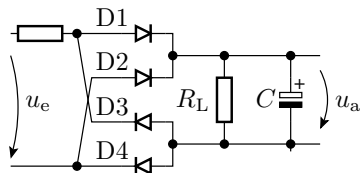


Ausgabe für: $R_1 = R_2 = R_3 = R$; $U_Q = 4 \cdot U_F$

	A1	A2	A3	A4
Schalter	geschlossen	geschlossen	geöffnet	geöffnet
Diode	gesperrt	leitend	leitend	gesperrt
u_a	$\leq \frac{1}{2} \cdot U_Q$	$> \frac{1}{2} \cdot U_Q$	$> \frac{1}{2} \cdot U_Q$	$\leq \frac{1}{2} \cdot U_Q$
τ_i	$\frac{2}{3} \cdot R \cdot C$	$\frac{1}{2} \cdot R \cdot C$	$R \cdot C$	$2 \cdot R \cdot C$
$U_{a.i}^{(+)}$	$\frac{2}{3} \cdot U_Q$	$\frac{5}{8} \cdot U_Q$	$\frac{1}{4} \cdot U_Q$	0



Glättungskondensator hinter einem Gleichrichter



- t_E Zeit Beginn Entladevorgang (Ende Ladevorgang)
 t_L Zeit Beginn Ladevorgang (Ende Entladevorgang)

$$\text{Entladefunktion: } u_a(t) = u_a(t_E) \cdot e^{-\frac{t-t_E}{R_L \cdot C}}$$



1. Geschaltete Systeme 3. RC-Glied, Abbildung auf

Die Größe des Kondensators ergibt sich aus der zulässigen Restwelligkeit:

$$\Delta U_{a.rel} = \frac{U_{a.max} - U_{a.min}}{U_{a.max}}$$

Maximalwert: Beginn der Entladephase:

$$U_{a.max} = u_a(t_E)$$

Minimalwert: Ende der Entladephase:

$$U_{a.min} = u_a(t_E) \cdot e^{-\frac{t_L - t_E}{R_L \cdot C}}$$

Relative Restwelligkeit:

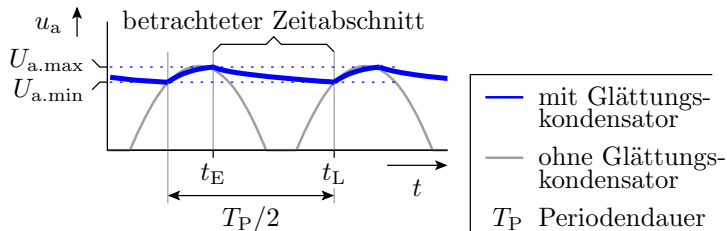
$$\Delta U_{a.rel} = 1 - e^{-\frac{t_L - t_E}{R_L \cdot C}}$$

Erforderliche Kapazität:

$$C \geq -\frac{t_L - t_E}{R_L \cdot \ln(1 - \Delta U_{a.rel})}$$

$$C \geq -\frac{t_L - t_E}{R_L \cdot \ln(1 - \Delta U_{a.rel})}$$

Worst Case: $t_L - t_E \leq \frac{T_P}{2}$



Praktische Dimensionierung:

$$C \geq -\frac{T_P}{2 \cdot R_L \cdot \ln(1 - \Delta U_{a.rel})}$$



Beispiel

Wie groß ist der Glättungskondensator zu wählen:

- $R_L \geq 100 \Omega$
- Wechselspannung mit einer Frequenz von 50 Hz
- maximale relative Restwelligkeit $\Delta U_{a,rel} \leq 10\%$

50 Hz \Rightarrow Periodendauer $T_P = 20 \text{ ms}$.

$$C \geq - \frac{20 \text{ ms}}{2 \cdot 100 \Omega \cdot \ln(1 - 10\%)} \approx 950 \mu\text{F}$$

Der nächst größere verfügbare Standardwert ist $1000 \mu\text{F}$.

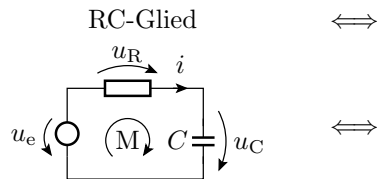


Geschaltetes RL-Glied

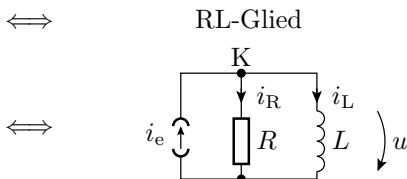
Duale Schaltung zum geschalteten RC-Glied

Vertauschen der Bedeutung von Strom und Spannung:

- Kapazität \Leftrightarrow Induktivität: $i = C \cdot \frac{du}{dt} \Rightarrow u = L \cdot \frac{di}{dt}$
- Widerstand \Leftrightarrow Leitwert: $u = R \cdot i \Rightarrow i = R^{-1} \cdot u$
- Spannungsquelle \Leftrightarrow Stromquelle
- Reihenschaltung \Leftrightarrow Parallelschaltung
- Masche \Leftrightarrow Knoten.

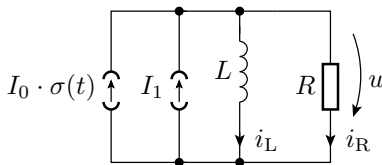


M: $u_R + u_C = u_e$
 mit: $u_R = R \cdot i$
 $i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$



K: $i_R + i_L = i_e$
 mit: $i_R = R^{-1} \cdot u$
 $u = L \cdot \frac{di_L}{dt}$

Grundschtung eines geschalteten RL-Gliedes



gesucht:

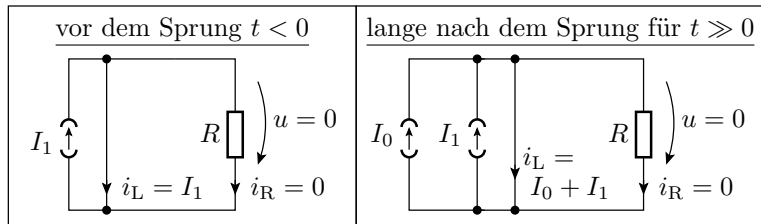
Anfangs- und
Endwerte

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{\text{R}}^{(-)} = \\ i_{\text{R}}(0) = \\ I_{\text{R}}^{(+)} = \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} I_{\text{L}}^{(-)} = \\ i_{\text{L}}(0) = \\ I_{\text{L}}^{(+)} = \end{array}$$

Ausgabeverlauf

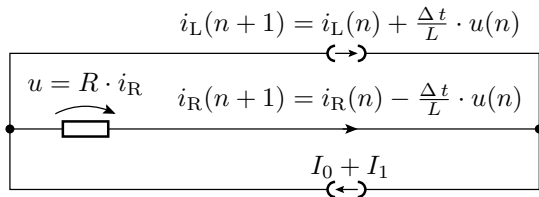
$$i_{\text{R}}(t) = \quad i_{\text{L}}(t) =$$

Anfangs- und Endwert



	$u(t)$	$i_R(t)$	$i_L(t)$
vor dem Sprung	$U^{(-)} = 0$	$I_R^{(-)} = 0$	$I_L^{(-)} = I_1$
Sprungmoment	$u(0) = I_0 \cdot R$	$i_R(0) = I_0$	$i_L(0) = I_1$
stationärer Wert nach dem Sprung	$U^{(+)} = 0$	$I_R^{(+)} = 0$	$I_L^{(+)} = I_0 + I_1$

Umladevorgang



Anfangswerte:

- Induktivität: $i_L(0) = I_L^{(-)} = I_1$
- Widerstand: $i_R(0) = I_0 + I_1 - i_L(0) = I_0$

zeitdiskrete Berechnung:

$$i_L(n+1) = i_L(n) + \frac{R \cdot \Delta t}{L} \cdot i_R(n)$$

$$i_R(n+1) = i_R(n) - \frac{R \cdot \Delta t}{L} \cdot i_R(n) = i_R(n) \cdot \left(1 - \frac{R \cdot \Delta t}{L}\right)$$



$$i_R(n+1) = i_R(n) \cdot \left(1 - \frac{R \cdot \Delta t}{L}\right) \Rightarrow i_R(n) = i_R(0) \cdot \left(1 - \frac{R \cdot \Delta t}{L}\right)^n$$

mit $n = \frac{t}{\Delta t}$, $i_R(0) = I_0$, $\frac{R \cdot \Delta t}{L} = -x$ und $x \rightarrow 0$

■ Stromverlauf Widerstand:

$$\begin{aligned} i_R(t) &= I_0 \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(1 - \frac{R \cdot \Delta t}{L}\right)^{\frac{t}{\Delta t}} = I_0 \cdot \underbrace{\left(\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}\right)}_e^{-\frac{R \cdot t}{L}} \\ &= I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

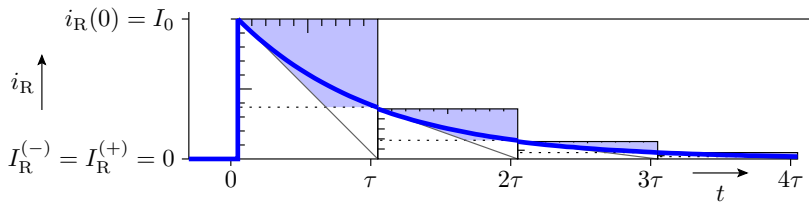
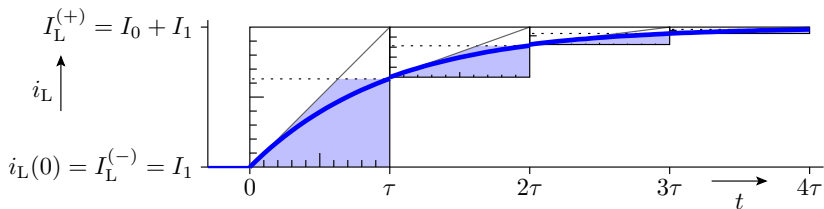
mit der Zeitkonstanten:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

■ Stromverlauf Induktivität:

$$i_L(t) = I_1 + I_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Konstruktion der Sprungantwort



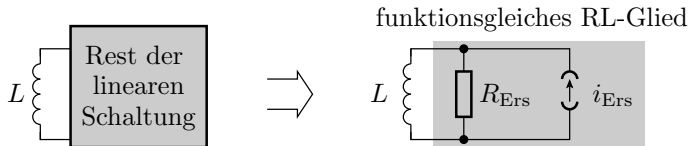
(Zusammensetzen aus τ -Elementen)



RL-Glied, Abbildung auf

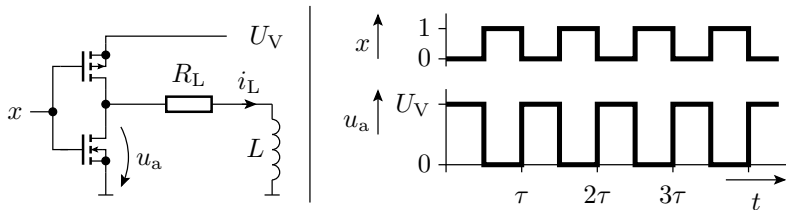
Transformation in ein funktionsgleiches geschaltetes RL-Glied

Alle linearen (oder abschnittsweise linearen) Schaltungen mit einer wesentlichen Induktivität und ohne (wesentliche) Kapazität lassen sich durch ein funktionsgleiches RL-Glied annähern:



»Wesentlich« bedeutet, dass die Umladezeitkonstanten für alle anderen Induktivitäten und Kapazitäten viel kleiner sind.

Ansteuerung eines Elektromagneten mit einem CMOS-Inverter



Wie lauten die Parameter des funktionsgleichen RL-Gliedes?

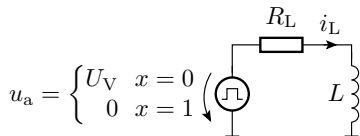
Welchen Signalverlauf hat der Strom i_L ?

Das Modell des CMOS-Inverters sei:

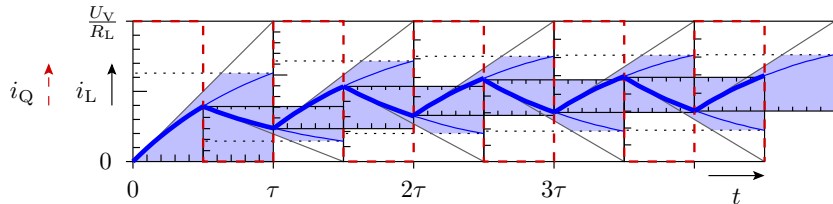
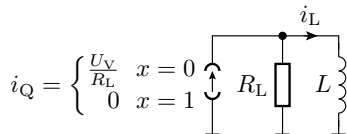
$$u_a = \begin{cases} U_V & \text{für } x = 0 \\ 0 & \text{für } x = 1 \end{cases}$$

Lösung

Ersatz des Inverters



funktionsgleiches RL-Glied

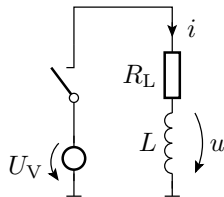


Abschnittsweise Annäherung durch geschaltete RL-Glieder

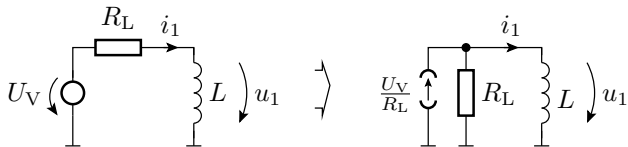
Die Abbildung auf ein geschaltetes RL-Glied ist auch für einzelne lineare Arbeitsbereiche möglich.

Zwei lineare Arbeitsbereiche:

- Schalter geschlossen,
- Schalter geöffnet.



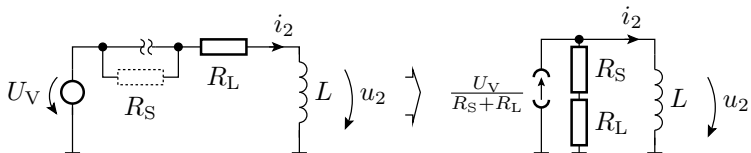
Funktionsgleiches RL-Glied für Schalter geschlossen



$$I_1^{(+)} = \frac{U_V}{R_L}$$

$$\tau_1 = \frac{L}{R_L}$$

Funktionsgleiches RL-Glied für Schalter geöffnet



$$I_2^{(+)} = \lim_{R_S \rightarrow \infty} \left(\frac{U_V}{R_L + R_S} \right) = 0$$

$$\tau_2 = \lim_{R_S \rightarrow \infty} \left(\frac{L}{R_L + R_S} \right) = 0$$

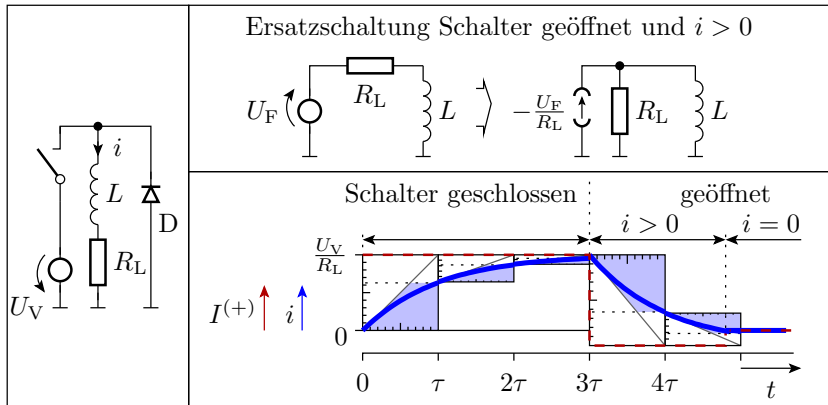
Problem: Ausschaltmoment

$$i_2(0) = I_1^{(+)} = \frac{U_V}{R_L}$$

$$u_2(0) = U_V - \lim_{R_S \rightarrow \infty} ((R_L + R_S) \cdot i_2(0)) \rightarrow -\infty$$

Fast kompletter Abfall der unendlichen Induktionsspannung über öffnendem Kontakt. Da unendlicher Spannungsabfall nicht möglich, Funkenüberschlag. Kontaktverschleiß durch Verbrennen.

Freilaufdiode

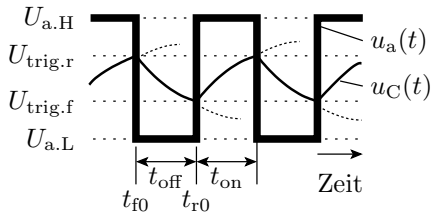
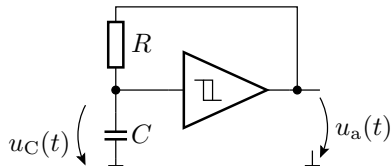




RC-Oszillator

Einfacher RC-Oszillator

- Prinzip: Periodisches Umladen eines RC-Gliedes.
- Beispiel: Umladesteuerung mit einem Schwellwertschalter mit Hysterese.

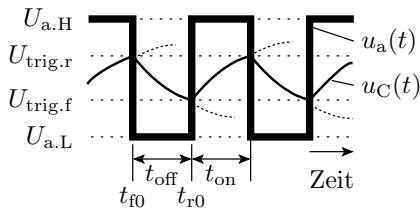
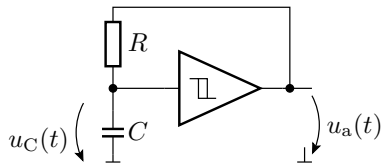


Entladefunktion:

$$u_C(t) = U_{a.L} - (U_{a.L} - U_{\text{trig.r}}) \cdot e^{-\frac{t-t_{f0}}{R \cdot C}}$$

Ladefunktion:

$$u_C(t) = U_{a.H} - (U_{a.H} - U_{\text{trig.f}}) \cdot e^{-\frac{t-t_{r0}}{R \cdot C}}$$



Entladezeit t_{off} , in der die Ausgangsspannung »0« ist:

$$U_{\text{trig.f}} = U_{\text{a.L}} - (U_{\text{a.L}} - U_{\text{trig.r}}) \cdot e^{-\frac{t_{\text{off}}}{R \cdot C}}$$

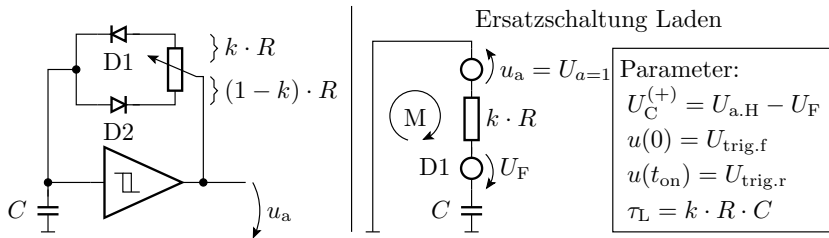
$$t_{\text{off}} = R \cdot C \cdot \ln \left(\frac{U_{\text{a.L}} - U_{\text{trig.r}}}{U_{\text{a.L}} - U_{\text{trig.f}}} \right)$$

Die Aufladezeit t_{on} , in der die Ausgangsspannung »1« ist:

$$U_{\text{trig.r}} = U_{\text{a.H}} - (U_{\text{a.H}} - U_{\text{trig.f}}) \cdot e^{-\frac{t_{\text{on}}}{R \cdot C}}$$

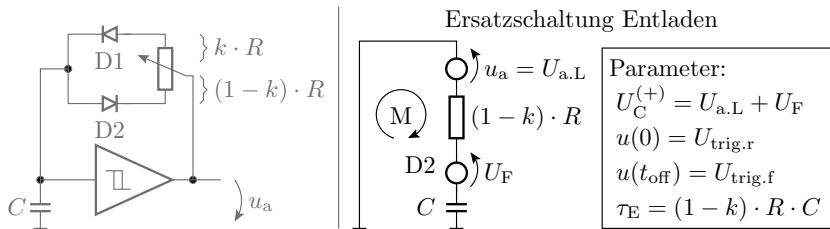
$$t_{\text{on}} = R \cdot C \cdot \ln \left(\frac{U_{\text{a.H}} - U_{\text{trig.f}}}{U_{\text{a.H}} - U_{\text{trig.r}}} \right)$$

Rechteckgenerator mit einstellbarer Pulsweite



Ladezeit:

$$t_{on} = k \cdot R \cdot C \cdot \ln \left(\frac{U_{a.H} - U_F - U_{trig.f}}{U_{a.H} - U_F - U_{trig.r}} \right)$$



$$t_{\text{off}} = (1 - k) \cdot R \cdot C \cdot \ln \left(\frac{U_{\text{a.L}} + U_F - U_{\text{trig.r}}}{U_{\text{a.L}} + U_F - U_{\text{trig.f}}} \right)$$

Mit

$$\left(\frac{U_{\text{a.L}} + U_F - U_{\text{trig.r}}}{U_{\text{a.L}} + U_F - U_{\text{trig.f}}} \right) = \left(\frac{U_{\text{a.H}} - U_F - U_{\text{trig.f}}}{U_{\text{a.H}} - U_F - U_{\text{trig.r}}} \right) = \textit{konst.}$$

ist die absolute Pulsbreite konstant:

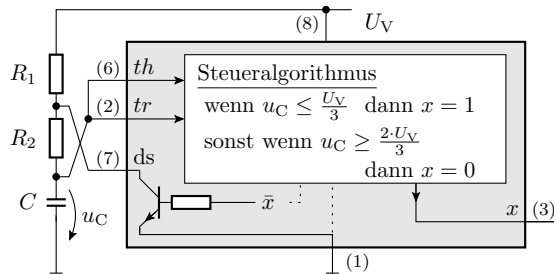
$$T_P = t_{\text{on}} + t_{\text{off}} = R \cdot C \cdot \ln(\textit{konst.})$$

und die relative Pulsbreite gleich dem Einstellwert: $\eta_T = k$

Rechteckgenerator mit einem NE555

NE555: Standardschaltkreis für die Lade-Entlade-Steuerung eines geschalteten RC-Gliedes bestehend aus

- zwei Komparatoren und einem
- Transistor zum Entladen der Kapazität des RC-Gliedes.



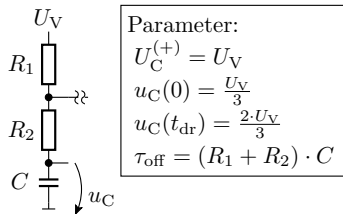
Anschlüsse

- th* Trigger-Eingang "ein" (threshold)
- tr* Trigger-Eingang "aus" (trigger)
- ds* Entladen (discharge)
- x* Ausgang

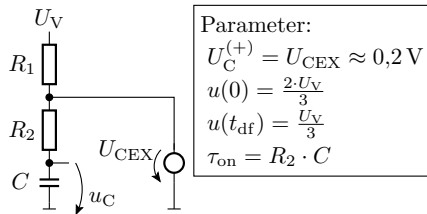
Aufladen über $R_1 + R_2$

Entladen über R_2

Ersatzschaltung Aufladevorgang
(Ausgang ist null)



Ersatzschaltung Entladevorgang
(Ausgangs ist eins)



$$u_C(t_{on}) = \frac{1}{3} \cdot U_V = U_{CEX} - \left(U_{CEX} - \frac{2}{3} \cdot U_V \right) \cdot e^{-\frac{t_{on}}{R_2 \cdot C}}$$

$$t_{on} = R_2 \cdot C \cdot \ln \left(\frac{U_{CEX} - \frac{2}{3} \cdot U_V}{U_{CEX} - \frac{1}{3} \cdot U_V} \right) \approx R_2 \cdot C \cdot \ln(2)$$

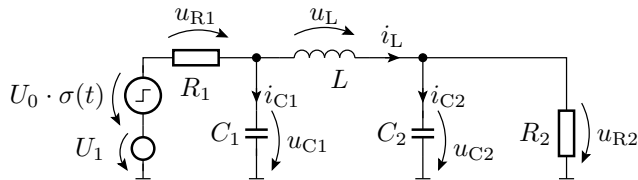
$$u_C(t_{off}) = \frac{2}{3} \cdot U_V = U_V - \left(U_V - \frac{1}{3} \cdot U_V \right) \cdot e^{-\frac{t_{off}}{(R_1 + R_2) \cdot C}}$$

$$t_{off} = \dots = (R_1 + R_2) \cdot C \cdot \ln(2)$$



Aufgaben

Aufgabe 6.1: Geschaltetes System

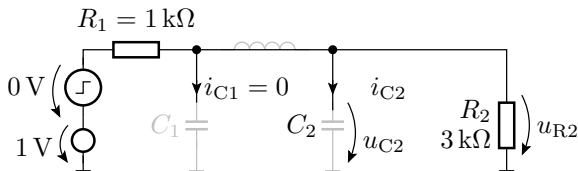


$$\begin{aligned}
 U_0 &= U_1 = 1 \text{ V} \\
 R_1 &= 1 \text{ k}\Omega \\
 R_2 &= 3 \text{ k}\Omega \\
 C_1 &= 1 \text{ nF} \\
 C_2 &= 2 \text{ nF} \\
 L &= 10 \text{ mH}
 \end{aligned}$$

Schätzen Sie die Spannung u_{R2} für die stationären Zustände vor und nach dem Sprung ($t < 0$, $t \gg 0$) und im Sprungmoment $t = 0$.

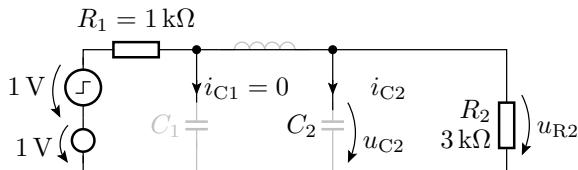
Lösung zu Aufgabe 6.1

u_{R2} vor dem Sprung:

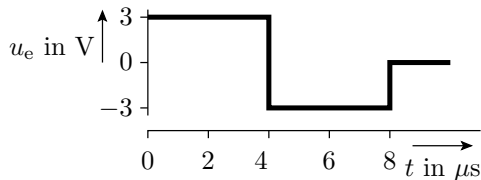
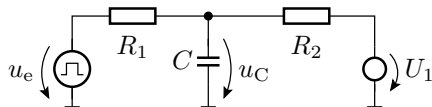


u_{R2} im Sprungmoment:

u_{R2} lange nach dem Sprung:



Aufgabe 6.2: Lineares System mit einer Kapazität



$$R_1 = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 1 \text{ k}\Omega$$

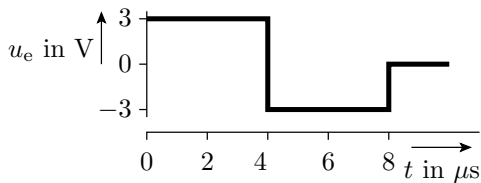
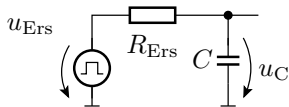
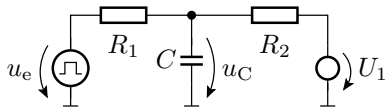
$$C = 3 \text{ nF}$$

$$U_1 = 1,5 \text{ V}$$

$$u_C(0) = 1 \text{ V}$$

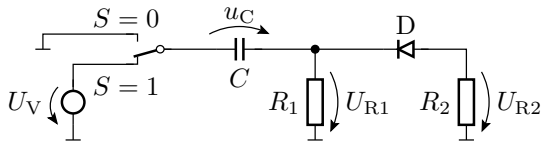
- 1 Zeichnen Sie die funktionsgleiche Grundschaltung eines geschalteten RC-Glieds.
- 2 Bestimmen Sie die Zeitkonstante τ .
- 3 Konstruieren Sie den Spannungsverlaufs von u_C für $u_C(0) = 0$.

Lösung zu Aufgabe 6.2



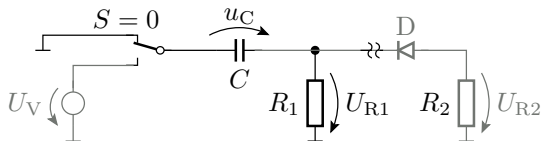
$$\begin{aligned}
 R_1 &= 2 \text{ k}\Omega \\
 R_2 &= 1 \text{ k}\Omega \\
 C &= 3 \text{ nF} \\
 U_1 &= 1,5 \text{ V} \\
 u_C(0) &= 1 \text{ V}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 6.3: Abschnittsweise lineares geschaltetes System mit einer Kapazität

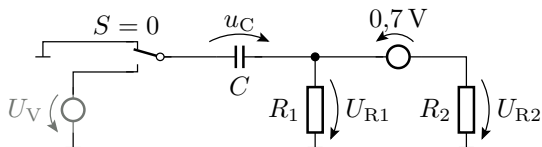


- 1 Welchen Arbeitsbereiche sind zu unterscheiden?
- 2 Entwickeln Sie für jeden Arbeitsbereich die Ersatzschaltung.
- 3 Bestimmen Sie für jeden Arbeitsbereich die Zeitkonstante.
- 4 Bestimmen Sie den stationären Wert, gegen den u_C in jedem Arbeitsbereich strebt.

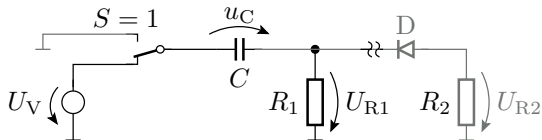
Schalter aus, Diode gesperrt:



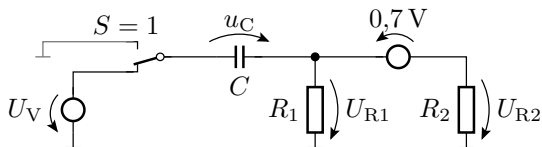
Schalter aus, Diode Durchlassbereich:



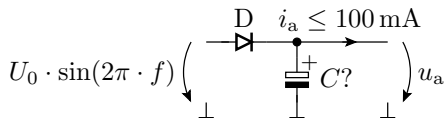
Schalter ein, Diode gesperrt:



Schalter ein, Diode Durchlassbereich:



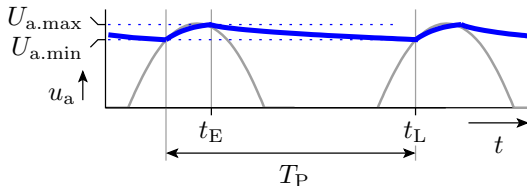
Aufgabe 6.4: Berechnung des Glättungskondensators



$$\left| \begin{array}{l} U_0 = 12 \text{ V} \\ \Delta U_{\text{a.rel}} \leq 5\% \\ f = 50 \text{ Hz} \end{array} \right.$$

Wie groß muss der Glättungskondensator hinter der Diode sein, damit die relative Restwelligkeit der geglätteten Spannung nicht größer als 5% ist?

Lösung zu Aufgabe 6.4



Erforderliche Glättungskapazität:

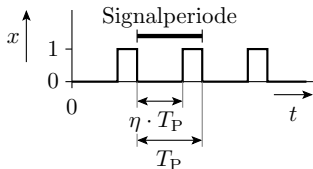
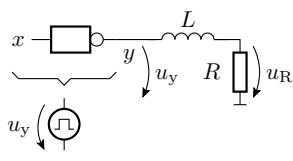
$$C \geq -\frac{t_L - t_E}{R_L \cdot \ln(1 - \Delta U_{a.rel})}$$

mit $\Delta U_{a.rel} \leq 5\%$, $R_L \geq \frac{12V}{100mA} = 120 \Omega$ und $t_L - t_E < 20 \text{ ms}$ genügt³:

$$C \geq -\frac{20 \text{ ms}}{120 \Omega \cdot \ln(95\%)} = 3250 \mu\text{F} \Rightarrow 4700 \mu\text{F}$$

³Nächster Standardwert $4700 \mu\text{F}$

Aufgabe 6.5: PWM mit Glättungsinduktivität



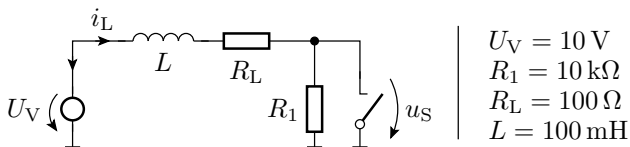
$$\begin{aligned} L &= 100 \text{ mH} \\ R &= 100 \Omega \\ U_V &= 10 \text{ V} \\ \eta &= 0,7 \\ T_P &= 1 \text{ ms} \\ u_R(0) &= 0 \end{aligned}$$

Modell für den Inverter:

$$u_y = \begin{cases} U_V & x = 0 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$$

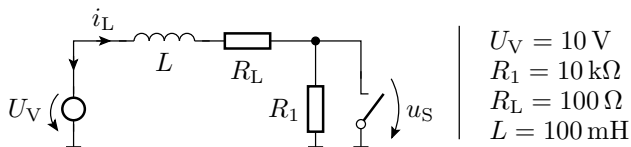
- 1 Transformation in ein geschaltetes RL-Glied mit demselben Strom durch die Induktivität.
- 2 Wie groß ist die Zeitkonstante τ ?
- 3 Schätzen des Spannungsverlauf über dem Widerstand für das Zeitintervall $0 \leq t \leq 4 \text{ ms}$.

Aufgabe 6.6: Schalten induktiver Lasten



Wie groß ist die Spannung u_S über dem Schalter im Ausschaltmoment?

Lösung zu Aufgabe 6.6



- Schalter ein:

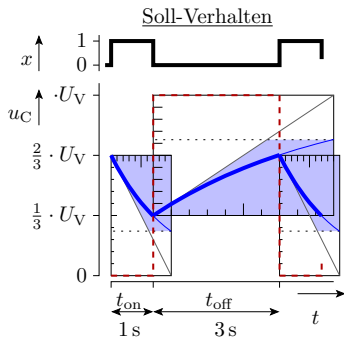
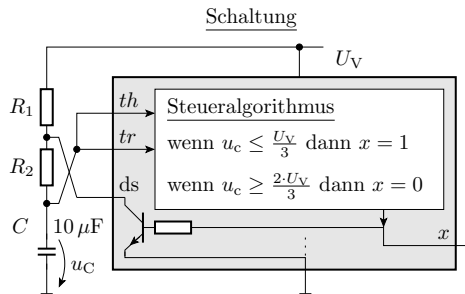
$$I_L^{(+)} = \frac{U_V}{R_L} = \frac{10 \text{ V}}{100 \Omega} = 100 \text{ mA}$$

- Schalter aus:

$$i_L(0) = 100 \text{ mA}$$

$$u_{R_1}(0) = R_1 \cdot i_L(0) = 1000 \text{ V}$$

Aufgabe 6.7: Oszillator mit dem NE555



Wie groß müssen R_1 und R_2 sein?

Lösung zu Aufgabe 6.7

$$u_C(t_{\text{on}}) = \frac{1}{3} \cdot U_V = U_{\text{CEX}} - \left(U_{\text{CEX}} - \frac{2}{3} \cdot U_V \right) \cdot e^{-\frac{t_{\text{on}}}{R_2 \cdot C}}$$

$$t_{\text{on}} = R_2 \cdot C \cdot \ln \left(\frac{U_{\text{CEX}} - \frac{2}{3} \cdot U_V}{U_{\text{CEX}} - \frac{1}{3} \cdot U_V} \right) \approx R_2 \cdot C \cdot \ln(2)$$

$$R_2 \approx \frac{1 \text{ s}}{\ln(2) \cdot 10 \mu\text{F}} = 144 \text{ k}\Omega$$

$$u_C(t_{\text{off}}) = \frac{2}{3} \cdot U_V = U_V - \left(U_V - \frac{1}{3} \cdot U_V \right) \cdot e^{-\frac{t_{\text{off}}}{(R_1 + R_2) \cdot C}}$$

$$t_{\text{off}} = \dots = (R_1 + R_2) \cdot C \cdot \ln(2)$$

$$R_1 \approx \frac{3 \text{ s}}{\ln(2) \cdot 10 \mu\text{F}} - R_2 = 2 \cdot R_2 = 288 \text{ k}\Omega$$